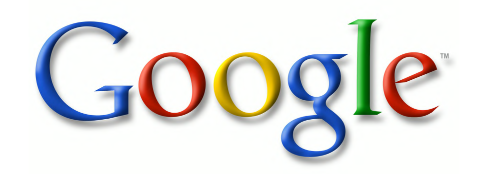











Rammelsber











LEHRBUCH

DER

KRYSTALLKUNDE

ODER

ANFANGSGRÜNDE DER

KRYSTALLOGRAPHIE, KRYSTALLOPHYSIK

UND

KRYSTALLOCHEMIE.

EIN LEITFADEN

BEIM STUDIUM DER CHEMIE UND MINERALOGIE

VON

C. F. RAMMELSBERG,

DR. UND PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT UND LEHRER AM
GEWERBEINSTITUT ZU BERLIN ETC. ETC.

Mit 757 in den Text eingedruckten Holzschnitten und 2 lithographirten Tafeln.

BERLIN 1852.

VERLAG VON P. JEANRENAUD.

(A. FÖRSTNER'SCHE BUCHHANDLUNG.)



LEHRBUCH

DER

KRYSTALLKUNDE

ODER

ANFANGSGRÜNDE DER

KRYSTALLOGRAPHIE, KRYSTALLOPHYSIK

UND

KRYSTALLOCHEMIE.

EIN LEITFADEN

BEIM STUDIUM DER CHEMIE UND MINERALOGIE

VON

C. F. RAMMELSBERG,

DR. UND PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT UND LEHRER AM GEWERBEINSTITUT ZU BERLIN ETC. ETC.

Mit 250 in den Text eingedruckten Holzschnitten und 3 lithographirten Tafeln.

BERLIN 1852.

VERLAG VON P. JEANRENAUD.

(A. FÖRSTNERSCHE BUCHHANDLUNG.)

VORWORT.

Die Kenntniss der **Krystalle** hat für den Chemiker und Mineralogen gleichen Werth, denn die Charakteristik eines Minerals oder chemischen Präparats ist unvollständig, sobald nicht seine geometrischen, physikalischen und chemischen Eigenschaften gleichzeitig bekannt sind. Das Material der Mineralogie ist nur ein kleiner Theil desjenigen der Chemie, es sind die natürlich vorkommenden einfachen Stoffe und deren Verbindungen; daher ist auch die Methode in beiden Wissenschaften dieselbe, und es ist eben so gut die Aufgabe des Mineralogen, die chemische Zusammensetzung der Mineralien zu bestimmen, als es dem Chemiker zukommt, die geometrische Form seiner Präparate genau zu untersuchen. Der grosse Irrthum einer früheren Periode, dass die Mineralogie ohne Kenntniss von der Zusammensetzung der Mineralien als Wissenschaft bestehen könne, ist gänzlich beseitigt, nachdem man den innigen Zusammenhang zwischen Form und Mischung erkannt hat. Aber die Chemiker trifft noch allzuoft der Vorwurf, dass sie krystallisirte Substanzen ohne genauere Angabe der Krystallform, der Spaltbarkeit, Härte, des specifischen Gewichts u. s. w. beschreiben, und die meisten chemischen Lehrbücher enthalten keine oder ungenügende Beschreibungen der Krystallformen.

Bei der Bearbeitung des vorliegenden Werkes schwebte dem Verfasser die Idee vor, sowohl einen Abriss des allgemeinen Theils der Mineralogie zu geben, als auch dem Anfänger beim Studium der Chemie den Weg anzudeuten, wie er zur Kenntniss der Krystallformen und der von ihnen abhängigen physikalischen und chemischen Erscheinungen gelangen könne. Der krystallographische Theil benutzt die von Quenstedt (in dessen „Methode der Krystallographie. Tübingen 1840.") zuerst dargestellte Projektionsmethode, welche die Zonenverhältnisse der Krystalle ungemein anschaulich macht, und ist natürlich von grösserem Umfange, als der zweite und dritte, die von den physikalischen und chemischen Verhältnissen der Krystalle handeln. Ein grosser Theil der Figuren ist den Werken von Naumann und G. Rose entlehnt.

Berlin, den 1sten März 1852.

Der Verfasser.

INHALT.

DRUCKFEHLER.

S. 30. Z. 7 v. o. statt m, l. m'

- 30. Fig. 34 l. Fig. 43.

- 30. Z. 1 v. u. st. $\frac{}{1} + \frac{}{\infty}$ l. $\frac{a}{1} + \frac{b}{\infty}$

- 52. Z. 17 v. o. st. $\frac{1a}{3}$: l. $\frac{1}{3}a$:

- 94. Z. 9 u. 10 v. u. st. Seitenkanten l. Seitenecken.

- 101. Z. 3 v. u. st. Taf. I. l. Taf. II.

- 113. Z. 7 v. o. st. Pyritoeder l. (am Ende der Zeile) Würfel.

- 126. Z. 4 v. u. st. $\frac{90^0 - \text{tg.}\,\beta}{\sin.\,\gamma}$ l. $\frac{\text{tg.}\,(90^0 - \beta)}{\sin.\,\gamma} = \frac{\text{cotg.}\,\beta}{\sin.\,\gamma}$

- 131. Z. 4 v. o. st. $\text{tg.}\,\mu' = \frac{a\,.\,\sin.\,o}{a + c\,.\,\cos.\,o}$ l. $\frac{a\,.\,\sin.\,o}{c + a\,.\,\cos.\,o}$.

Berlin, Druck von Trowitzsch und Sohn.

EINLEITUNG.

Die feste Masse des Erdkörpers besteht aus chemischen Verbindungen, und aus einigen isolirt vorkommenden einfachen Stoffen, die insgesammt als Mineralien bezeichnet werden.

Von den sogenannten Elementen hat man, soweit sich die Kenntnifs des Erdinnern erstreckt, bisher verhältnifsmäfsig nur wenige im freien Zustande gefunden (gewisse Metalle, Kohlenstoff, Schwefel). Unter den Verbindungen sind gleichfalls nicht viele allgemeiner verbreitet, und in solchen Massen vorhanden, dafs alle übrigen vereinzelt vorkommenden dagegen fast verschwinden. Zu jenen gehören: Kieselsäure (als Quarz etc.), gewisse kieselsaure Verbindungen (Feldspath, Augit, Hornblende, Glimmer); kohlensaurer Kalk (als Kalkstein). Wenn ein einzelnes Mineral oder ein Gemenge mehrerer in so grofser Ausdehnung vorkommt, dafs es auf die Oberflächengestaltung von Einflufs ist, so bezeichnet man es als ein (einfaches oder zusammengesetztes) Gestein.

Kalkstein, Sandstein sind einfache Gesteine; Granit (ein krystallinisches Gemenge von Feldspath, Quarz und Glimmer) oder Melaphyr (aus Feldspath und Augit bestehend) sind zusammengesetzte Gesteine.

Alle übrigen Mineralien finden sich in den Gesteinen, und zwar theils in der Masse selber eingestreut (eingewachsen), theils an einzelnen Stellen (auf Lagern, Gängen) ausgesondert.

Durch chemische Prozesse ist es gelungen, mittelst der natürlich vorkommenden Verbindungen und deren Elemente eine noch bei weitem gröfsere Anzahl künstlicher Verbindungen hervorzubringen, unter denen insbesondere die Klasse der Salze ungemein ausgedehnt ist. Manche Verbindungen, welche durch chemische Thätigkeit in früheren Perioden des Erdkörpers entstanden, lassen sich auch künstlich darstellen, so dafs kein Unterschied in ihren Eigenschaften vorhanden ist. Ueberhaupt mufs man annehmen, dafs die Bildungsgesetze für alle dieselben sind, und dafs nur die äufseren Umstände (Zeitdauer der Prozesse, grofse Massen der Stoffe, hohe Temperaturen u. s. w.), welche bei dem Entstehen der Mineralien geherrscht haben, bei der Erzeugung künstlicher Verbindungen in unseren Laboratorien und Werkstätten nicht benutzt werden können.

Das gesonderte Studium der natürlichen und der durch chemische Arbeiten erzeugten Verbindungen, jener in der Mineralogie, dieser in der Chemie, ist trotzdem hinreichend begründet, da die Chemie auch die Verbindungen der organischen Natur zu ihrem Gebiete rechnet. In Bezug auf die Erforschung gegebener Körper ist die Methode in beiden Wissenschaften eine und dieselbe. In beiden ist es Aufgabe, alle Eigenschaften des Körpers aufzusuchen, und danach seine Beziehungen zu allen übrigen festzusetzen. Der Chemiker gleichwie der Mineralog untersucht daher sowohl die physikalischen als die chemischen Eigenschaften einer Substanz. Zu jenen gehört aber Krystallform, Verhältnisse der Struktur (Spaltbarkeit), der Cohäsion (Härte), optisches, elektrisches, magnetisches Verhalten, Dichtigkeit u. s. w.; zu den letzteren das Verhalten gegen Reagentien, die chemische Zusammensetzung. Vernachlässigt der Chemiker oder Mineralog die Erforschung einer oder der anderen Eigenschaft, so bleibt die Kenntnifs der untersuchten Substanz unvollständig, und damit zugleich die Kenntnifs eines möglichen Zusammenhanges anscheinend ganz für sich auftretender Merkmale.

Gerade die so ungemein wichtigen Beziehungen zwischen den physikalischen und chemischen Eigenschaften der Körper, welche durch die Forschungen der neueren Zeit begründet, aber erst in ihren Anfängen erkannt sind (Beziehungen zwischen Krystallform, specifischem Gewicht, optischem Verhalten und chemischer Zusammensetzung), zeigen, wie nothwendig es sei, dafs der Chemiker z. B. die Krystallformen ebenso genau untersuche, als es der Mineralog längst gethan hat, dafs beide die Dichtigkeit der Körper, ihr Verhalten gegen das Licht u. s. w. mit Genauigkeit feststellen.

Bei dem jugendlichen Zustande der Naturwissenschaften darf es nicht befremden, dafs man in der Chemie und Mineralogie die Wichtigkeit einzelner Eigenschaften lange verkannt hat. Man hat Mineralien beschrieben, ohne auf ihre Mischung Rücksicht zu nehmen, und man hat chemische Verbindungen untersucht, ohne ihre Krystallform in Betracht zu ziehen.

Unter den physikalischen Eigenschaften der Körper nehmen die geometrischen eine wichtige Stelle ein. Wenn ein Körper, er sei einfach oder eine Verbindung, den festen Zustand annimmt, indem er zuvor flüssig (aufgelöst, geschmolzen) oder gasförmig (verflüchtigt, verdampft) war, so erscheint er entweder amorph oder krystallisirt.

Stellt man sich die Materie als ein Aggregat kleinster Theile, Atome, vor, so denkt man sich den amorphen Zustand einer Substanz dadurch hervorgebracht, dafs diese kleinsten Theile regellos neben einander liegen, während der krystallisirte Zustand als eine Folge von regelmäfsiger Gruppirung und Lagerung der Atome gedacht wird.

Eine Folge des amorphen Zustandes ist zunächst die regellose äufsere Form der Masse. Sodann aber, und ganz vorzüglich, ist bei amorphen Körpern auch im Innern der Masse nirgends eine Verschiedenheit wahrnehmbar in Bezug auf Cohäsion und optisches Verhalten. Jene zeigt sich nach jeder Richtung gleich, die Bruchstücke haben stets eine unbestimmte zufällige Gestalt, ohne ebene Begrenzungsflächen; der sogenannte muschlige Bruch zeichnet sie aus; die Härte ist an allen Punkten gleich grofs. Amorphe Körper zeigen nur einfache Strahlenbrechung.

Die natürlichen und künstlichen Gläser sind amorphe Substanzen (Obsidian, Glas, viele Schlacken). Die näheren Bestandtheile des Thier- und Pflanzenkörpers sind ohne Ausnahme amorph, aufserdem aber auch viele andere organische Verbindungen (die meisten Harze, die Gummiarten, Leim) Amorphe Mineralien sind: Opal, Allophan, Pechblende, Psilomelan, Kupfermanganerz, Eisensinter, die meisten Mineralsubstanzen von ursprünglich organischer Natur, d. h. die fossilen Harze, Bernstein, Kohlen. Unter den künstlichen Verbindungen sehr viele Niederschläge.

Nicht wenige Substanzen sind im amorphen und im krystallisirten Zustande bekannt. So z. B. die Kieselsäure als Opal und Quarz; die arsenige Säure in glasiger und krystallisirter Form; der Zucker; das Antimonsulfuret als Niederschlag, auf nassem Wege gebildet, und als Antimonglanz oder überhaupt nach dem Schmelzen; das Schwefelquecksilber als Quecksilbermohr und Zinnober; der Schwefel; der Kohlenstoff. In allen diesen Fällen sind viele Eigenschaften beider Modificationen gewöhnlich sehr verschieden, wie Farbe, spec. Gewicht, Schmelzpunkt, und es läfst sich im Allgemeinen behaupten, dafs eine Substanz im amorphen Zustande geringere Dichtigkeit und einen niedrigeren Schmelzpunkt zeigt, als im krystallisirten. Auch wird sie im ersteren Falle von Auflösungsmitteln und überhaupt von Reagentien leichter angegriffen als im letzteren.

Sehr oft gelingt es, einen Körper aus dem amorphen Zustande in den krystallisirten überzuführen, und umgekehrt. Höhere Temperaturen bewirken bald das eine, bald das andere. So werden amorphe Schwefelmetalle durch Schmelzen krystallinisch, aber auch umgekehrt gewisse krystallisirte Silikate (Granat, Vesuvian) dadurch zu amorphen Gläsern. Auflösungen mancher amorpher Körper liefern beim Abkühlen oder Verdampfen Krystalle (Zucker, arsenige Säure). Aber auch gleichsam von selbst erfolgt ein solcher Uebergang zuweilen (amorphe Niederschläge werden beim Stehen krystallinisch; glasige arsenige Säure, glasiger Zucker erleiden bei längerem Aufbewahren dieselbe Veränderung).

Jeder selbständige Körper, er sei einfach oder eine chemische Verbindung, der nicht amorph auftritt, hat die Fähigkeit,

zu krystallisiren, d. h. in einer äufseren Form zu erscheinen, welche wesentlich ist, und zu seinen übrigen Eigenschaften in einer bestimmten, wenn gleich noch nicht nach allen Seiten hin erforschten Beziehung steht. Allerdings kennt man viele Substanzen noch nicht im krystallisirten Zustande, namentlich viele künstlich abgeschiedene einfache Stoffe und eine grofse Zahl von Verbindungen, weil diese Körper durch die bis jetzt bekannten Mittel weder aufgelöst noch geschmolzen oder verflüchtigt (d. h. nicht in den flüssigen oder den gasförmigen Zustand versetzt) werden können.

Ein wesentliches Kennzeichen für den krystallinischen Zustand einer Substanz ist durch die Cohäsionsverhältnisse ihrer Masse gegeben, auch dann noch, wenn die äufsere Begrenzungsform, die Krystallform, entweder nicht ausgebildet oder zerstört ist. Die Cohäsion ist bei krystallinischen Substanzen in gewissen Richtungen gröfser oder geringer als in anderen, und deswegen trennt sich ihre Masse leichter nach solchen Richtungen. Ihre Bruchstücke besitzen in Folge dessen eine bestimmte, wesentliche Gestalt, welche zu der äufseren Begrenzungsform, der Krystallform, in nächster Beziehung steht, in sofern die Richtungen der geringeren Cohäsion in der Regel zugleich die Richtungen der Krystallflächen sind. Spaltbarkeit ist daher eine wesentliche Eigenschaft des krystallinischen Zustandes. Ebenso äufsert sich die Verschiedenheit der Cohäsion nach gewissen Richtungen in der Masse krystallisirter Körper durch die ungleiche Härte, d. h. durch den gröfseren oder geringeren Widerstand, den die Masse nach verschiedenen Richtungen zeigt, wenn man sie mit einem härteren Körper zu ritzen versucht. Allerdings sind solche Härteunterschiede in den meisten Fällen so gering, und ihre Gröfse so schwer zu bestimmen, dafs man sie bisher fast immer vernachläfsigt hat, und auch bei den krystallisirten Körpern nur einen gewissen Härtegrad annimmt. Vgl. die späteren Abschnitte: Spaltbarkeit und Härte.

Dafs auch das Verhalten krystallisirter Körper gegen das Licht sie von den amorphen unterscheidet, dafs sie theils einfache, theils doppelte Strahlenbrechung besitzen, lehrt specieller ein späterer Abschnitt.

Wenn beim Krystallisiren sich sehr viele Krystalle innerhalb kurzer Zeit bilden, so hindern sie sich gegenseitig in ihrer vollkommenen Ausbildung, und es entstehen alsdann Krystallaggregate, welche man krystallinische Massen nennt, deren Deutlichkeit gröfser oder geringer ist. Unter den Mineralien insbesondere trifft man viele dichte Massen an (Kalkstein, Gips, Quarz), die dennoch nicht amorph, sondern nur höchst feinkörnige krystallinische Aggregate sind.

Die Lehre von den Krystallen zerfällt in:

I. Die **Krystallographie**, welche ihre äufsere Form untersucht;

II. Die **Krystallophysik**, welche den Zusammenhang der Krystallform mit den physikalischen Eigenschaften betrachtet.

III. Die **Krystallochemie**, welche die Beziehungen zwischen der Form und der chemischen Natur der Krystalle zum Gegenstande hat.

I. KRYSTALLOGRAPHIE.

Die Krystallographie, oder die Lehre von den Formen der Krystalle, gründet sich auf mathematische, insbesondere stereometrische Kenntnisse.

Betrachtet man einen regelmäſsig gebildeten Krystall näher, so bemerkt man stets (mit Ausnahme der später zu entwickelnden hemiedrischen Formen), daſs einer jeden Krystallfläche eine andere Fläche parallel geht, so daſs man sagen kann: ein jeder Krystall besteht aus parallelen Flächenpaaren.

Diese Flächenpaare schneiden sich an dem Krystall unter gewissen Richtungen d. h. Winkeln. So z. B. die des Würfels unter Winkeln von 90°, die des regulären Oktaeders unter $109\frac{1}{2}°$. Der Durchschnitt zweier Flächen erscheint an der Auſsenfläche des Krystalls als Kante, während durch das Zusammenstoſsen von drei oder mehreren Flächen eine Ecke entsteht.

Wir dürfen uns ein jedes Flächenpaar nicht blos als äuſserliche Begrenzung vorstellen, sondern müssen annehmen, daſs es auch im Innern des Krystalls existirt, so daſs ein Schnitt, genau parallel demselben durch die Masse geführt, dieselbe Fläche liefert.

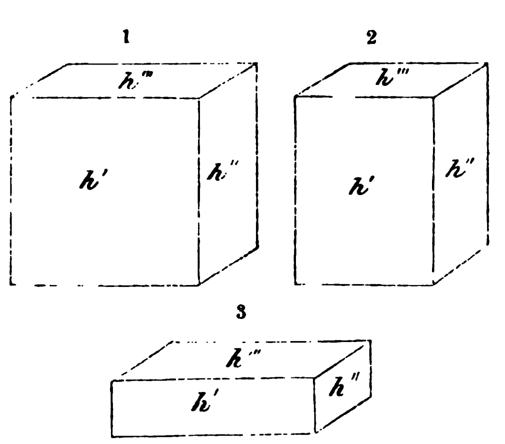
Die Natur hat dies fast an allen Krystallen durch die merkwürdige Erscheinung der regelmäſsigen Spaltbarkeit (Theilbarkeit, des blättrigen Bruchs) angedeutet. Obwohl die Betrachtung derselben einem späteren Abschnitt angehört, so muſs sie doch schon hier angedeutet werden.

Wenn man einen Würfel von Bleiglanz zerschlägt, so sieht man ihn vorzugsweise nach den Würfelflächen sich spalten; ebenso theilt sich ein Rhomboeder von Spatheisenstein sehr leicht in kleinere Rhomboeder. Eine Gyps- oder Glimmertafel spaltet parallel der Tafelfläche sehr vollkommen und giebt Blätter, deren Dünne nur in der Unvollkommenheit der spaltenden Instrumente ihre Grenze findet. Lassen wir für den Augenblick die Frage fallen, ob einer jeden Krystallfläche eine derartige vollkommene Spaltungsrichtung parallel geht, so ist doch offenbar, daſs man für die theoretische Betrachtung der Krystallformen dies annehmen kann.

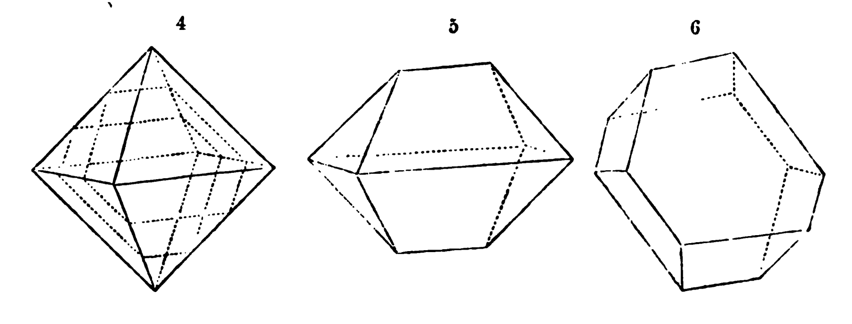
Die Art und Weise, wie Krystalle in Auflösungen sich vergröfsern, indem nämlich auf jede freie Fläche sich neues Material auflegt, also gleichsam unendlich dünne Schichten, parallel den Flächen, den wachsenden Krystall zusammensetzen, spricht dafür, dafs die Flächen nicht blos als äufserliche Begrenzungen Realität haben, sondern sich im Innern stetig wiederholen.

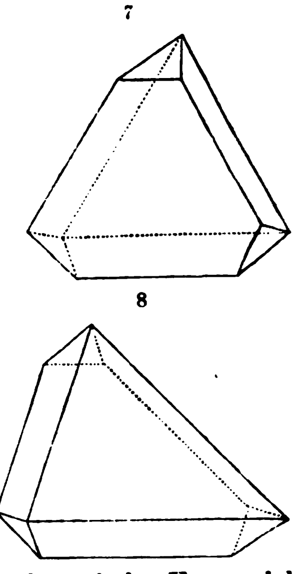
Bei den nachfolgenden Betrachtungen der Flächen werden dieselben also als beweglich gedacht, d. h. als parallel mit ihrer ursprünglichen Richtung verschiebbar, so dafs man sie in Gedanken sowohl in das Innere des Krystalls, als auch aus demselben herausrücken kann.

Dafs in der That den Krystallflächen eine solche Beweglichkeit zukommt, lehrt dies Ansehen sehr vieler, ja vielleicht der meisten Krystalle. Der Würfel z. B., dessen Flächen, wenn er symmetrisch ausgebildet ist (Fig. 1), Quadrate bilden, erscheint in Krystallen viel häufiger nicht in dieser mathematischen Regelmäfsigkeit, sondern entweder ausgedehnt (Fig. 2), oder verkürzt (Fig. 3), d. h. die Fläche h″ und ihre Parallele oder h‴ und ihre Parallele entfernen sich von einander oder nähern sich, so dafs die Flächen h′ und h″ nicht mehr Quadrate sind.



Ebenso das reguläre Oktaeder (Fig. 4). Krystalle desselben, wie z. B. von Alaun, Magneteisen, erscheinen häufig in den Formen von Fig. 5, 6, 7 und 8, die dadurch entstanden sind, dafs die Flächen parallel mit ihrer ursprünglichen Lage, einander





näher gerückt, oder weiter auseinander getreten sind. Die Formen Fig. 6, 7 und 8 entstehen, wenn man sich ein Oktaeder durch 2 einem Flächenpaar parallele Ebenen in 3 Stücke zerschnitten denkt, wie dies in Fig. 4 angedeutet ist. Die Flächen sind nun nicht mehr gleichseitige Dreiecke, wie an dem ursprünglichen symmetrischen Körper, sondern zum Theil Vier-, Fünf- und Sechsecke. Aber wenn hier auch die mathematische Form nicht mehr vorhanden ist, so sind die neuen Körper nichts desto weniger krystallographisch, dasselbe, nämlich reguläre Oktaeder.

Schon aus diesen wenigen Beispielen folgt, dafs die Gestalt der Flächen eines Krystalls verschieden sein kann, und dafs nur in den Fällen symmetrischer Ausbildung, die gleichsam als Ausnahmen erscheinen, die mathematische Form sich ausprägt. Die Definition eines krystallographischen Würfels bedingt ebenso wenig quadratische Flächen als die eines Oktaeders Dreiecke als Flächen.

Wenn nun die Gestalt der Krystallflächen für die krystallographische Betrachtung der Formen unwesentlich ist, so liegt dagegen das Wesentliche nnd Beständige in der Richtung der Flächen, oder in der Lage, welche sie gegen einander haben. Wie auch der Würfel als Krystall erscheinen mag, so bildet doch stets jede Fläche mit der anderen einen Winkel von 90° oder einen Rechten. Und gleichwie beim symmetrisch gebildeten regulären Oktaeder die Flächen einen Winkel von 109° 28′ bilden, so ist dies auch bei allen verzogenen Formen dieses Körpers in Fig. 5, 6, 7 und 8 der Fall.

Wir können daher sagen: Die Richtung einer Fläche oder ihre Neigung gegen die übrigen Flächen des Krystalls ist eine unveränderliche Gröfse.

Dieser Satz ist für die Krystallographie von ungemeiner Wichtigkeit; er liegt der Zonenlehre zum Grunde, und er mufs durch die Anschauung fortwährend ins Gedächtnifs zurückgerufen werden, wenn jene, wie es so leicht geschieht, sich an die veränderliche Gestalt der Flächen fesselt.

Für die Entwicklung der Krystallformen ist es aufserordentlich nützlich, den Zusammenhang der Flächen durch die im Folgenden erläuterte Projektion graphisch darzustellen. Die Zonenverhältnisse treten dadurch klar hervor, ja man ist sogar im Stande,

die Lage neuer Flächen bestimmen zu können, ohne dazu einer Messung zu bedürfen. Eine horizontale Ebene (die des Papiers) sei die Projektionsebene. Jede Krystallfläche (und ihre Parallele), welche ihr nicht parallel geht, wird, verlängert gedacht, diese Ebene in einer Linie schneiden, welche Sektionslinie heiſst.

Sind drei oder mehrere Flächenpaare zu projiciren, so müssen sie einen auſserhalb der Projektionsebene liegenden gemeinsamen Punkt haben, d. h. in Gedanken so lange in paralleler Richtung gerückt werden, bis sie sich in einem solchen Punkte schneiden.

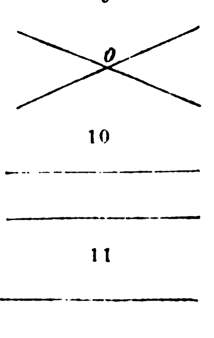
Es versteht sich dabei von selbst, daſs jede Fläche und die ihr parallele nur eine Sektionslinie geben, d. h. in Gedanken so lange genähert werden, bis sie in eine Ebene zusammenfallen.

Zone. Alle Flächen, welche unter sich parallele Kanten bilden, liegen in einer Zone. Eine jener Kanten, oder überhaupt eine denselben parallele Linie heiſst die Zonenaxe dieser Flächen.

Die Wichtigkeit dieser Begriffe wird noch sehr oft hervortreten. In den Projektionsfiguren trifft jede Zonenaxe die Projektionsebene in einem Punkte, welcher Zonenpunkt heiſst, so daſs alle in eine Zone fallende Flächen eines Krystalls sich in der Projektionsfigur als Linien darstellen, die sich sämmtlich in einem Punkt kreuzen.

Wir betrachten in dem Nachfolgenden die Formen, welche aus dem Durchschneiden zweier oder mehrerer Krystallflächen hervorgehen, ohne dabei ihre gegenseitige Neigung in Betracht zu ziehen, und projiciren gleichzeitig diese Formen.

Zwei Krystallflächen. Zwei Ebenen (Flächen) schneiden sich in einer Linie (Kante). Denkt man sich die beiden parallelen Krystallflächen hinzu, so entsteht das vierseitige Prisma (welches, je nach der Neigung beider Flächen, ein rechtwinkliges oder schiefwinkliges sein kann). Ein solches Prisma ist an sich noch kein geschlossener Körper, sondern ein offener Krystallraum. Es hat nur eine Zone, denn seine Zonenaxe ist die Durchschnittslinie beider Flächen. Seine Projektion ist eine dreifache: a, wenn die Zonenaxe auſserhalb der Projektionsebene liegt, wie in Fig. 9, wo also 0 der Zonenpunkt ist, oder b, wenn die Zonenaxe der Projektionsebene parallel geht, wie in Fig. 10, wo alsdann der Zonenpunkt im Unendlichen (∞) liegt; oder c, wenn die eine der beiden Flächen in der Projektionsebene liegt, wie Fig. 11, als einfache Linie. In dem Fall b sagt man, das Prisma sei auf eine Kante, in c, es sei auf eine Fläche projicirt.



Drei Krystallflächen. Hier tritt ein doppelter Fall ein, nämlich: 1) Drei Flächen schneiden sich in einer Zone; 2) sie schneiden sich in einem Punkt.

1) Wenn sich drei Flächen (nebst ihren Parallelen) in einer Zone (Kante) schneiden, so bilden sie das sechsseitige Prisma (welches, je nach der Neigung der Flächen ein regelmäfsiges oder symmetrisches sein kann). Auch dies Prisma ist noch ein offener Krystallraum. Es hat nur eine Zone, denn die Zonenaxe ist jene gemeinsame Kante. Seine Projektion ist ebenfalls eine dreifach verschiedene, nämlich: a, wenn die Zonenaxe aufserhalb der Projektionsebene liegt, Fig. 12, wo 0 der Zonenpunkt ist. Denn da jede Projektion, wie man sich erinnern wird, aus einem gemeinschaftlichen Punkt aufserhalb jener Ebene geschehen mufs, so denke man sich die drei Flächen eines solchen Prismas in paralleler Lage so weit gerückt, bis sie sich in einer gemeinsamen Kante schneiden. Alsdann repräsentirt letztere die Zonenaxe, und die drei sich schneidenden Sektionslinien stellen den Durchschnitt der drei Flächen mit der Projektionsebene dar. b, Wenn die Zonenaxe der letzteren parallel geht, so ist Fig. 13 die Projektionsfigur; der Zonenpunkt liegt alsdann im Unendlichen, und das Prisma ist auf eine Kante projicirt. Endlich c, wenn eine der drei Flächen der Projektionsebene parallel geht, so entsteht Fig. 14, wo in Betreff des Zonenpunkts dasselbe stattfindet, und wo das Prisma auf eine seiner Flächen projicirt ist.

12

0

13

14

2) Wenn sich drei Flächen (nebst ihren Parallelen) in einem Punkte schneiden, so entsteht das Hexaid. Ein Hexaid ist also ein sechsflächiger Körper, (der erste allseitig geschlossene unserer Betrachtungen) welcher dreierlei Zonen oder Kanten besitzt. Die physikalische Differenz und die Neigung der Flächen, welche bei dem Krystall in seinen drei Flächenpaaren hervortreten, machen das Hexaid zu einer Gruppe von Körpern, welche Würfel, Rhomboeder, vierseitige (quadratische, rechtwinklige, rhombische, rhomboidische) Prismen mit (geraden oder schiefen) Endflächen genannt werden. Auch beim Hexaid findet eine dreifache Projektion statt: a, wenn die drei Zonenaxen die Projektionsebene schneiden, wie in Fig. 15, wo die drei Sektionslinien und die drei Zonenpunkte 0 sichtbar sind. Oder b, wenn die eine Kante (Zonenaxe) des Hexaids der Projektions-

15

0

0

0

16

17

ebene parallel geht, wie in Fig. 16, wo nur zwei Zonenpunkte 0 sichtbar sind, der dritte im Unendlichen liegt. Das Hexaid ist alsdann auf eine seiner Kanten projicirt. Oder endlich c, wenn die eine Fläche des Hexaids der Projektionsebene parallel geht, wo dann nur ein Zonenpunkt sichtbar ist, die beiden anderen im Unendlichen liegen, wie in Fig. 17. Das Hexaid ist dann auf eine seiner Flächen projicirt.

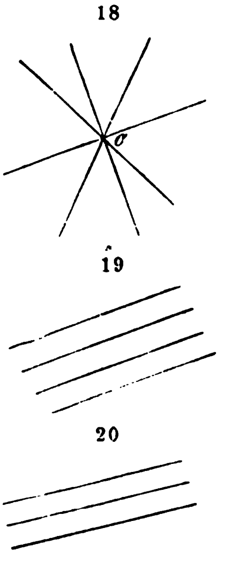
Zur Versinnlichung des eben Gesagten nehme man ein bestimmtes Hexaid, einen Würfel oder ein Rhomboeder, und stelle den Körper: a, auf eine Ecke, b, auf eine Kante, c, auf eine Fläche. Man lasse dann in Gedanken die parallelen Flächenpaare zu einzelnen Flächen zusammenfallen, und verlängere dieselben, bis sie die horizontale Projektionsebene schneiden. Man bezeichne auf dieser die Durchschnitte durch Linien, und wird so die drei letzten Figuren leicht erhalten.

Dafs jedes Hexaid als eine Durchdringung von drei vierseitigen Prismen betrachtet werden kann, ergiebt sich schon aus einer Vergleichung der Fig. 9 und 15.

Da ein vierseitiges Prisma durch einen Kantenwinkel bestimmt ist, so mufs jedes Hexaid drei Kantenwinkel haben.

Vier Krystallflächen. Wenn sich vier Flächen gegenseitig schneiden, so kann dies in dreifach verschiedener Art geschehen:

1) Vier Flächen schneiden sich in einer Kante (Zone). Der hierdurch entstehende offene Krystallraum ist das achtseitige Prisma. Seine Projektion ist verschieden: a, wenn die Zonenaxe die Projektionsebene schneidet, so entsteht das Projektionsbild Fig. 18, b) wenn die Zonenaxe, d. h. eine der vier unter sich parallelen Kanten in der Projektionsebene liegt, so entsteht Fig. 19, wobei der Zonenpunkt im Unendlichen liegt. Das Prisma ist alsdann auf eine seiner Kanten projicirt. c) Wenn eine der vier Flächen der Projectionsebene parallel geht, so entsteht Fig. 20. Auch hier liegt der Zonenpunkt im Unendlichen, und das Prisma hat man dann auf eine seiner Flächen projicirt.



Vergleicht man Fig. 18 mit Fig. 9, so ergiebt sich daraus, wie Abstumpfungen von Kanten sich in der Projektion darstellen, nämlich durch Hinzutreten neuer Sektionslinien in dem gemeinsamen Zonenpunkt.

Denn ein achtseitiges Prisma entsteht ja durch Abstumpfung der Kanten eines vierseitigen.

Wir erläutern bei diesem Anlafs die häufig vorkommenden Ausdrücke: Abstumpfung, Zuschärfung und Zuspitzung.

Eine Kante wird abgestumpft, wenn sie durch eine Fläche ersetzt wird, die mit den beiden anstofsenden Flächen parallele Kanten bildet, also mit ihnen in eine Zone fällt. Eine *gerade* Abstumpfung findet statt, wenn die neue Fläche gleiche Neigung hat gegen die beiden in der durch sie verdrängten Kante zusammenstofsenden Flächen, *schiefe* Abstumpfung, wenn diese Neigung ungleich ist.

Eine Ecke wird abgestumpft, wenn an der Stelle einer Ecke eine Fläche auftritt.

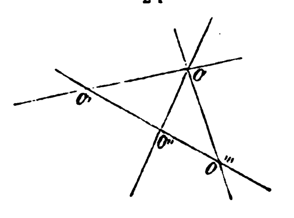
Eine Kante wird zugeschärft, wenn sie durch zwei Flächen ersetzt wird, welche mit den in jener Kante sich schneidenden Flächen parallele Kanten bilden (mit ihnen in eine Zone fallen).

Eine Ecke wird zugeschärft, wenn an ihrer Stelle zwei Flächen auftreten, welche Zuschärfungsflächen auf den Flächen oder auf den Kanten, die in jener Ecke zusammenstofsen, *aufgesetzt* sein können.

Eine Ecke wird zugespitzt, wenn an ihrer Stelle drei oder mehr Flächen vorhanden sind, welche Zuspitzungsflächen wieder auf die Flächen oder die Kanten aufgesetzt sein können.

Bei den krystallographischen Prismen, welche nicht mehr blos offene Krystallräume sind, stellt man wegen physikalischer Unterschiede die *Seitenflächen* der *Endfläche* gegenüber. Die letztere ist *gerade angesetzt* (gerade Endfläche), wenn sie mit den Kanten oder Seitenflächen des Prismas rechte Winkel bildet; sie ist *schief angesetzt* (schiefe Endfläche), wenn dies nicht der Fall ist.

2) *Von den vier Flächen schneiden sich drei in einer Zone, (d. h. in parallelen Kanten), und werden sämmtlich von der vierten geschnitten.* Hierdurch entsteht ein *sechsseitiges Prisma mit Endfläche.* Da die vierte Fläche mit jeder der drei übrigen eine neue Kante, d. h. eine neue besondere Zone bildet, so hat dieser Körper *vier* Zonen, und kann als eine Durchdringung von drei vierseitigen Prismen mit einem sechsseitigen betrachtet werden. Die Projektion geschieht: a) wenn alle 4 Zonenaxen die Projektionsebene schneiden, wodurch ein Bild wie Fig. 21 entsteht, nämlich drei sich in einem Punkte schneidende Linien, welche von einer vierten geschnitten werden. Hier sind alle vier Zonenpunkte sichtbar, nämlich ein dreiflächiger, 0, dem sechsseitigen Prisma angehörig, und drei zwei-


21

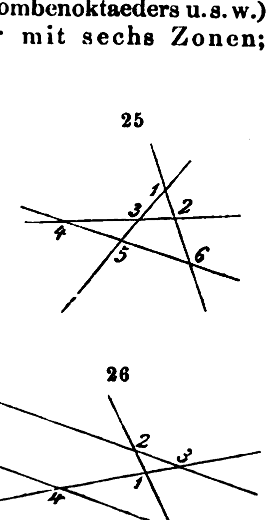
flächige, O', O'', O''', den drei vierseitigen Prismen zukommend. b) Wenn die eine Zonenaxe der Projektionsebene parallel geht, wodurch Fig. 22. entsteht, wo nur drei Zonenpunkte sichtbar werden, der vierte im Unendlichen liegt. Das Prisma ist in diesem Fall auf eine seiner Seitenkanten projicirt. c) Wenn eine der drei Flächen, die sich in einer Zone schneiden, der Projektionsebene parallel geht, so entsteht Fig. 23, wo nur zwei Zonenpunkte sichtbar sind, die beiden anderen im Unendlichen liegen. Das Prisma ist in diesem Fall auf eine seiner Seitenflächen projicirt. d) wenn die vierte Fläche, welche die drei anderen schneidet, der Projectionsebene parallel geht. Alsdann entsteht Fig. 24 mit nur einem Zonenpunkt. Das Prisma ist in diesem Fall auf die Endfläche projicirt.

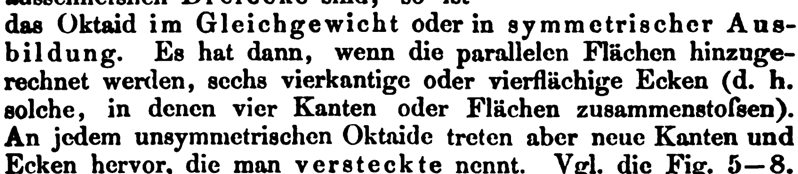
22

23

24

3) Vier Flächen schneiden sich in einem Punkt. Der hierdurch enstehende Körper ist das Oktaid, das sich, sobald physikalische Unterschiede und Winkelgröfsen in Betracht kommen, in die Gruppe der Oktaeder, (des regulären, Quadrat-Rhombenoktaeders u. s. w.) auflöst. Das Oktaid ist ein Körper mit sechs Zonen; dies folgt schon daraus, dafs das aus drei sich in einem Punkte schneidenden Flächen entstehende Hexaid drei Zonen hat. Da nun die beim Oktaid hinzutretende vierte Fläche mit jeder der drei anderen eine neue Zone bildet, so ergeben sich für das Oktaid sechs Zonen. Die Projektion eines Oktaids geschieht: a) wenn sämmtliche sechs Zonenaxen die Projektionsebene schneiden; dann entsteht das Bild von Fig. 25, in welchem sämmtliche Zonenpunkte sichtbar sind. Aus dieser Figur ergiebt sich zugleich, dafs man das Oktaid als eine Durchdringung von sechs vierseitigen Prismen betrachten kann. b) Wenn eine Zonenaxe der Projektionsebene parallel geht, so entsteht Fig. 26. Hier sind nur fünf Zonenpunkte sichtbar. Das Oktaid ist dann auf eine seiner Kanten projicirt.





c) Wenn zwei Zonenaxen der Projektionsebene parallel gehen; dann entsteht Fig. 27 mit nur vier Zonenpunkten. Das Oktaid ist dann so auf eine Ecke projicirt, dafs die Projektionsebene durch die durch zwei in einer Ecke gegenüberstehende Kanten gelegte Ebene repräsentirt wird. d) Wenn die eine der vier Oktaidflächen der Projectionsebene parallel geht. Dann bildet sich Fig. 28 mit nur drei Zonenpunkten. Das Oktaid ist hier auf eine seiner Flächen projicirt.

Wenn die Flächen eines Oktaids ausschliefslich Dreiecke sind, so ist das Oktaid im Gleichgewicht oder in symmetrischer Ausbildung. Es hat dann, wenn die parallelen Flächen hinzugerechnet werden, sechs vierkantige oder vierflächige Ecken (d. h. solche, in denen vier Kanten oder Flächen zusammenstofsen). An jedem unsymmetrischen Oktaide treten aber neue Kanten und Ecken hervor, die man versteckte nennt. Vgl. die Fig. 5—8.

Axen. Diejenigen Linien, welche je zwei gegenüberliegende Ecken, Kanten oder Flächen eines Krystalls so verbinden, dafs sie sich im Mittelpunkt desselben schneiden, werden Axen genannt. Da diejenigen Stellen der Krystalloberfläche, welche beide Endpunkte einer Axe trifft, immer gleichartig beschaffen sind, so sind Axen überhaupt als Richtungen zu betrachten, nach denen der Krystall symmetrisch gebildet ist. Sie lassen sich nur dann wirklich darstellen, wenn die Körper symmetrisch ausgebildet sind. So liegen in jedem symmetrischen Oktaid drei Axen, welche die gegenüberstehenden Ecken verbinden, in jedem symmetrischen Würfel drei, welche die Mittelpunkte je zweier paralleler Flächen durchbohren u. s. w.

Sobald man aus der rein mathematischen Betrachtung der Krystallformen in die physikalische eintritt, wo die Neigung der Flächen in Betracht kommt, so ergeben sich für die Axen eines Krystalls als wesentlich: 1) ihre Neigung gegen einander; und 2) ihre relative Länge. Was die Neigung der Axen betrifft, so kann dieselbe recht- oder schiefwinklig sein, und dies für eine oder mehrere von ihnen. Die Länge jeder Axe, oder vielmehr jeder Hälfte, (da sie vom Durchschnittspunkt bis zur Oberfläche des Krystalls gerechnet wird) wird natürlich ihrer absoluten Gröfse nach nicht bestimmt, wohl aber kommt stets die relative Länge der Axen oder ihrer Hälften in Betracht.

In einem jeden symmetrischen Oktaide werden die drei

Linien, welche seine gegenüberliegenden Ecken verbinden, sich gegenseitig schneiden und halbiren, weil jede Ebene, in welcher vier Kanten des Körpers liegen, ein Parallelogramm bildet, und die Axen die Diagonalen desselben sind.

Dies läſst sich leicht an jedem Oktaeder, einem regulären oder Rhombenoktaeder, nachweisen.

Die Oktaidfläche hat nun eine solche Lage, daſs sie diese drei Axen schneidet. Nennt man letztere a, b und c, so schneidet eine jede Oktaidfläche jede Axe in einer bestimmten Entfernung vom Mittelpunkt, welche als Einheit = 1a, 1b, 1c oder mit Weglassung des Coefficienten = a, b, c betrachtet werden mag. So verschieden diese drei Gröſsen unter sich sein können, so ist doch klar, daſs alle vier Oktaidflächen (und ihre Parallelen) die Axen in gleicher Weise schneiden müssen.

Bei der weiteren Betrachtung stelle man ein für allemal das Axenkreuz so, daſs eine Axe gegen den Beschauer gerichtet sei, und nenne diese a; die zweite mit ihr in horizontaler Stellung befindliche, ihm gleichsam parallel gehende, sei stets mit b, und die dritte aufrecht stehende mit c bezeichnet. Das Oktaid werde also stets so gehalten, daſs eine seiner Ecken dem Beobachter zugekehrt, und eine nach oben gerichtet sei.

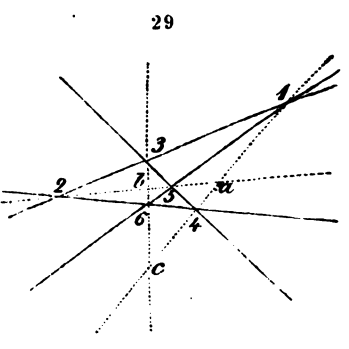
Da, wie früher gesagt wurde, die Richtung einer Krystallfläche ihre wichtigste Eigenschft ist, und diese Richtung oder Lage sich stets leicht angeben läſst durch das Verhältniſs, in welchem sie die Axen schneidet, so ergiebt sich hieraus, daſs man zur Bezeichnung einer Fläche nur ihre Lage gegen die Axen anzugeben habe. So bezeichnet man jede Oktaidfläche durch a:b:c, welches ausdrückt, daſs man es mit einer Fläche zu thun habe, welche von drei bestimmten Axen a, b und c gewisse Stücke abschneidet, deren Länge man = 1 setzt.

Der allgemeinste Fall, wo die drei Axen unter sich verschiedene Werthe haben, ist hier durch die drei verschiedenen Buchstaben angedeutet. Findet man nun ein Oktaid, in welchem die Axe b gleich ist der Axe a, so ist das Zeichen seiner Flächen = a : a : c. Man stellt dann stets die Axe c aufrecht. Findet man endlich ein solches, bei dem alle drei Axen gleichen Werth haben, so nennt man sie sämmtlich a, und giebt der Fläche das Zeichen a : a : a.

Es wird sich später ergeben, daſs das reguläre Oktaeder = a : a : a, das Quadratoktaeder = a : a : c, und das Rhombenoktaeder = a : b : c sind.

Die Deduktionskörper.

Unter Deduktionskörpern versteht man solche, deren Flächen, ihrer Lage nach, durch die Kanten eines gegebenen Körpers bestimmt sind.



I. Wenn man in dem allgemeinsten Projektionsbilde des Oktaids, Fig. 25, die noch unverbundenen Zonenpunkte, nämlich 1 und 4, 2 und 5, 3 und 6, durch drei neue Sektionslinien verbindet, wie in Fig. 29, so bildet sich dadurch ein neuer Körper, welcher drei Zonen, a, b u. c, und drei Flächenpaare, oder sechs Flächen hat, mithin ein Hexaid ist, wie auch der Vergleich der durch die neuen Sektionslinien entstehenden Figur mit Fig. 15 darthut.

Ebenso könnte man bei den übrigen Projektionsfiguren des Oktaids (Fig. 26, 27 und 28) verfahren, nur würden dann nicht sämmtliche neue Zonenpunkte sichtbar werden.

Das Hexaid, welches hier aus dem Oktaid entwickelt wird, heifst in Bezug auf letzteres, das zugehörige Hexaid.

Das zugehörige Hexaid stumpft die Ecken des symmetrischen Oktaids ab. Dies zeigt die Projektion. Denn da, wie man weifs, in einem Zonenpunkte sich alle die Flächen schneiden, welche unter sich parallele Kanten bilden, d. h. in einer Zone liegen, und der Figur nach jedem Zonenpunkte beim Oktaid zwei Flächenpaare, d. h. vier Flächen entsprechen, ein vierseitiges Prisma bildend, so müssen die Kanten dieses Prismas durch die der dritten Sektionslinie entsprechenden Hexaidflächen abgestumpft werden. In der That sieht man dies an jedem unsymmetrischen Oktaid (z. B. an einem verzogenen regulären Oktaeder, in seiner Combination mit dem Würfel). Wird aber das Oktaid symmetrisch, befindet es sich im Gleichgewicht, so dafs seine sämmtlichen Flächen als Dreiecke erscheinen, so verkürzen sich auch die sechs vierseitigen Prismen, aus denen es gleichsam besteht, so, dafs an die Stelle der Kanten nun Ecken treten. An dem symmetrischen Oktaid stumpft also das zugehörige Hexaid die Ecken ab.

Jede Oktaidfläche fällt nach der Projektion in 3 Kanten, jede der neuen Flächen in 2 Oktaidkanten; sie müssen also die Oktaidecken abstumpfen.

Natürlich kann man, der Fig. 29 gemäfs, auch sagen: das Oktaid stumpft die Ecken des zugehörigen Hexaids ab.

Das Angeführte und die Projektionsfigur 29 erläutern auch ohne Weiteres den wichtigen Satz: Jede Fläche des Hexaids fällt stets gleichzeitig in zwei Zonen des Oktaids.

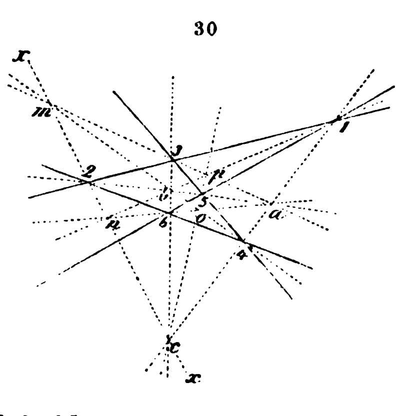
Da die Hexaidflächen die Ecken des Oktaids abstumpfen, so können sie nur von je einer der drei Axen getroffen werden, die für das Oktaid construirt wurden, und müssen den beiden anderen parallel gehen. Indem Parallellaufen und in unendlicher Entfernung sich Treffen gleichgesetzt werden, giebt man den Flächen des Hexaids, bezogen auf die Axen seines zugehörigen Oktaids, die Zeichen:

$$a : \infty b : \infty c; \quad b : \infty a : \infty c; \quad c : \infty a : \infty b.$$

Es wird später gezeigt werden, dass die drei Flächenpaare des Hexaids nur in dem Fall zu einem Körper zusammen bleiben, wenn a = b = c ist, (Würfel des regulären Systems), sonst aber sich in ein vierseitiges Prisma und ein einzelnes Flächenpaar, oder selbst in drei einzelne Flächenpaare auflösen. (Jenes im viergliedrigen System, wo a = b, letzteres in den übrigen ungleichaxigen Systemen).

II. Wenn man in der Projektion des Oktaids und seines zugehörigen Hexaids, Fig. 29, die drei neuen Hexaidzonenpunkte mit den beiden Oktaidzonenpunkten verbindet, wo dies noch möglich ist, nämlich a mit 3 und 6, b mit 1 und 4, c mit 2 und 5, wie in Fig. 30, so wird dadurch ein neuer Körper beschrieben, dessen sechs Sektionslinien sechs Flächenpaare oder 12 Flächen andeuten. Er heisst das zugehörige Dodekaid.

30



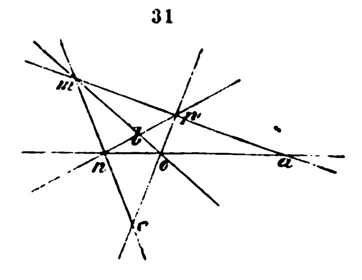
Es hat also jedes Oktaid sein zugehöriges Hexaid und Dodekaid und umgekehrt.

Aus der Projektionsfigur sieht man, dass eine jede Dodekaidfläche einerseits in eine Zone fällt mit zwei Oktaidflächen und einer Hexaidfläche (wie z. B. die Sektionslinie xx im Zonenpunkt 2) und andererseits mit zwei Hexaidflächen (wie xx in c). Eine jede Fläche aber, welche mit zwei anderen (für sich ein vierseitiges Prisma bildenden) in eine Zone fällt, stumpft die Kante zwischen diesen ab. Es stumpfen also die Flächen des Dodekaids die Kanten des zugehörigen Oktaids ab. Da ferner jede Dodekaidfläche auch mit zwei Hexaidflächen in eine Zone fällt, so tritt die Abstumpfung auch bei diesen ein, d. h. die Flächen des Dodekaids stumpfen gleichfalls die Kanten des zugehörigen Hexaids ab.

Da das symmetrische Oktaid 12 Kanten hat, so sind es diese, welche durch die 12 Flächen des Dodekaids abgestumpft werden, während die 6 versteckten Kanten, welche zu Ecken geworden sind, an dem unsymmetrischen Körper durch die Hexaidflächen abgestumpft werden.

Diese Erscheinungen werden an drei bestimmten Hexaiden, **Oktaiden** und Dodekaiden anschaulich gemacht, z. B. am Würfel, **Oktaeder und** Granatoeder.

31



Nimmt man aus Fig. 30 das Projektionsbild des Dodekaids allein heraus, so erscheint es wie in Fig. 31. Man sieht dann, dass es 7 Zonenpunkte hat, nämlich 4 dreilinige, m, n, o, p, und 3 zweilinige a, b, c. Das Dodekaid hat folglich 7 Zonen, von denen 4 durch je drei Flächenpaare (oder 6 Flächen), 3 durch je zwei Flächenpaare (oder 4 Flächen) gebildet werden, so dass man den ganzen Körper als eine Durchdringung von 4 sechsseitigen und 3 vierseitigen Prismen betrachten kann. In seiner symmetrischen Gestalt, d. h., wenn alle Flächen sich im Gleichgewicht befinden, verschwinden die Kanten der 3 vierseitigen Prismen und alle Flächen erscheinen als Parallelogramme. (Granatoeder des regulären Systems; Quadratoktaeder der zweiten Ordnung mit dem quadratischen Prisma erster Ordnung im viergliedrigen System; die Combination des ersten, zweiten und dritten Paares eines Rhombenoktaeders im zweigliedrigen System u. s. w.)

Da die Flächen des Dodekaids die Kanten des Oktaids abstumpfen, also die Lage derselben haben, so müssen sie in gleicher Art die drei Axen des Oktaids schneiden. Jede Oktaidkante schneidet zwei Axen; die Dodekaidfläche schneidet mithin gleichfalls zwei Axen, und geht mit der dritten Axe parallel (da eine schiefe Abstumpfung der Oktaidkanten, welche eine die drei Axen chneidende Fläche liefern würde, keine Dodekaidfläche sein sann, insofern sie dann nicht mit zwei Hexaidflächenpaaren in eine Zone fallen würde).

Das Zeichen der Dodekaidflächen oder des ganzen Körpers ist folglich

$$a : b : \infty c; \quad a : c : \infty b; \quad b : c : \infty a.$$

Dasselbe Zeichen ergiebt sich aus der Beziehung des Dodekaids zum zugehörigen Hexaid. Die Kanten des letzteren gehen den Axen parallel, können mithin als solche betrachtet werden. Jeder Fläche, welche eine Hexaidkante abstumpft, d. h. einer Dodekaidfläche, geht also eine jener Axen, oder letztere geht ihr parallel, während die beiden anderen Axen sie schneiden.

Ist das Dodekaid symmetrisch ausgebildet, so hat es 6 Ecken,

den Axenendpunkten entsprechend, in deren jeder 4 Flächen zusammenstossen. Dies sind zugleich die sechs Ecken des Oktaids. Da nun diese durch die Hexaidflächen abgestumpft werden, so stumpft das Hexaid zugleich die vierkantigen (oktaedrischen) Ecken des Dodekaids ab. An der Stelle jeder Oktaidfläche ist aber gleichsam eine dreiseitige Pyramide vorhanden, gebildet durch die 3 aus der Abstumpfung der drei Oktaidkanten hervorgegangenen Dodekaidflächen. Die Spitzen dieser Pyramiden sind dreikantige Dodekaidecken, deren der Körper acht hat. Sie haben die Lage der acht Hexaidecken (heissen daher beim Dodekaid des regulären Systems, dem Granatoeder, nach dem Hexaide dieses Systems die Würfelecken). Da die Oktaidflächen die Hexaidecken abstumpfen, so stumpfen sie mithin auch die dreikantigen Ecken des Dodekaids ab.

Das Oktaid nebst seinem Hexaid und Dodekaid sind die drei Grundkörper, welche sich in allen Krystallsystemen wiederholen. Sie sind die einzigen, deren Elächen die Axen in der Einheit schneiden. Durch Verbindung ihrer gegenseitigen Zonenpunkte entstehen neue Körper, bei denen dies nicht mehr der Fall ist.

Bei der Wichtigkeit ihrer Kantenzonen heben wir hier nochmals hervor:

1) Die Kantenzone des Hexaids. In ihr liegen Hexaidfläche und Dodekaidfläche. Die Axe einer solchen Zone ist eine der Oktaidaxen a, b oder c.

2) Die Kantenzone des Oktaids. In ihr liegen Dodekaid-, Oktaid- und Hexaidfläche. Die Axe einer solchen Zone ist die Kante des Oktaids, eine Linie, welche je 2 Axenendpunkte verbindet, also a : b, a : c oder b : c.

3) Die Kantenzone des Dodekaids. In ihr liegen drei Dodekaidflächenpaare.

Demonstration an Modellen, welche z. B. die Combination von Oktaeder mit Würfel und Granatoeder darstellen.

Im Vorhergehenden wurde das Oktaid auf drei Axen bezogen, welche seine Ecken verbinden. In diesem Fall war der Ausdruck für seine 4 Flächenpaare derselbe. Denn wenn man z. B. die oberen 4 Flächen eines Oktaids wählt, die Endpunkte der Axe a mit a und a′, die von b mit b und b′ bezeichnet, so sind diese vier Flächen:

$$a : b : c; \quad a : b' : c; \quad a' : b : c; \quad a' : b' : c.$$

Man kann nun das Oktaid auch auf andere Axen beziehen, z. B. auf drei, von denen eine, a, zwei Ecken, die beiden anderen b und c aber die Mitte je zweier in einer Ecke gegenüber-

liegender Kanten treffen. Alsdann aber würden die Oktaidflächen die Ausdrücke erhalten:

$a : b : \infty c$; $a : b' : \infty c$; $a : c : \infty b$; $a' : c : \infty b$.

Weil diese Ausdrücke ungleich sind, wählt man zweckmässiger stets die Axen, welche sich nur auf die Ecken beziehen.

Noch weniger einfache Ausdrücke würden andere Axen, die möglich sind, zur Folge haben.

Bestimmung neuer Flächen und Zonen aus gegebenen.

Die Projektionsmethode lehrt einige einfache Formeln, mittelst derer man aus gegebenen Zonen das Zeichen der in sie fallenden Flächen, so wie aus gegebenen Flächen die Lage der dadurch entstehenden Kanten oder Zonenaxen findet. Wenn also die Lage gewisser Flächen gegen die Axen als gegeben betrachtet wird, so ist da, wo sich Zonen beobachten lassen, die Möglichkeit vorhanden, die Lage neuer Flächen durch Rechnung zu finden, die sich vielleicht durch Winkelmessungen nicht gut bestimmen lässt.

Beim Projiciren eines Körpers denkt man sich zwei Axen (a und b) in der Projektionsebene liegen, die dritte (c) ausserhalb jener, und sie in ihrem Durchschnittspunkt (o) treffend. Alle zu projicirende Flächen werden in Gedanken durch den Punkt c gelegt, und dieser sowohl wie a und b stellen die Einheiten der drei Axen dar, deren Neigung und relative Länge zunächst gar nicht in Betracht kommen.

Alle nur denkbaren Flächen werden nun in der Projektion sich folgendermassen darstellen:

1) Die Fläche $c : \infty a : \infty b$ (Hexaidfläche), welche der Projektionsebene parallel geht, wird durch diese selbst repräsentirt, und erscheint mithin gar nicht in der Projektion.

2) Die Flächen $b : \infty a : \infty c$ und $a : \infty b : \infty c$ (Hexaidflächen) fallen, parallel mit sich fortgerückt, bis sie durch c gehen, mit den durch die Axen a und c und b und c gebildeten Ebenen zusammen. Ihre Durchschnitte mit der Projektionsebene, d. h. ihre Sektionslinien, fallen daher mit den Axen a und b zusammen.

3) Die Flächen $a : b : \infty c$ (Dodekaidflächen), so wie überhaupt alle Flächen $ma : nb : \infty c$ oder $\frac{1}{m} a : \frac{1}{n} b : \infty c$, d. h. alle, welche mit der Axe c parallel gehen, aber a und b nicht in der Einheit, sondern in grösseren Abständen oder in Theilen schneiden (m und n sind in der Wirklichkeit stets ganze Zahlen) bilden, da sie, um durch c zu gehen, bis in den Durchschnittspunkt o gerückt werden müssen, Sektionslinien, die durch o gehen.

4) Alle Flächen, welche mit der Axe b parallel gehen, a und c aber in der Einheit oder in irgend einem anderen Verhältniss

schneiden, d. h. $ma : nc : \infty b$ oder $\frac{1}{m} a : \frac{1}{n} c : \infty b$ (worin die Dodekaidfläche $a : c : \infty b$ enthalten ist, wenn m und n = 1 werden), erscheinen in der Projektion als Linien, die der Axe b parallel gehen. Ebenso alle Flächen $mb : nc : \infty a$ oder $\frac{1}{m} b : \frac{1}{n} c : \infty a$ als Linien, die der Axe a parallel gehen.

Hätte man z. B. eine Fläche zu projiciren, welche die Axe c in der Hälfte ihrer Länge, die Axe a in einem Drittel ihrer Länge (stets von o an gerechnet) schneidet, und mit b parallel geht, welche also $\frac{1}{3} a : \frac{1}{2} c : \infty b$ heisst, so rückt man sie in Gedanken in paralleler Richtung fort, bis sie durch c, d. h. 1 c geht; sie schneidet dann $\frac{2}{3}$ von a ab, und ihre Sektionslinie ist dann eine der Axe b parallele Linie, welche $\frac{2}{3}$ von a schneidet.

5) Alle Flächen, welche sämmtliche drei Axen schneiden, sei es in der Einheit, (wie die Oktaidfläche), oder in irgend einem anderen Verhältniss, können auf die Ausdrücke $\frac{m}{n} a : \frac{p}{q} b : c$ zurückgeführt werden Ihre Sektionslinien schneiden die Axen a und b gleichzeitig.

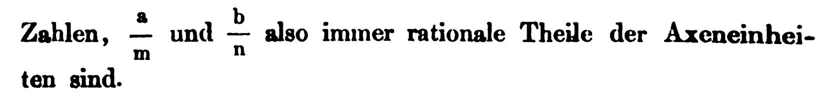
Wäre z. B. eine Fläche $\frac{2}{3} a : \frac{3}{4} b : \frac{4}{5} c$ gegeben, so ist ihr Ausdruck zugleich $\frac{5}{6} a : \frac{15}{16} b : c$. Ihre Sektionslinie schneidet mithin von der Axe a $\frac{5}{6}$, von b $\frac{15}{16}$ ab.

Schneiden sich zwei Sektionslinien, so bilden sie in ihrem Durchschnitt einen Zonenpunkt, d. h., wenn man sich von diesem Punkte bis zum Punkt c, durch den die Flächen gelegt sind, eine gerade Linie gezogen denkt, so ist dies die Lage der Kante, in der jene Flächen am Körper sich schneiden, oder ihre Zonenaxe.

Wenn z. B. in Fig. 32. oa und ob die Einheiten der beiden Axen darstellen, und zwei Flächen, nämlich $a : b : c$ und $\frac{3}{2} a : \frac{1}{2} b : c$ durch die Sektionslinien xx und yy repräsentirt werden, so bilden sie den Zonenpunkt p, und eine in Gedanken von p nach c gezogene Linie stellt die Kante oder Axe dieser Flächen (oder vielmehr Flächenpaare) vor.

32.

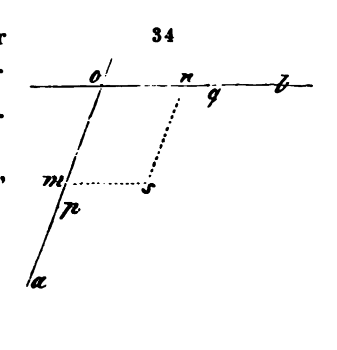
Die Lage eines jeden Zonenpunktes, der zwischen die Axen a und b fällt, ist durch zwei Coordinaten bestimmt. Es sei z B. in Fig. 33. der Zonenpunkt p gegeben, so zeichnet man das Parallelogramm ompn. Ist on $= \frac{1}{2}$a, om $= \frac{1}{3}$ b, so schreibt man $p = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$, oder ganz allgemein jeden solchen Zonenpunkt $p = \frac{a}{m} + \frac{b}{n}$, wo m und n immer ganze



Zahlen, $\frac{a}{m}$ und $\frac{b}{n}$ also immer rationale Theile der Axeneinheiten sind.

Kantenzonenpunkte nennt man vorzugsweise diejenigen, für welche $m = n$ ist. Sie liegen stets in der Sektionslinie der Fläche a : b : ∞ c, wie eine einfache geometrische Betrachtung zeigt.

Ist z. B. in Fig. 34 om $= \frac{1}{2}$ a, on $= \frac{1}{2}$ b, so ist s ein Kantenzonenpunkt, $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$.



Liegt ein Zonenpunkt in einer der Axen, so wird für ihn m oder n $= 0$. was man durch $\frac{a}{\infty}$ oder $\frac{b}{\infty}$ ausdrückt. Ist z. B. in Fig. 34 op $= \frac{a}{m}$, oq $= \frac{b}{n}$, so wird der Zonenpunkt p durch $\frac{a}{m} + \frac{b}{\infty}$, der Zonenpunkt q durch $\frac{a}{\infty} + \frac{b}{n}$ bezeichnet.

I. Es sind zwei Zonenpunkte gegeben: $\frac{a}{m} + \frac{b}{n}$, und $\frac{a}{m'} + \frac{b}{n'}$. Es ist das Zeichen der Sektionslinie zu suchen, welche durch beide hindurchgeht.

Es seien in Fig. 35 beide Zonenpunkte angedeutet: om sei der mte Theil von a, also $\frac{a}{m}$; on der nte Theil von b, also $\frac{b}{n}$; ebenso om' $= \frac{a}{m'}$, und on' $= \frac{b}{n'}$.

Die Sektionslinie sei pq; so ist der Werth von op $= \frac{a}{p}$ und oq $= \frac{b}{q}$ zu suchen, da die Fläche, welche durch diese Linie repräsentirt wird, durch c geht.

$$\frac{a}{p} : \frac{a}{m} = \frac{b}{q} : \frac{b}{q} - \frac{b}{n}$$

$$\frac{a}{m} \cdot \frac{p}{a} = \frac{b}{q} - \frac{b}{n} \cdot \frac{q}{b} \qquad \frac{p}{m} = \frac{bn - bq}{qn} \cdot \frac{q}{b}$$

$$\frac{p}{m} = \frac{b(n-q)}{qn} \cdot \frac{q}{b} = \frac{n-q}{n}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{n}{n-q} \quad (A)$$

Ferner:

$$\frac{a}{p} : \frac{a}{m'} = \frac{b}{q} : \frac{b}{q} - \frac{b}{n'}, \text{ woraus } \frac{m'}{p} = \frac{n'}{n'-q} \quad (B)$$

$$\frac{1}{p} = \frac{n}{m(n-q)} = \frac{n'}{m'(n'-q)}$$

$$m'nn' - m'nq = mnn' - mn'q$$

$$m'nn' - mnn' = m'nq - mn'q$$

$$nn'(m' - m) = q(m'n - mn')$$

$$q = \frac{nn'(m'-m)}{m'n - mn'} \quad (C)$$

Durch Substitution dieses Werthes in A:

$$\frac{m}{p} = \frac{n}{n - \frac{nn'(m'-m)}{m'n - mn'}} = \frac{n}{\frac{n(m'n - mn') - nn'(m'-m)}{m'n - mn'}}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{m'n - mn'}{(m'n - mn') - n'(m'-m)} = \frac{m'n - mn'}{m'n - m'n'}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{m'n - mn'}{m'(n - n')}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{m'n - mn'}{mm'(n - n')}$$

$$\frac{a}{p} = \frac{m'n - mn'}{mm'(n-n')} \cdot a \quad (D)$$

Aus C folgt

$$\frac{b}{q} = \frac{m'n - mn'}{nn'(m' - m)} \cdot b \quad (E)$$

Die in D und E gefundenen Werthe drücken also die Stücke der Axeneinheiten a und b aus, welche die durch die Einheit von c gelegte, und durch die Sektionslinie pq dargestellte Fläche abschneidet. Ihr Zeichen ist also:

$$\frac{m'n - mn'}{mm'(n - n')} a : \frac{m'n - mn'}{nn'(m' - m)} \cdot b : c$$

Beispiel. Es sei om = a, on = $\frac{b}{4}$, om' = $\frac{a}{3}$, on' = $\frac{b}{2}$; so ist der erste Zonenpunkt = $\frac{a}{1} + \frac{b}{4}$, der zweite $\frac{a}{3} + \frac{b}{2}$, mithin m = 1, m' = 3, n = 4, n' = 2. Werden diese Zahlen in den allgemeinen Ausdruck substituirt, so ist das Zeichen der Sektionslinie $\frac{5}{3}$ a : $\frac{5}{8}$ b, oder das vollständige der Fläche:

$$\frac{5}{3} a : \frac{5}{8} b : c.$$

II. Es sind zwei Kantenzonenpunkte in anliegenden Quadranten gegeben, $\frac{a}{m} + \frac{b}{m}$, und $\frac{a}{m'} + \frac{b}{m'}$. Es ist das Zeichen der durch sie bestimmten Sektionslinie zu finden.

Man substituirt in der Formel I.:

$$n = m, \ m' = -m' \text{*}), \ n' = m'.$$

Man erhält alsdann:

$$\frac{-mm' - mm'}{-mm'(m - m')} a : \frac{-mm' - mm'}{mm'(-m' - m)} b : c$$

$$\frac{-2mm'}{-mm'(m - m')} a : \frac{-2mm'}{-mm'(m + m')} b : c$$

$$\frac{2}{m - m'} a : \frac{2}{m + m'} b : c.$$

In diesem Fall ist b die zwischenliegende Axe. Ist dies a, so vertauschen sich die Werthe von a und b.

---

*) Dieser Werth wird negativ, weil er jenseits des Mittelpunktes der Axen liegt.

Beispiel. In Fig. 36 sei $oa = a$, $ob = b$, $op = \frac{a}{4}$, $oq = \frac{b}{4}$, so ist $m = 1$, $m' = 4$, und man erhält für xx das Zeichen

$$-\frac{2}{3} a : \frac{2}{5} b : c,$$

worin das Minuszeichen andeutet, dass dies das jenseits 0 liegende Stück der Axe a sei. Gewöhnlich lässt man es fort, und bezeichnet den jenseitigen Axentheil mit a′ (so wie das links liegende b mit b′).

III. Es sind zwei Zonenpunkte gegeben, von denen der eine in der Axe a liegt, und $\frac{a}{m} + \frac{b}{\infty}$, der andere in demselben Quadranten liegende ein Kantenzonenpunkt $\frac{a}{m'} + \frac{b}{m'}$ ist. Es ist das Zeichen der Sektionslinie zu finden.

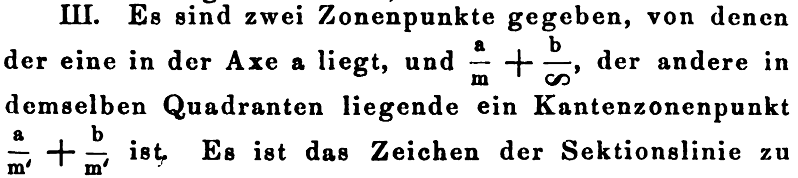


Fig. 37 zeigt diesen Fall. Man substituirt in der Formel I. $n = \infty$, $n' = m'$. Man erhält dann:

$$\frac{\infty m' - m m'}{m m' (\infty - m')} a : \frac{\infty m' - m m'}{\infty m' (m' - m)} b : c$$

$$\frac{m' (\infty - m)}{m' m (\infty - m')} a : \frac{m' (\infty - m)}{\infty m' (m' - m)} b : c$$

$$\frac{\infty - m}{m (\infty - m')} a : \frac{\infty - m}{\infty (m' - m)} b : c$$

Durch Verschwinden der endlichen Grössen gegen die unendlichen:

$$\frac{1}{m} a : \frac{1}{m' - m} b : c.$$

Beispiel. Der eine Zonenpunkt sei $\frac{a}{1} + \frac{b}{\infty}$, der andere $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$; so ist $m = 1$, $m' = 2$, und das Zeichen der Sektionslinie $= a : b : c$.

IV. Ein Zonenpunkt, $\frac{a}{m} + \frac{b}{\infty}$, liegt in der Axe, der andere ist ein Kantenzonenpunkt, $\frac{a}{m'} + \frac{b}{m'}$, und liegt zugleich jenseits der anderen Axe. Es ist das Zeichen der Sektionslinie zu finden.

Fig. 38. In diesem Fall ist in der vorigen Formel $m' = -m'$.

$$\frac{1}{m} a : \frac{1}{-m' - m} b : c$$

$$\frac{1}{m} a : \frac{1}{m + m'} b : c.$$

Beispiel. Der eine Zonenpunkt sei $\frac{a}{1} + \frac{b}{\infty}$, der andere $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$, so ist $m = 1$, $m' = 2$, und folglich die Sektionslinie $a : \frac{1}{3} b$, das Zeichen der Fläche mithin $a : \frac{1}{3} b : c$.

V. Es sind zwei Sektionslinien gegeben, $\frac{a}{m} : \frac{b}{n}$ und $\frac{a}{m'} : \frac{b}{n'}$. Es wird der Zonenpunkt beider gesucht.

In Fig. 39 sei der Zonenpunkt, dessen Lage zu bestimmen ist, $\frac{a}{x} + \frac{b}{y}$, so ist:

$$or = \frac{a}{x},\quad os = \frac{b}{y}.$$

$$\frac{a}{m} : \frac{a}{x} = \frac{b}{n} : \frac{b}{n} - \frac{b}{y}$$

$$\frac{a}{x} \cdot \frac{m}{a} = \frac{b}{n} - \frac{b}{y} \cdot \frac{n}{b}$$

$$\frac{m}{x} = \frac{by - bn}{ny} \cdot \frac{n}{b} = \frac{b(y - n)}{ny} \cdot \frac{n}{b} = \frac{y - n}{y}$$

$$\frac{x}{m} = \frac{y}{y - n} \text{ (A).}$$

Ferner:

$$\frac{a}{m'} : \frac{a}{x} = \frac{b}{n'} : \frac{b}{n'} - \frac{b}{y}$$

$$\frac{a}{x} \cdot \frac{m'}{a} = \frac{b}{n'} - \frac{b}{y} \cdot \frac{n'}{b}$$

$$\frac{m'}{x} = \frac{by - bn'}{n'y} \cdot \frac{n'}{b} = \frac{b(y - n')}{n'y} \cdot \frac{n'}{b} = \frac{y - n'}{y}$$

$$\frac{x}{m'} = \frac{y}{y - n'} \text{ (B).}$$

Aus A folgt $x = \frac{my}{y - n}$; aus B folgt $x = \frac{m'y}{y - n'}$

$$\frac{my}{y-n} = \frac{m'y}{y-n'}$$
$$my(y-n') = m'y(y-n)$$
$$m(y-n') = m'(y-n)$$
$$my - mn' = m'y - m'n$$
$$my - m'y = mn' - m'n$$
$$y(m-m') = mn' - m'n$$
$$y = \frac{mn' - m'n}{m - m'}$$
$$y - n = \frac{mn' - m'n}{m - m'} - n = \frac{mn' - m'n - mn + m'n}{m - m'}$$
$$y - n = \frac{mn' - mn}{m - m'}$$

Also nach A

$$x = \frac{m \cdot \frac{mn' - m'n}{m - m'}}{\frac{mn' - mn}{m - m'}} = \frac{m(mn' - m'n)}{m(n' - n)} = \frac{mn' - m'n}{n' - n}$$
$$\frac{a}{x} = \frac{n' - n}{mn' - m'n} \cdot a$$
$$\frac{b}{y} = \frac{m - m'}{mn' - m'n} \cdot b.$$

Der Zonenpunkt erhält also den Ausdruck:

$$\frac{n' - n}{mn' - m'n} \cdot a + \frac{m - m'}{mn' - m'n} b.$$

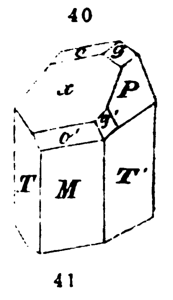
Beispiel. Die eine Sektionslinie sei $\frac{a}{3} : b$, die andere $\frac{a}{2} : \frac{b}{4}$; so ist $m = 3$, $n = 1$, $m' = 2$, $n' = 4$; der Zonenpunkt beider mithin $\frac{3}{10} a + \frac{1}{10} b$.

Anwendung der Zonenlehre. Feldspath.

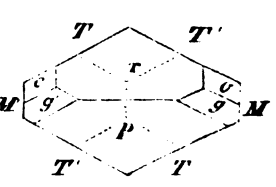
Die Wichtigkeit der Zonenverhältnisse und die Anwendbarkeit der im Vorhergehenden entwickelten Formeln ergiebt sich am besten, wenn man sie an irgend einem Krystall zeigt. Es wurden bis jetzt noch alle physikalischen Eigenschaften der Krystalle ausser Acht gelassen, wie dies die mathematische Behandlung mit sich bringt. Wir werden hier zuerst ihrer zu erwähnen haben, jedoch nur, insoweit dies für die Zonenentwicklung nöthig erscheint.

Keine Mineralgruppe ist vielleicht lehrreicher durch ihre reiche Zonenausbildung als die des Feldspaths, zu welcher Orthoklas, Albit, Labrador, Anorthit u. s. w. gehören.

Eine der einfacheren Formen des gewöhnlichen Feldspaths ist die nebenstehende, wovon Fig. 40 eine perspektivische Seitenansicht, Fig. 41 eine Vertikalansicht der in der Endigung des Krystalls auftretenden Flächen giebt.



Die Flächenpaare T und T' und M und M' bilden ein sechsseitiges Prisma, mit Winkeln von nahe 120°.



Dies Prisma ist begrenzt durch die Flächenpaare P, x, o, o', g und g'. Bei der Betrachtung des Krystalls stellt man denselben so, dass die eine obere P-Fläche nach dem Beobachter (nach vorn) geneigt ist, also die Flächen M, T, o und g auf der rechten, M', T', o' und g' auf der linken vorderen Seite liegen.

Man nennt P die vordere schiefe Endfläche, x die hintere

Um einen solchen Feldspathkrystall zu projiciren, d. h. die Lage seiner Flächen gegen drei Axen in einem Bilde angeben zu können, ist es, wie in allen Fällen, nöthig, vier von seinen Flächenpaaren aufzusuchen, welche ein Oktaid bilden, und dieses Oktaid auf Axen zu beziehen.

Lässt man in Gedanken die Flächen M, M', o, o', g und g' fort, so bilden T, T', P und x ein Oktaid, denn sie haben die Eigenschaften desselben, nämlich unter sich sechs Zonen zu bilden (es fallen nur immer je zwei und zwei in eine Zone). Die Axe a dieses Oktaids sei die kürzere Diagonale in dem Rhomboid, welches ein durch die Kanten TT' rechtwinklich geführter Schnitt bildet. Die Axe b sei die längere Diagonale in demselben; sie wird am Krystall durch die Kante Px repräsentirt. Der Einfachheit wegen werde angenommen, dass beide sich unter einem rechten Winkel schneiden. Die Axe c geht parallel den Kanten TT'.

Diese drei Axen werden für das Oktaid TT'Px angenommen und den Flächen folgende Zeichen gegeben:

$$T = a : b : \infty c, \quad T' = a : b' : \infty c$$

$$P = a : c : \infty b, \quad x = a' : c : \infty b$$

a' ist der hintere Endpunkt von a, b' der links liegende von b. (S. T. I. Fig. 1.)

Die Prismenfläche T, parallel mit sich fortgerückt, bis sie durch c geht, wird in der Projektion als Sektionslinie TT erscheinen. Ebenso T' als T'T' *). Die vordere schiefe End-

*) In der Zeichnung müssen sie sich unter Winkeln von 120° schneiden.

fläche P giebt die Sektionslinie PP, welche natürlich der Axe b parallel geht, und die Axe im Punkte a, d. h. in der Einheit schneidet. Die hintere schiefe Endfläche x hat in a′ ganz dieselbe Lage.

Die Figur zeigt, mit Fig. 26 verglichen, ein auf eine seiner Kanten projicirtes Oktaid, weshalb sie nur fünf Zonenpunkte hat.

Die Flächen g und g′ sind nun ihrer Lage nach durch dies Oktaid bestimmt. Denn sie fallen, wie Fig. 40 und 41 zeigen, mit je zwei Oktaidflächenpaaren in eine Zone. Es sind mithin zwei zugehörige Hexaidflächenpaare. g fällt mit T′ und P einerseits, so wie mit T und x in eine Zone. Ebenso g′ mit T′ und x, und mit T und P. Sie werden also durch die Sektionslinien gg und g′g′ dargestellt, welche die Axe b rechts und links in der Einheit schneiden. Ihr Zeichen ist also b : c : ∞a (und b′ : c : ∞a).

Weiter ergiebt sich die Sektionslinie für die Fläche M und das Zeichen derselben. M, die Abstumpfungsfläche der scharfen Seitenkanten des Prismas TT′, ist dadurch ausgezeichnet, dass nächst P sie der vollkommensten Spaltungsrichtung entspricht (P = erste und M = zweite Spaltungsrichtung) und dass sie beim Orthoklas mit P einen rechten Winkel bildet. Sie fällt einerseits mit T und T′ in eine Zone (horizontale Zone), andererseits bildet sie, wenn die Flächen g und g′ bei grösserer Ausdehnung sich in einer Kante schneiden, wie dies die punktirten Linien in Fig. 41 andeuten, mit beiden g Kanten, welche jener Kante $\frac{g}{g'}$ parallel laufen, d. h. sie fällt mit beiden in eine Zone *). Ihre Sektionslinie muss also durch den Mittelpunkt der Construktion gehen, und zwar, da der Zonenpunkt von g und g′ im Unendlichen liegt, muss sie beiden parallel laufen, d. h. in der Axe a liegen. Ihr Zeichen ist mithin b : ∞a : ∞c (und b′ : ∞a : ∞c). Sie ist eine der dem zu Grunde gelegten Oktaide zugehörigen Dodekaidflächen.

Die Flächen o und o′, wegen ihrer Form die Rhomboidflächen genannt, die auf der hinteren Seite des Krystalls erscheinen, sind nun leicht zu bestimmen, da sie wieder in zwei bekannte Zonen fallen. o (das rechts liegende) bildet nämlich mit T′, P und g parallele Kanten. Der eine Zonenpunkt liegt also in der Projektion da, wo die Sektionslinien dieser Flächen sich schneiden, in s′. Es ist ein Kantenzonenpunkt, und zwar nennt man ihn den ersten Kantenzonenpunkt $\left(\frac{a}{1} + \frac{b}{1}\right)$. Andererseits sieht man aber auch o parallele Kanten bilden mit M und x, so dass also der zweite Zonenpunkt in a′ liegt (Diagonalzone von x). Aehnlich o′. Man zieht also die beiden Sek-

---

*) Auch weil sie die gerade Abstumpfung der Kante ist, muss sie der Axenebene ac parallel gehen.

tionslinien oo und o'o', und es fragt sich nun, wie diese Flächen, welche a' und c in der Einheit schneiden, die Axe b treffen.

Nicht bloss eine einfache geometrische Betrachtung (Congruenz der Dreiecke) sondern auch die allgemeine Formel IV. giebt hierauf Antwort. Nach letzterer ist das Zeichen der Fläche

$= \frac{a}{m} : \frac{b}{m + m,} : c.$

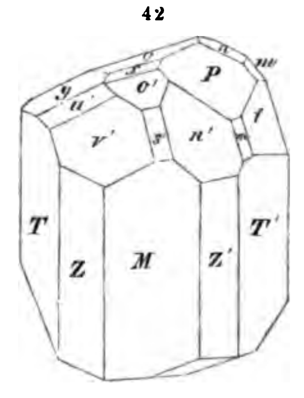
Im vorliegenden Fall ist m = 1, m' ebenfalls = 1. Die Fläche o ist mithin $a' : \frac{1}{2} b : c$.

Da wo o und T (und o' und T') sich schneiden, entsteht ein neuer Zonenpunkt s'', dessen Werth die Formel V. lehrt. T ist $= a : b : \infty c = \frac{a}{\infty} : \frac{b}{\infty} : c$, $o = a' : \frac{b}{2} : c$; mithin ist $m = \infty$, $n = \infty$, $m' = -1$, $n' = 2$.

Der zu suchende Zonenpunkt s'' ist folglich

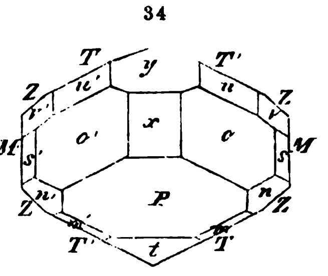
$$\frac{2 - \infty}{3 \infty} a + \frac{\infty + 1}{3 \infty} b = -\frac{a}{3} + \frac{b}{3},$$

d. h. $\frac{1}{3} a' + \frac{1}{3} b$. Dieser Punkt heisst zweiter Kantenzonenpunkt.



Hiermit sind alle an dem in Fig. 40 und 41 dargestellten Feldspathkrystall vorkommenden Flächen bestimmt. Wir wählen daher einen flächenreicheren, wie ihn Fig. 42 perspektivisch, Fig. 43 in der Vertikalansicht zeigt, und führen die frühere Projektion, jedoch in vergrössertem Massstabe, aus, T. I. Fig. 2.

Zwischen P und M liegt rechts die Fläche n, links n', die Diagonalflächen genannt, die Kanten jener beiden abstumpfend. Fläche n' fällt daher mit M und P in eine Zone. Der eine ihrer Zonenpunkte liegt also im Punkte a'. Ferner stumpft sie die Kante zwischen o' und T' ab; sie fällt also zugleich in die zweite Kantenzone (s''). Aehnlich n. Ihre Sektionslinien n und n' sind daher leicht gezogen. Es fragt sich nun: Wie schneiden sie die Axe b?



Bei Anwendung von Formel IV. ist, da der eine Zonenpunkt $\frac{}{1} + \frac{}{\infty}$, der

andere $\frac{a'}{3} + \frac{b}{3}$ ist, $m = 1$, $m' = 3$. Das Zeichen von n ist also $a : \frac{1}{4} b : c$, und entsprechend liegt n' auf der linken Seite.

Wenn die Zeichnung richtig ist, trifft die Sektionslinie von n den Zonenpunkt go', d. h., wenn am Krystall g aufträte, würde g die Kante zwischen einem n rechts und einem o' links abstumpfen, d. h. die Kanten dieser drei Flächen würden unter sich parallel laufen.

Durch die Fläche n ist ein neuer Kantenzonenpunkt, s''', im vorderen Quadranten eingesetzt, dessen Werth zu bestimmen ist. Die beiden Sektionslinien sind: $n = a : \frac{1}{4} b : c$, und T' $= a : b : \infty c = : \frac{a}{\infty} : \frac{b}{\infty} : c$. Hier ist also $m = \infty$, $n = \infty$, $m' = 1$, $n' = 4$. Durch Substitution in die Formel V. ergiebt sich der Werth dieses Zonenpunktes $= \frac{a}{5} + \frac{b}{5}$.

Die Fläche y ist gleichwie x eine der hinteren schiefen Endflächen. Aus dem Parallelismus der Kanten zwischen P, x und y sieht man schon, dass sie ∞b im Zeichen hat, oder in die Vertikalzone fällt; da sie jedoch unter x erscheint, wird sie a' in weniger als der Einheit schneiden. Ihre Sektionslinie muss also mit denen von P und x und mit der Axe b parallel gehen. Andererseits bildet sie eine Abstumpfung der Kante zwischen einem o rechts und einem T links der hinteren Seite, d. h. sie fällt mit T, o und n (oder mit T' o', n') in eine Zone. Sie liegt daher im zweiten Kantenzonenpunkt s''. Es schneidet also ihre Sektionslinie yy die Axe a in $\frac{1}{3}$, und ihr Zeichen ist

$$\frac{1}{3} a' : c : \infty b.$$

Bezogen auf die Neigung von x gegen die Axe c nennt man y die dreifach schärfere hintere schiefe Endfläche. Ist (unter Voraussetzung, die Axen seien rechtwinklig) für die Neigung von x zur Axe c a' der sin., c der cos. des Neigungswinkels, so hat y, welches von a' nach 3c geht, den dreifachen cos. bei gleichem sin. mit x.

Die Flächen m und m' lassen sich nun bestimmen. m' (links) stumpft die Kante zwischen P und T' ab, fällt in die erste Kantenzone. Der eine ihrer Zonenpunkte liegt also in dem s des vorderen rechten Quadranten. Ferner sind die Kanten, welche sie mit T (über t) und n' bildet, parallel. Ihr zweiter Zonenpunkt ist mithin der Kantenzonenpunkt s'' im linken vorderen Quadranten. Aehnlich liegt m. Man zieht die Sektionslinien mm und m'm'. Der Werth

ergiebt sich aus der allgemeinen Formel II., indem der eine Zonenpunkt $\frac{a}{1} + \frac{b}{1}$, der andere $\frac{a}{5} + \frac{b}{5}$ ist. Es ist mithin $m = 5$, $m' = 1$. Also $m = \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c$.

Wenn beim Feldspath eine vordere schiefe Endfläche vorkäme, welche zwischen P und t läge, und mit beiden m parallele Kanten bildete, so würde sie vorn so liegen, wie y hinten, also $= \frac{1}{3}a : \infty b : c$ sein. Eine solche existirt aber nicht.

Die Fläche t, eine unter P liegende vordere schiefe Endfläche, fällt in die Vertikalzone, bildet mit P, x, y parallele Kanten; ihre Sektionslinie geht diesen letzteren wie der Axe b parallel. Als zweite Zone tritt deutlich n′, m′, t, T (oder n, m, t, T′) hervor. Die Sektionslinie geht also durch s‴, und das Zeichen von t ist daher $\frac{1}{5}a : \infty b : c$. Sie heisst die fünffach schärfere vordere schiefe Endfläche.

Die Fläche s (oder s′ der linken Seite) stumpft die Kante zwischen o und M ab, fällt also mit M, o und x in eine Zone (Diagonalzone von x). Ein Zonenpunkt liegt folglich in a′. Sodann bilden T′, t, m, n und s parallele Kanten. Der zweite Zonenpunkt ist also s‴ $\left(\frac{a}{5} + \frac{b}{5}\right)$.

Zur Ermittlung des Zeichens der Fläche erinnere man sich, dass der eine Zonenpunkt $\frac{a'}{1} + \frac{b}{\infty}$, der andere $\frac{a}{5} + \frac{b}{5}$ ist. Also $m = 1$, $m' = 5$, mithin nach Formel IV. $s = a' : \frac{1}{6}b : c$.

Die Fläche u (nebst u′) stumpft, wenn man sich vorläufig v und v′ als nicht vorhanden denkt, die Kante zwischen y und M ab, (fällt in die Diagonalzone von y, und muss daher $\frac{1}{3}a' : c$ im Zeichen haben) Ausserdem bilden T, u′, o′, P, m eine Zone (die erste Kantenzone), so dass die Sektionslinie ihren zweiten Zonenpunkt in s′ hat. Die Zonenpunkte sind mithin $\frac{a'}{3} + \frac{b}{\infty}$ und $\frac{a}{1} + \frac{b}{1}$, woraus nach Formel IV., indem $m = 3$, $m' = 1$ ist, für u das Zeichen $\frac{1}{3}a' : \frac{1}{4}b : c$ folgt.

Bei richtiger Zeichnung müssen auch in der That beide Sektionslinien die Zonenpunkte von b und n treffen. Ausserdem trifft u mit T und s in einem Punkte zusammen, d. h. es würde, bei gehöriger Ausdehnung dieser Flächen, ihre Kante abstumpfen.

Die Fläche v (und v') welche mit M, u und y parallele Kanten bildet, liegt gleichfalls in der Diagonalzone von y, geht also auch von $\frac{1}{3}a'$ nach c, fällt aber gleichzeitig mit T', t, m, n und s in eine Zone; ihr zweiter Zonenpunkt liegt also in s'''. Der eine ist $\frac{a'}{3} + \frac{b}{\infty}$, der andere $\frac{a}{5} + \frac{b}{5}$, woraus für v das Zeichen $\frac{1}{3}a' : \frac{1}{8}b : c$ folgt.

Endlich bleibt noch die Fläche Z der horizontalen Zone übrig, die zugleich mit o und v parallele Kanten bildet. Sie hat ∞c im Zeichen, und schneidet b in $\frac{1}{3}$, also $= a : \frac{1}{3}b : \infty c$.

Das Projektionsbild des Feldspaths zeigt, dass die rechte und linke Seite des Krystalls vollkommen gleich gebildet sind, dass aber zwischen vorn und hinten, oder zwischen den Axentheilen a und a' eine bemerkenswerthe Verschiedenheit stattfindet. Den Rhomboidflächen $a' : \frac{1}{2}b : c$ entspricht kein vorderes Paar, den Diagonalflächen $a : \frac{1}{4}b : c$ kein hinteres; die schiefen Endflächen y und t kommen jede nur auf einer Seite des Krystalls vor u. s. w. Es liegt dies, wie später sich ergeben wird, in dem Charakter des Krystallsystems, dem der Feldspath angehört.

Es wird nicht überflüssig sein, hier nochmals im Zusammenhange an die wichtigsten Zonen des Feldspaths zu erinnern, welche man am Krystall, Modell oder in der Projektion verfolgen mag.

1) Die horizontale Zone. Ihre Zonenaxe ist eine Linie, parallel der Axe c. Ihr gehören die Flächen des 10seitigen Prisma's an, mit ∞c im Zeichen, nämlich M, M', T, T', Z und Z', deren Sektionslinien in der Projektion gleich Strahlen vom Mittelpunkt ausgehen, welcher der gemeinsame Zonenpunkt ist.

2) Die vertikale Zone. Ihre Zonenaxe ist eine Linie, parallel der Axe b. Es liegen darin t, P, x, y, d. h. die vorderen und hinteren schiefen Endflächen, sämmtlich mit ∞b im Zeichen. Ihre Sektionslinien müssen in der Projektion einander parallel gehen, da der Zonenpunkt im Unendlichen liegt.

3) Die ersten Kantenzonen. Ihre Zonenaxen sind die Linien, parallel der Kante von P und T und von P und T'. Sie treffen die Projektionsebene in den Punkten s' (erste Kantenzonenpunkte). Es liegen darin einerseits T, m, P, o', u', und andererseits T', m', P, o, u.

4) Die Diagonalzone von P. Zonenaxe ist eine Linie von a nach c (a : c). Es liegen darin n, n', P, welche a : c im Zeichen haben, und M und M'. Der Zonenpunkt ist a in der Projektion.

5) Die Diagonalzone von x. Ihre Zonenaxe ist eine Linie, die von a′ nach c geht (a′ : c). Es liegen darin s, o, x, o′, s′, welche sämmtlich a′ : c im Zeichen haben, und M und M′, welches die aus den Axen a und c gebildete Ebene selbst ist. Der Zonenpunkt liegt in der Projektion in a′.

6) Die Diagonalzone von y. Ihre Zonenaxe ist eine Linie von $\frac{1}{3}$a′ nach c $\left(\frac{1}{3}a' : c\right)$. Es liegen darin v, u, y, u′, v′, welche sämmtlich $\frac{1}{3}$a′ : c im Zeichen haben, und M und M′. Der Zonenpunkt ist $\frac{1}{3}$a′.

7) Die zweiten Kantenzonen. Es liegen darin einerseits T, n, o, y und andererseits T′, n′, o′. Die Zonenpunkte (zweite Kantenzonenpunkte) sind s″.

8) Die dritten Kantenzonen. Es liegen darin einerseits t, m, n, s, v, T′, und andererseits m′, n′, s′, v′, T. Die Zonenpunkte sind s‴ (dritte Kantenzonenpunkte).

Die Darstellung der Projektionsmethode, wie sie im Vorstehenden gegeben ist, hat zuerst Quenstedt in seinem Werke: „Methode der Krystallographie. Tübingen 1840", so wie auch in Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie, Bd. 34., S. 503. 651., und Bd. 36., S. 379. ausgeführt, und er hat sie ausser am Feldspath auch am Datolith (am letztgenannten Orte, Bd. 36., S. 245) entwickelt.

Systematik.

Bei den bisherigen Betrachtungen blieben die physikalischen Verhältnisse der Krystalle ganz unberücksichtigt. Es wurden einzig und allein Flächenpaare mit einander in Verbindung gebracht, und die mathematischen Eigenschaften der dadurch gebildeten Krystallräume und Körper erläutert.

Die so erhaltenen Resultate sollen nun auf wirkliche Krystalle angewendet werden, und hierbei kommt die Neigung der einzelnen Flächen unter sich in Betracht, zugleich aber, und hauptsächlich, macht sich dabei der Begriff des physikalisch Gleichen und Ungleichen (physikalische Differenz) geltend. Ueberdies wird aus dem mathematisch Möglichen nur das in der Natur bis jetzt Gefundene einer ausführlicheren Betrachtung unterliegen.

I. Das vierseitige Prisma ist rechtwinklig oder schiefwinklig.

a) Das rechtwinklig vierseitige Prisma ist entweder ein quadratisches oder ein rektanguläres.

b) Das schiefwinklig vierseitige Prisma ist ein rhombisches oder rhomboidisches.

Alle diese Unterabtheilungen ergeben sich aus der Natur des gleichnamigen Queerschnitts, den eine durch die Kanten des Prismas senkrecht gelegte Ebene bildet.

II. Das sechsseitige Prisma ist entweder regelmässig (gleichwinklig) oder symmetrisch (2- und 1winklig), letzteres, wenn von den sechs Kantenwinkeln zwei Paar unter sich gleich, und von dem dritten Paar verschieden sind, oder unsymmetrisch (ungleichwinklig), wenn die drei Paare unter sich verschieden sind.

III. Das Hexaid kann sein:

1) rechtwinklig.

a) Würfel (Hexaid des regulären Systems).

Die drei Krystallräume (vierseitigen Prismen), aus deren gegenseitiger Durchdringung das Hexaid besteht, sind unter sich physikalisch gleich.

b) Quadratisches Prisma mit gerader Endfläche (Hexaid des viergliedrigen Systems).

Zwei Krystallräume sind unter sich physikalisch gleich, vom dritten verschieden.

c) Rektanguläres Prisma mit gerader Endfläche (Hexaid des zweigliedrigen Systems).

Die drei Krystallräume sind unter sich physikalisch ungleich.

2) recht- und schiefwinklig.

a) Rektanguläres Prisma mit schiefer Endfläche (Hexaid des 2- und 1gliedrigen Systems).

Zwei Krystallräume sind schiefwinklig und physikalisch verschieden, der dritte rechtwinklig.

b) Rhombisches Prisma mit gerader Endfläche.

Zwei Krystallräume schiefwinklig und gleich, der dritte rechtwinklig.

3) Schiefwinklig.

a) Rhomboeder. Die drei Krystallräume sind unter sich physikalisch gleich.

b) Rhombisches Prisma mit schiefer Endfläche. Zwei Krystallräume unter sich gleich, vom dritten verschieden.

c) Rhomboidisches Prisma mit schiefer Endfläche (Hexaid des 1gliedrigen Systems). Alle drei Krystallräume unter sich verschieden.

IV. Das sechsseitige Prisma mit der Endfläche. Hier ergeben sich die früher angeführten Unterschiede in den Winkeln des Prismas, so wie in der Lage der Endfläche. Selbst-

ständig tritt nur das regelmässige sechsseitige Prisma mit gerader Endfläche auf.

V. Das Oktaid. Jedes symmetrische Oktaid, d. h. jedes, dessen Flächen nur Dreiecke bilden, kann, wie früher gezeigt wurde, auf drei Axen bezogen werden, welche die entgegengesetzten Ecken verbinden. Je zwei dieser Axen bilden eine Ebene, Axenebene, in welcher vier Kanten des Oktaids liegen. Solcher Axenebenen giebt es an jedem Oktaid drei. Ihre Gestalt und gegenseitige Neigung, welche durch die relative Länge und Neigung der Axen bestimmt werden, unterscheidet die verschiedenen Arten der Oktaide.

Man kann deshalb letztere sogleich nach dieser Verschiedenheit der Axen klassificiren, um so mehr, als das Oktaid, da seine Flächen die drei Axen schneiden, der Hauptkörper für alle dreiaxigen Krystallsysteme ist.

A. Oktaide mit rechtwinkligen Axenebenen.

1) Das reguläre Oktaeder (Oktaid des regulären Systems). Die drei Axenebenen sind Quadrate.
2) Das Quadratoktaeder (Oktaid des viergliedrigen oder 2- und 1axigen Systems). Eine Axenebene ist ein Quadrat, die beiden anderen sind Rhomben.
3) Das Rhombenoktaeder (Oktaid des zweigliedrigen oder 1- und 1axigen Systems). Alle drei Ebenen sind Rhomben.
4) Das Oblongoktaeder. Eine Axenebene ist ein Oblongum, zwei sind Rhomben.

B. Oktaide mit recht- und schiefwinkligen Axenebenen.

Das zwei- und eingliedrige Oktaeder. Zwei Axenebenen sind rechtwinklig unter sich, die dritte rechtwinklig gegen die eine, schiefwinklig gegen die andere. Zwei sind Rhomben, die dritte ein Rhomboid.

C. Oktaide mit schiefwinkligen Axen. a) Die eine ist ein Rhombus, die beiden anderen sind Rhomboide; b) alle drei sind Rhomboide (1gliedriges Oktaeder).

Krystallsysteme.

Die Oktaide, als diejenigen Körper, welche sich auf drei Axen beziehen lassen, sind dadurch vor allen anderen geeignet, zu einer Eintheilung der bis jetzt beobachteten Krystallformen zu dienen, so dass man den Inbegriff aller von einem und demselben Oktaeder abzuleitenden Formen zu einem Krystallsysteme vereinigt. Nur bei gewissen Formen ist es für die Betrachtung zweckmässiger, von einem auf vier Axen zu beziehenden Körper auszugehen.

Auf diese Weise bringt man sämmtliche Formen in sechs Systeme.

A. Dreiaxige Systeme.

a) Mit rechtwinkligen Axen.

1) Reguläres System (Tesseralsystem, tessularisches S. Sphäroedrisches S. Isometrisches S.). Die drei Axen von gleicher Länge. Da sie mithin gleichen Werth haben, so werden sie nur mit a bezeichnet.

2) Viergliedriges System (Zwei- und einaxiges S. Quadratisches S. Pyramidales S. Tetragonalsystem). Zwei Axen gleich, die dritte verschieden (länger oder kürzer). Jene beiden werden mit a bezeichnet; letztere, = c, heisst die Hauptaxe, und wird stets senkrecht gestellt.

3) Zweigliedriges System (Ein- und einaxiges S. Rhombisches S. Orthotypes S.). Die drei Axen unter sich verschieden. Die senkrecht gegen den Beobachter gekehrte horizontale kürzere heisst a, die andere horizontale längere b, und die senkrecht gestellte c.

b) Mit recht- und schiefwinkligen Axen.

4) Zwei- und eingliedriges System (Klinorhombisches S., Monoklinometrisches S., Hemiorthotypes S.). Zwei Axen unter sich rechtwinklig; die dritte rechtwinklig gegen die eine, schiefwinklig gegen die andere. Alle drei unter sich verschieden. Die Stellung ist so, dass zwei rechtwinklige Axen horizontal liegen, und die auf den Beobachter gerichtete a, die andere b heisst. c steht dann nach hinten geneigt, aber rechtwinklig gegen b.

c) Mit schiefwinkligen Axen.

5) Eingliedriges System (Klinorhomboidisches S., Triklinometrisches S., Anorthotypes S.). Alle drei Axen verschieden. Auch hier heissen die horizontal zu stellenden a und b, die von oben nach unten gehende c.

B. Vieraxige Systeme.

6) Sechsgliedriges System (Drei- und einaxiges S., Hexagonals., Rhomboedrisches S., monotrimetrisches S.). Drei Axen in einer Ebene sich unter 60° schneidend, und gleichlang, die vierte senkrecht auf ihnen, und verschieden. Jene liegen horizontal, und heissen a, diese steht senkrecht, ist die Hauptaxe und heisst c.

Die Krystallformen sind entweder einfache oder Combinationen von einer oder mehreren einfachen. Einfache Formen sind solche, deren Flächen gleichen Werth, d. h. relativ gleiche Lage gegen die Axen haben.

Nur Formen eines und desselben Krystallsystems treten mit einander in Combination.

Dies ist ein sehr wichtiger Satz. Aus ihm fliessen die Erscheinungen der symmetrischen Veränderung an den einfachen Formen her, wenn diese mit anderen Combinationen bilden. Z. B. das Oktaid des regulären Systems, das reguläre Oktaeder, kann nur mit anderen Körpern desselben Systems sich combiniren. Findet eine Abstumpfung der Ecken statt, so muss sie an sämmtlichen Ecken erfolgen, da dieselben gleichen Werth haben. Sie erfolgt durch das Hexaid desselben Systems, den Würfel.

Anders ist es beim Oktaid des zweigliedrigen Systems, dem Rhombenoktaeder. Seine Ecken haben, da sie an den Endpunkten dreier verschiedenen Axen liegen, ungleichen Werth; nur je 2 gegenüberstehende sind sich gleich. Eine Abstumpfung braucht daher nur an einem Paar vorzukommen. Sind aber zwei oder alle drei Paar abgestumpft, so sind auch die drei Abstumpfungsflächenpaare unter sich ungleichwerthig, was sich in ihren physikalischen Eigenschaften, (Glanz, Härte, Grad der Spaltbarkeit) zu erkennen giebt. Das Hexaid dieses Systems löst sich also in drei Flächenpaare auf.

Alle gleichwerthigen Begrenzungstheile (Flächen, Kanten, Ecken) einer einfachen Form erscheinen daher in Combinationen auf gleiche Weise verändert (abgestumpft, zugeschärft, zugespitzt).

Nur die später zu erwähnende Hemiedrie und abnorme Bildung eines Krystalls, machen von diesem Gesetze scheinbare Ausnahmen.

Je nach der räumlich grösseren oder geringeren Ausdehnung der einen oder anderen Form in einer Combination wird sie bezeichnet. Ein Würfel mit abgestumpften Ecken ist eine Combination des Würfels mit dem Oktaeder (mit untergeordneten Oktaederflächen); ein an den Ecken abgestumpftes Oktaeder dagegen ist eine Combination des Oktaeders mit dem Würfel (mit untergeordneten Würfelflächen).

Wie schon früher gezeigt wurde, kann es in den dreiaxigen Systemen nur solche einfache Formen geben, deren Flächen entweder nur eine, oder zwei, oder alle drei Axen schneiden. Bei denen der ersten Art ist keine Verschiedenheit denkbar.

Wenn aber eine Krystallfläche zwei Axen schneidet, und der dritten parallel geht, so kann sie möglicherweise diese beiden Axen in den verschiedensten Verhältnissen schneiden. Ebenso verhält es sich mit Flächen, welche die drei Axen schneiden; auch sie können gegen letztere eine unendlich verschiedene Lage haben. Eine solche mathematisch denkbare Mannigfaltigkeit findet aber bei den Krystallen einer und derselben Substanz nicht statt, sondern alle Flächen einer solchen, welche gegen zwei oder drei Axen geneigt sind, schneiden jede ein-

zelne Axe in Abständen, welche unter sich in rationalen, und gewöhnlich sehr einfachen Verhältnisse stehen.

Dies ist gleichfalls ein sehr wichtiges Gesetz. Krystallisirt z. B. ein Mineral in Formen des zweigliedrigen Systems, so beobachtet man an ihm verschiedene Rhombenoktaeder, d. h. Formen, deren Flächen überhaupt die drei Axen schneiden. Wählt man eines derselben, und bestimmt an ihm die relative Länge der drei Axen a, b und c, so wird man finden, dass bei allen übrigen Rhombenoktaedern dieses Minerals die Werthe von a, b und c zu den Werthen der gleichnamigen Axen in dem herausgegriffenen in einem einfachen rationalen Verhältniss stehen.

Die Länge der ungleichwerthigen Axen unter sich steht bei einer Form der nämlichen Substanz in keinem rationalen Verhältniss.

Bei der Beschreibung der Formen einer Substanz, die nicht im regulären System krystallisirt, geht man von einer Form aus, und nennt sie die Grundform. Man wählt dazu wo möglich eine solche, deren Flächen die drei Axen schneiden, also ein Oktaid. Die Axenlängen dieser Form betrachtet man als die Einheiten. Alsdann erhalten die abgeleiteten Formen Zeichen, in denen die Axenwerthe derselben, bezogen auf jene, ausgedrückt sind. Doch muss man bei der Wahl der Grundform darauf Rücksicht nehmen, dass dann die abgeleiteten Formen möglichst einfache Zeichen erhalten.

Beispiel. Man hätte ein Mineral des zweigliedrigen Systems, in Rhombenoktaedern krystallisirt. Eins dieser letzteren, und zwar das häufigste, am meisten vorherrschende, sei von der Art, dass die Länge der Axen a, b und c = 0,81.... : 1 : 1,91.... sei. Wird dann dies als die Grundform betrachtet, so drückt jenes Verhältniss die relativen Werthe von einem a, einem b und einem c aus. Sein Zeichen ist also a : b : c. Alle übrigen bei diesem Mineral sich findenden Rhombenoktaeder haben nun das allgemeine Zeich n $ma : nb : pc$ oder $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c$, wo m, n und p ganze Zahlen sind. Eins von ihnen hat z. B. das Axenverhältniss von a : b · c = 0,81 : 1 : 3,82, mithin bei gleicher Axenlänge in a und b die doppelte in c; es ist folglich a : b : 2c. Oder ein anderes hat 2,43 : 1 : 1,91, und ist also 3a : b : c. Oder wir finden ein solches, dessen Axen das Verhältniss 1,62 : 3 : 7,64 = 0,54 : 1 : 2,547 haben; so ist dasselbe $= 2a : 3b : 4c = a : \frac{3}{2}b : 2c$. Ein anderes möge 0,81 : 0,5 : 1,91 haben, und ist dann $a : \frac{1}{2}b : c$ u. s. w.

In den ungleichaxigen Systemen stehen die Axendimensio-

nen bei einer Substanz in keinem nothwendigen einfachen Verhältniss zu denen einer anderen in demselben System.

Da jedes Oktaid ein zugehöriges Dodekaid hat, so entsprechen natürlich jenen Rhombenoktaedern auch eine grosse Menge Dodekaidflächen, deren allgemeine Zeichen $ma : nb : \infty c$, $ma : pc : \infty b$, $nb : pc : \infty a$, oder $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : \infty c$, $\frac{1}{m}a : \frac{1}{p}c : \infty b$, $\frac{1}{n}b : \frac{1}{p}c : \infty a$ sind.

Aehnliche Verhältnisse finden im sechsgliedrigen System in Bezug auf die Axen a und c statt, zwischen deren Dimensionen bei den verschiedenen Formen einer und derselben Substanz ein rationales und einfaches Verhältniss herrscht.

Hemiëdrie.

Der an die Spitze der krystallographischen Betrachtungen gestellte Satz, dass jeder Fläche am Krystall eine ihr parallele entspreche, erleidet zuweilen eine Ausnahme. Es tritt nämlich der Fall ein, dass von den Flächen einer einfachen Form die eine Hälfte verschwindet, während die andere Hälfte sich so ausdehnt, dass dadurch ein neuer Körper entsteht, den man einen hemiëdrischen oder den Hälftflächner jenes, des holoëdrischen (Vollflächners), nennt. Indem dasselbe umgekehrt mit der zweiten Hälfte der Flächen geschieht, entspringen aus einem holoëdrischen Körper stets zwei hemiedrische Gegenkörper, welche sogar oft, zusammen vorkommend, sich zu jenem ergänzen, allein durch physikalische Unterschiede der betreffenden Flächen sich als Gegenkörper erweisen (2 Tetraeder). Je nach dem Gesetze des Verschwindens der Hälfte der Flächen entstehen hemiedrische Formen mit geneigten und mit parallelen Flächen (Tetraeder, Pyritoeder).

Auch eine Reduktion auf ein Viertel der ursprünglichen Flächen, Tetartoëdrie, kommt bisweilen vor.

Reguläres System.

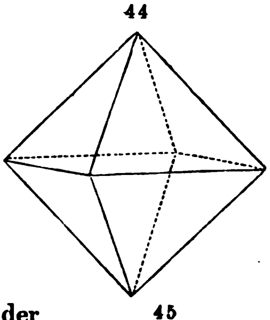
Da alle Formen in diesem System sich auf drei rechtwinklige gleichwerthige Axen beziehen, die mit a bezeichnet werden, so ist die Stellung jener Formen gleichgültig, wiewohl man am besten ein für allemal die eine Axe senkrecht gegen den Beobachter gerichtet sich denkt.

Aus der Gleichwerthigkeit der Axen folgt, dass bei den Körpern dieses Systems alle an den Endpunkten sämmtlicher

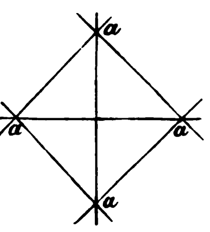
Axen liegende Ecken, Kanten und Flächen gleichartig sind, weshalb das System auch das gleichgliedrige heissen könnte.

Das Oktaid dieses Systems nebst seinen Deduktionskörpern, dem Hexaid und Dodekaid, erhalten hier die speciellen Bezeichnungen: Oktaeder (d. h. reguläres O.), Würfel und Granatoeder (letzteres, weil unter anderen der Granat darin vorzugsweise krystallisirt).

Oktaeder. In symmetrischer Ausbildung 8 Flächen, welche gleichseitige Dreiecke sind; 6 Ecken, 12 Kanten. Die Neigung der Flächen in den Kanten ist = 109° 28′. Zeichen = a : a : a.


44

Die Projektion des Oktaeders ist der S. 14, Fig. 27. gegebenen analog. Es werden 2 Axen in der Projektionsebene, die dritte senkrecht darauf stehend angenommen; die vier Flächenpaare, zu 4 Ebenen reducirt, und durch den ausserhalb der Projektionsebene liegenden Axenendpunkt a gelegt, geben dann beistehende Figur 45.



45

In Oktaedern krystallisiren unter anderen: Diamant, Gold, Magneteisen, Spinell, Rothkupfererz, arsenige Säure, Alaun, salpetersaures Bleioxyd, salpetersaurer Baryt, chlor- und bromsaures Natron, Kalium- und Ammoniumplatinchlorid u. s. w.

Da das Oktaeder, gleichwie jedes Oktaid, von 4 sich in einem Punkte schneidenden Flächen, sammt deren Parallelen, gebildet, oder von 4 Flächen (und deren Parallelen) begrenzt wird, von denen je 2 und 2 in eine Zone fallen, d. h. als ein Complex von sechs vierseitigen Prismen zu betrachten ist, so finden alle Bemerkungen, die für die Oktaide im Allgemeinen gelten, auch auf das Oktaeder Anwendung.

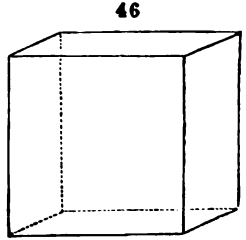
Der Anfänger wird daher das Oktaeder in seiner unsymmetrischen Gestalt sich anschaulich zu machen haben, wo es in der Richtung einer oder mehrerer jener Prismen verlängert erscheint. Dann treten die sogenannten versteckten Kanten da hervor, wo im symmetrischen Körper Ecken liegen. Diese neuen Kanten sind die scharfen Seitenkanten jener vierseitigen Prismen, während die gewöhnlichen die stumpfen sind. Die Neigung der Flächen in diesen neuen Kanten muss 180° — 109° 28′ = 70° 32 ein, d. h. ebenso gross, als am symmetrischen Körper die Nei-

gung zweier in einer Ecke einander gegenüberliegender Flächen.

Sehr häufig findet man das Oktaeder (z. B. beim Alaun, Magneteisen) in einer Richtung sehr verkürzt, welche senkrecht auf zwei parallelen Oktaederflächen steht, wie in Fig. 6 — 8.

Eine solche Form kann man dadurch entstehen lassen, dass man den symmetrischen Körper parallel einem Flächenpaar durchschneidet. Die Schnittflächen sind Oktaederflächen, die im Innern gleichsam versteckt lagen. Die Flächen der neuen Form sind dann Dreiecke, Vierecke, Fünfecke und Sechsecke.

46

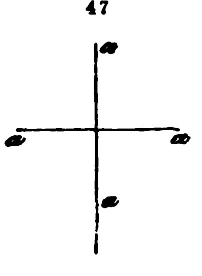


Würfel. Von 6 Flächen begrenzt, welche in symmetrischer Ausbildung Quadrate sind. Hat acht Ecken und 12 Kanten. Neigung der Flächen in den Kanten $= 90^{0}$. Zeichen $= a : \infty a : \infty a$.

Die Axen des Oktaeders treffen die Mittelpunkte der Würfelflächen.

Beispiele. Gold, Silber, Flussspath, Bleiglanz, Kochsalz, Eisenkies, Chlorkalium, Brom- und Jodkalium u. s. w.

47



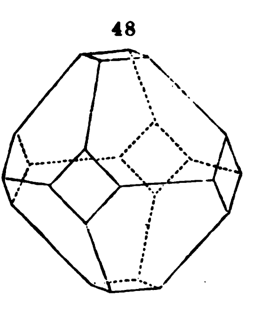
Die Projektion des Würfels auf die Oktaederaxen (Fig. 47.) ist der S. 11, Fig. 17 gegebenen analog, da eine Würfelfläche nebst ihren Parallelen in die Projektionsebene fällt.

Die Sektionslinien der beiden anderen Flächenpaare liegen dann in den beiden Axen.

Ebenso häufig, wie beim Oktaeder, findet man beim Würfel eine unsymmetrische Ausbildung, indem er in der Richtung je einer oder zweier Axen unverhältnissmässig verlängert oder verkürzt ist. Dann gewinnt er das Ansehen eines quadratischen oder rektangulären Prismas. Alle möglichen derartigen Fälle kann man anschaulich machen, wenn man den Würfel parallel einer oder zweier Flächen durchschneidet.

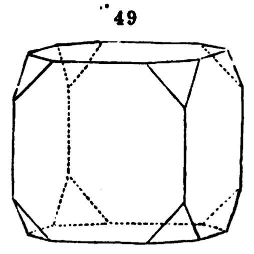
Combination des Oktaeders und Würfels. Hier gilt Alles, was für ein Oktaid in Beziehung auf das ihm zugehörige Hexaid bereits gesagt wurde (S. 16). Die Würfelflächen stumpfen also die Oktaederecken und umgekehrt ab. (S. Fig. 48, wo das Oktaeder, und Fig. 49, wo der Würfel vorherrscht.) Befinden sich beide im Gleichgewicht, so entsteht Fig. 50, der Mittelkrystall, an dem die Würfelkanten ganz verschwunden sind.

48

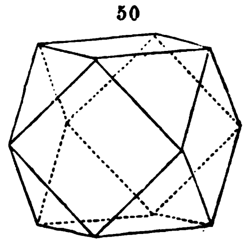


Die Würfelfläche fällt also stets gleichzeitig in zwei Zonen des Oktaeders (S. 17).

49

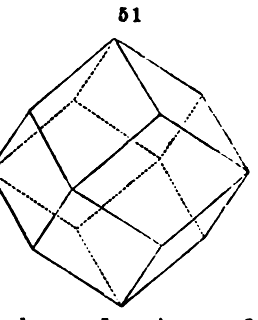


50



Granatoeder. Es ist das zum Oktaeder gehörige Dodekaid des regulären Systems. Fig. 51. Es heisst auch Rhombendodekaeder. In symmetrischer Ausbildung ist es nämlich von 12 Rhombenflächen begrenzt, hat 24 gleiche Kanten und 14 Ecken. Von den letzteren sind sechs vierflächig (vierkantig); sie heissen die Oktaederecken. Acht hingegen sind dreiflächig (dreikantig), und heissen die Würfelecken *). Jene liegen nämlich so wie die Ecken des Oktaeders, d. h. an den Axenendpunkten, diese wie die Ecken des Würfels. Zieht man auf den Granatoederflächen die längeren Diagonalen, so deuten diese die Lage der Oktaederkanten an; zieht man die kürzeren, so sind dies gleichsam die Kanten des Würfels.

51



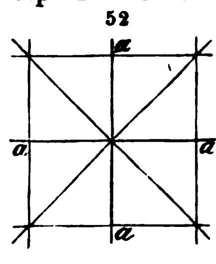
Die Neigung zweier Granatoederflächen ist:
in den Kanten $= 120^{\circ}$
in den Oktaederecken $= 90^{\circ}$.
Das Zeichen ist $= a : a : \infty a$.

---

*) S. S. 19.

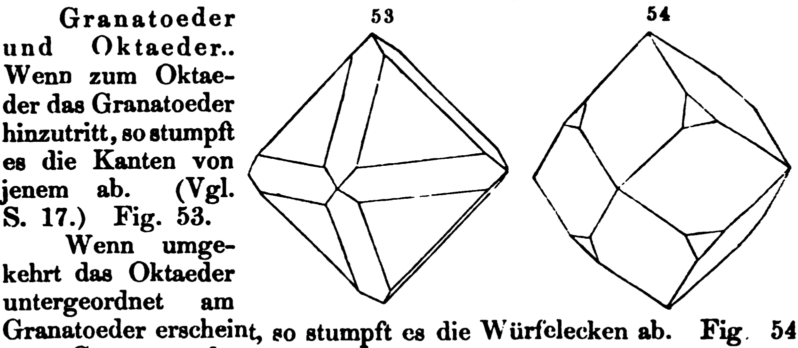
Granat, Gold, Magneteisen, Zinkblende, Phosphor u. s. w.

Die Projektion des Granatoeders Fig. 52.



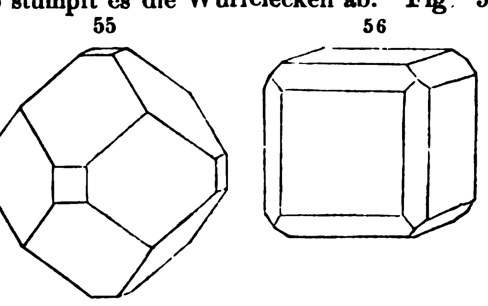
In seiner unsymmetrischen Ausbildung werden die Flächen theilweise zu Rhomboiden. Wenn das Granatoeder, wie häufig, in einer Richtung, z. B. nach einer 2 gegenüberliegende Würfelecken verbindenden Linie verlängert ist, so erscheint es als ein reguläres sechsseitiges Prisma mit dreiflächiger Zuspitzung u. s. w.

Granatoeder und Oktaeder.. Wenn zum Oktaeder das Granatoeder hinzutritt, so stumpft es die Kanten von jenem ab. (Vgl. S. 17.) Fig. 53.



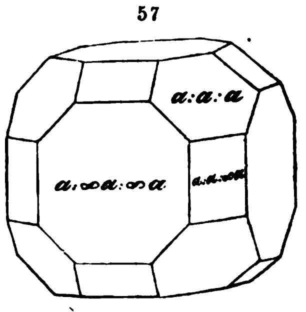
Wenn umgekehrt das Oktaeder untergeordnet am Granatoeder erscheint, so stumpft es die Würfelecken ab. Fig. 54

Granatoeder und Würfel. Der Würfel bildet am Granatoeder die Abstumpfung der Oktaederecken; Fig. 55. das Granatoeder am Würfel die Abstumpfung der Kanten. Fig. 56.



Granatoeder, Oktaeder und Würfel treten häufig zusammen in Combination, wo dann bald die Flächen der einen, bald die der anderen Form vorherrschen. Fig. 57.

In Betreff der Zonen dieser drei Körper vgl. man S. 19.



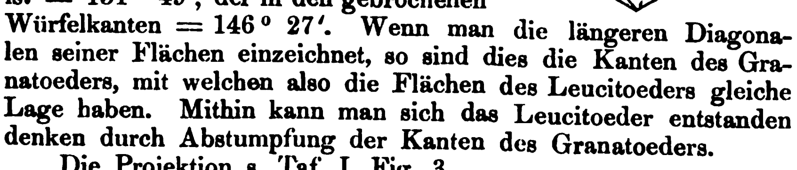
Leucitoid. Eine Fläche, welche die drei Axen in der Einheit schneidet, d, h. eine Oktaidfläche, kann nur viermal auftreten, und eine Fläche, welche eine Axe in der Einheit, die beiden anderen aber in unendlicher Entfernung schneidet, oder ih-

nen parallel geht, d. h. die Würfelfläche, kann sich nur dreimal wiederholen. Zwischen beiden müssen nun aber noch viele andere Flächen möglich sein, welche ein a in der Einheit, die beiden anderen gleichmässig in Vielfachen derselben schneiden, also ganz allgemein das Zeichen a : na : na, oder was dasselbe ist, $a : a : \frac{1}{n}a$ erhalten, wo n jede ganze Zahl andeutet. Eine solche Fläche muss 12 mal auftreten, da in jedem Quadranten des Axenkreuzes das $\frac{1}{n}a$ jede der 3 Axen treffen muss. Die auf solche Weise entstehenden Körper, von 24 Flächen gebildet, heissen Leucitoide (Ikositetraeder). Bei den bisher beobachteten ist n entweder = 2 oder = 3. Ihre Flächen liegen also zwischen den Oktaeder- und Würfelflächen.

Sind sie symmetrisch ausgebildet, so erscheinen die Flächen als symmetrische Trapezoide, welche 2- und 2kantig, und 2- 1- und 1winklig sind.

Sie besitzen 48 Kanten, nämlich 24 längere und 24 kürzere, und 26 Ecken, nämlich 6 vierflächige und gleichkantige, an den Axenendpunkten, daher Oktaederecken; 8 dreiflächige und gleichkantige, Würfelecken, und 12 vierflächige 2- und 2-kantige mittlere Ecken.

Denkt man sich an den Leucitoiden die Oktaederecken durch Linien verbunden, so sind dies die Kanten des Oktaeders. Auf gleiche Weise geben die Würfelecken die Kanten des Würfels. Man sagt daher auch, die Leucitoide haben 24 gebrochene Oktaederkanten und 24 gebrochene Würfelkanten.

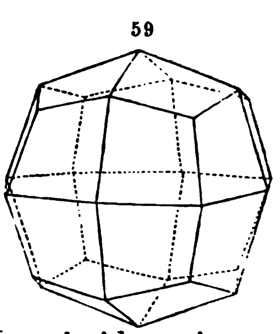

58

Leucitoeder nennt man speciell den Körper $a : a : \frac{1}{2}a$, weil der Leucit darin krystallisirt. Fig. 58.

Die Neigung je zweier in einer Oktaederecke gegenüberliegenden Flächen ist = 109° 28′, d. h. gleich der Neigung der Oktaederflächen in den Kanten. Der Winkel, den zwei Flächen in den gebrochenen Oktaederkanten bilden, ist = 131° 49′, der in den gebrochenen Würfelkanten = 146° 27′. Wenn man die längeren Diagonalen seiner Flächen einzeichnet, so sind dies die Kanten des Granatoeders, mit welchen also die Flächen des Leucitoeders gleiche Lage haben. Mithin kann man sich das Leucitoeder entstanden denken durch Abstumpfung der Kanten des Granatoeders.

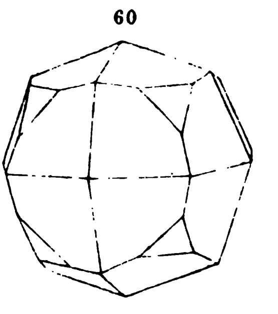
Die Projektion s. Taf. I. Fig. 3.

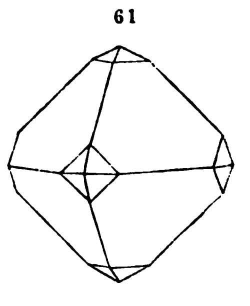
Die übrigen Leucitoide, wie, z. B. $a : a : \frac{1}{3}a$, hat man bis jetzt noch nicht für sich, sondern nur in Combinationen beobachtet. Jenes ist in Fig. 59 dargestellt.


59

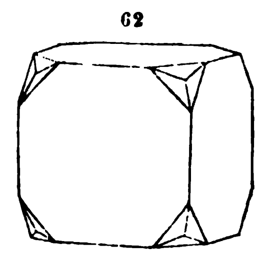
Bei den Combinationen der Leucitoide erinnere man sich, dass ihre Flächen zwischen die Oktaeder- und Würfelflächen fallen.

Leucitoide und Oktaeder. Das Oktaeder stumpft an den Leucitoiden die Würfelecken ab, und die Combinationskanten gehen den kürzeren Diagonalen der Leucitoidflächen parallel. Fig. 60 ist eine beim Gold und Silber vorkommende Combination von $a : a : \frac{1}{3}a$. Die Leucitoide, wenn sie am Oktaeder untergeordnet auftreten, bilden vierflächige Zuspitzungen der Ecken, die Zuspitzungsflächen auf die Oktaederflächen aufgesetzt. Die Combinationskanten gehen den Oktaederkanten parallel. Fig. 61.


60

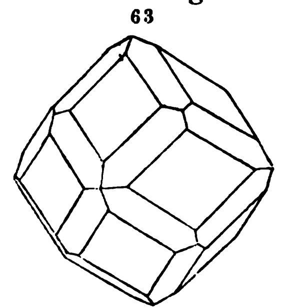

61

Leucitoide und Würfel. Letzterer stumpft die Oktaederecken ab. Am Würfel bilden die Leucitoide dreiflächige Zuspitzungen der Ecken, die Zuspitzungsflächen auf die Würfelflächen aufgesetzt. Fig. 62.

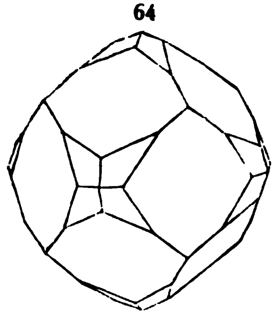

62

Leucitoide und Granatoeder. Letzteres stumpft die mittleren Ecken ab. Am Granatoeder bildet das Leucitoeder die gerade Abstumpfung der Kanten, Fig. 63; die übrigen Leucitoide, in deren Zeichen n > 2 ist, bilden vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Zuspitzungsflächen auf die Kanten des Granatoeders aufgesetzt. Fig. 64.

63

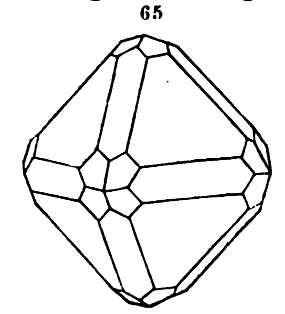


64

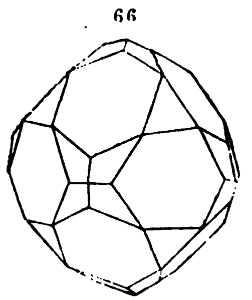


Combination vom Oktaeder, Granatoeder und dem Leucitoide $a : a : \frac{1}{3}a$ mit vorherrschendem Oktaeder, wie am schwarzen Spinell, Fig. 65, mit vorherrschendem Granatoeder, wie beim Magneteisen, Fig. 66.

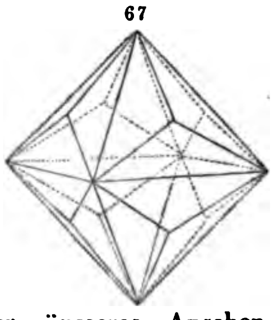
65



66



67



Pyramidenoktaeder. Zwischen der Oktaederfläche und der Granatoederfläche muss es eine grosse Zahl von Flächen geben können, welche gleichfalls 2 Axen in der Einheit, die dritte aber in na schneiden, deren allgemeines Zeichen mithin a : a : na ist, wo n jede ganze Zahl bedeutet. Eine derartige Fläche muss, gleich der Leucitoidfläche, 12 mal auftreten. Alle hierdurch entstehenden Körper heissen Pyramidenoktaeder, mit Bezug auf ihr äusseres Ansehen. Ihre 24 Flächen liegen also zwischen den Ok-

taeder- und Granatoederflächen. Es sind gleichschenklige Dreiecke. Sie haben 36 Kanten, nämlich 12 längere Oktaederkanten, und 24 kürzere Granatoederkanten. Ferner haben sie 14 Ecken, nämlich 6 achtflächige und 4- und 4kantige Oktaederecken, die Länge der Axenendpunkte bezeichnend und 8 dreiflächige und dreikantige Würfelecken. Fig. 67.

Die Pyramidenoktaeder kommen, ausser beim Diamant, fast nur in Combinationen vor, und man kennt überhaupt nur die, wo n = 2 und = 3 ist.

Projektion von a : a : 2a, Taf. I., Fig. 4.

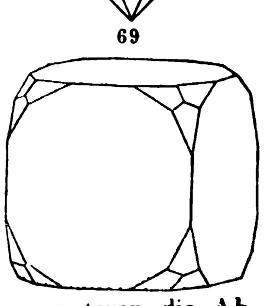
Die Neigung der Flächen ist

bei	in den Oktaederkanten:	in den Granatoederkanten:
a : a : 2a	141° 3′	152° 44′
a : a : 3a	153 28	142 8

68

Pyramidenoktaeder und Oktaeder. Letzteres stumpft die Würfelecken jener ab. Am Oktaeder bilden die Pyramidenoktaeder Zuschärfungen der Kanten. Fig. 68. (Flussspath.)

69

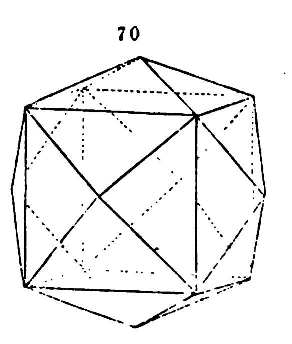


P. und Würfel. Dieser stumpft die Oktaederecken ab; jene bilden am Würfel dreiflächige Zuspitzungen der Ecken, die Zuspitzungsflächen auf die Würfelkanten aufgesetzt. Fig. 69.

P. und Granatoeder. Letzteres bildet an ersteren die Abstumpfung der Oktaederkanten; während die P. an den Würfelecken des Granatoeders dreiflächige Zuspitzungen bilden, deren Flächen auf die Granatoederflächen aufgesetzt sind.

P. und Leucitoeder. Letzteres bildet an jenen vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Zuspitzungsflächen auf die Granatoederkanten aufgesetzt. Am Leucitoeder bilden die Pyramidenoktaeder Zuschärfungen der mittleren Ecken, die Zuschärfungsflächen auf die gebrochenen Würfelkanten aufgesetzt.

Der Anfänger übe sich, Combinationen des Pyramidenoktaeders mit einem oder mehreren der vorhergehenden Körper zu bilden.



Pyramidenwürfel. Zwischen der Granatoederfläche und der Würfelfläche sind eine Menge Flächen denkbar, welche einer Axe parallel gehen, die zweite in der Einheit, die dritte in irgend einem anderen rationalen Theile schneiden, die also das Zeichen $a : na : \infty a$ $\left(\text{oder } \frac{1}{n} a : a : \infty a\right)$ erhalten. Eine jede solche Fläche muss 12 mal sich wiederholen. Alle dadurch entstehenden 24 flächigen Körper heissen, ihrer Form wegen, Pyramidenwürfel. Fig. 70. Ihre Flächen liegen also zwischen den Granatoeder- und Würfelflächen. Man kann sie entstanden denken durch Zuschärfung der Würfelkanten bis zum Verschwinden der Würfelflächen. Die Flächen sind gleichschenklige Dreiecke. Die 36 Kanten zerfallen in 12 längere Würfelkanten, und 24 Pyramidenkanten. Von den 14 Ecken sind 6 vierflächige gleichkantige, den Axenendpunkten entsprechend, Oktaederecken, und 8 sechsflächige 3- und 3kantige, (oder in einem Fall gleichkantige) Würfelecken.

Unter den bis jetzt an Mineralien beobachteten Pyramidenwürfeln sind diejenigen die häufigsten, bei denen $n = 2$ und $= 3$ ist.

Projektion des Pyramidenwürfels $a : 2a : \infty a$ Taf. I. Fig. 5.

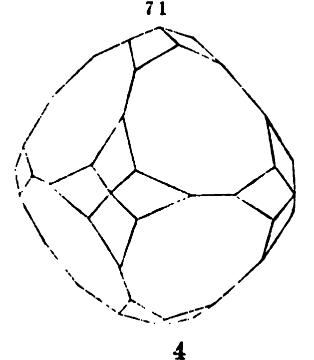
Die Neigung der Flächen in den

ist bei:	Würfelkanten:	Pyramidenkanten:
$a : 2a : \infty a$	143° 8′	143° 8′
$a : 3a : \infty a$	126 52	154 9

Der erstere hat also die Eigenthümlichkeit, dass er gleiche Kantenwinkel besitzt.

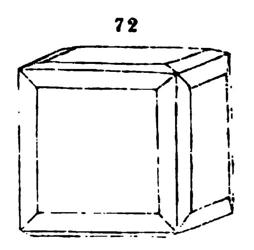
Selbstständig erscheinen die Pyramidenwürfel am Gold, Kupfer, Flussspath u. s. w.

Pyramidenwürfel und Oktaeder. Letzteres stumpft an jenen die Würfelecken ab. Die P. bilden am O. vierflächige Zuspitzungen der Ecken, die Zuspitzungsflächen auf die Kanten des Oktaeders aufgesetzt.

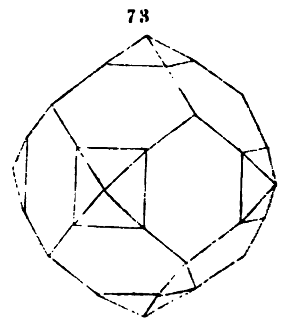


Gehen dabei zwei auf einer Oktaederfläche gegenüberliegende Combinationskanten parallel, so ist der Pyramidenwürfel $= a : 2a : \infty a$.

P. und Würfel. Letzterer stumpft die Oktaederecken ab. Die Pyr. bilden am Würfel Zuschärfungen der Kanten. Flussspath, Kochsalz.


72

P. und Granatoeder. Letzteres stumpft die Würfelkanten ab. Am Granatoeder bilden die Pyramidenwürfel vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Zuspitzungsflächen auf die Flächen des Granatoeders aufgesetzt.

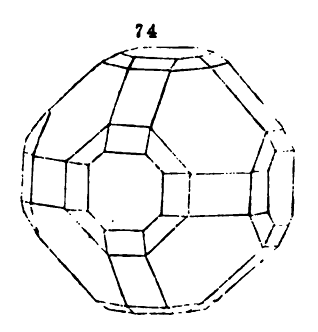

73

P. und Leucitoide. Die letzteren bilden an jenen entweder dreiflächige Zuspitzungen der Würfelecken, die Zuspitzungsflächen auf die Pyramidenkanten der P. aufgesetzt; oder vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Zuspitzungsflächen auf die Pyramidenkanten aufgesetzt, oder endlich blosse Abstumpfungen der letzteren.

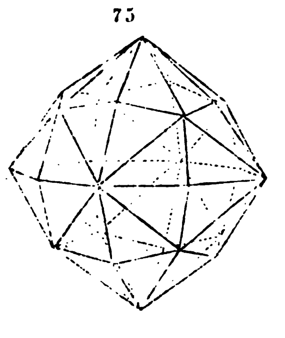
An dem Leucitoid $a : a : \frac{1}{n}a$ bildet der P. $\frac{1}{n}a : a : \infty a$ die gerade Abstumpfung der gebrochenen Oktaederkanten; so z. B am Leucitoeder $a : a : \frac{1}{2}a$ der Pyramidenwürfel $\frac{1}{2} a : a : \infty a =$ $a : 2a : \infty a$ u. s. w. An den übrigen Leucitoiden bilden die P. entweder vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Flächen auf die Kanten des L. aufgesetzt, oder Zuschärfungen der mittleren Ecken, die Flächen gleichfalls auf jene Kanten aufgesetzt.

P. und Pyramidenoktaeder. Letztere bilden an jenen dreiflächige Zuspitzungen der Würfelecken, die Flächen auf die Würfelkanten der Pyramidenwürfel aufgesetzt. Die Pyramidenwürfel bilden an den Pyramidenoktaedern vierflächige Zuspitzungen der Oktaederecken, die Flächen auf die Oktaederkanten aufgesetzt.

Ansehen einer Combination des Oktaeders, Würfels, Granatoeders, Leucitoeders und des Pyramidenwürfels $a : 2a : \infty a$. Fig. 74.


74

Achtundvierzigflächner. (Sechsmalachtflächner, Hexakisoktaeder, Oktakishexaeder). Eine Krystallfläche, welche jede der drei Axen in einem anderen Verhältniss schneidet, muss 24mal auftreten, wie man leicht sieht, wenn man einen Quadranten des Axenkreuzes in dieser Beziehung prüft. Die dadurch entstehenden Körper, von 48 Flächen umschlossen, heissen deshalb Achtundvierzigflächner, und müssen allgemein durch $a : \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} a$ bezeichnet werden. Es sind dies die einfachen Formen mit dem Maximum der Flächenzahl. Ihre Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Sie haben 72 Kanten, nämlich: 24 gebrochene Oktaederkanten, 24 gebrochene Würfelkanten und 24 Granatoederkanten, der Lage der Kanten an den gleichnamigen Körpern entsprechend. Sie haben ferner 26 Ecken, nämlich: 6 achtflächige vier- und vierkantige Oktaederecken, die Lage der Axenendpunkte bezeichnend; 8 sechsflächige drei- und dreikantige Würfelecken, und 12 vierflächige und zwei- und zweikantige mittlere Ecken.


75

In den Achtundvierzigflächnern liegen die Umrisse aller früheren Körper, die je nach den Werthen von m und n mehr oder weniger scharf hervortreten. Je geringer die Differenz des Werthes m und n ist, um so stumpfer werden die Granatoederkanten, und um so mehr tritt die Form eines Leucitoids heraus. Je näher n (die kleinere Dimension) der Zahl 1 kommt, um so stumpfer werden die Würfelkanten, um so grösser ist die Annäherung an ein Pyramidenoktaeder. Je mehr sich m dem Werth von ∞ nähert, um so stumpfer werden die Oktaederkanten, um so deutlicher tritt die Form eines Pyramidenwürfels hervor.

Die Achtundvierzigflächner zerfallen in zwei Gruppen. Die Flächen der zu der ersten gehörigen liegen in der Kantenzone

des Granatoeders, weshalb sie **Pyramidengranatoeder** heissen. Sie entstehen gleichsam durch Zuschärfung der Kanten des Granatoeders; ihre Flächen liegen also zwischen den Granatoeder- und Leucitoederflächen. In ihrem Zeichen ist $m = n + 1$. Unter ihnen ist $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$ der gewöhnlichste, und bei ihm haben die Flächen in den Würfel- und Granatoederkanten gleiche Neigung, daher die Würfelecken gleichkantig sind. Die Flächen der zur zweiten Gruppe gehörigen liegen in der Diagonalzone des Oktaeders (d. h. ihre Zonenaxe ist eine Senkrechte aus der Ecke der Oktaederfläche auf die gegenüberliegende Kante); sie treten viel seltener auf.

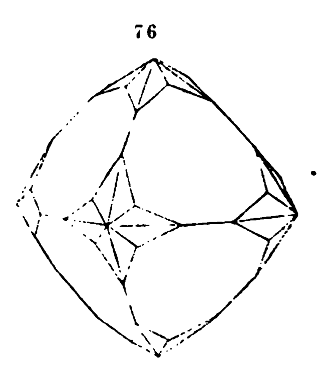
Der Körper $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$ fällt aber gleichzeitig in beide Zonen. Bei ihm ist die Neigung der Flächen in den
gebrochenen Oktaederkanten = 149° 0'
- Würfel- - = } 158 13.
Granatoeder- = }

Projektion von $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$, s. Taf. I., Fig. 6.

Diese Körper erscheinen höchst selten selbstständig, gewöhnlich nur in Combinationen.

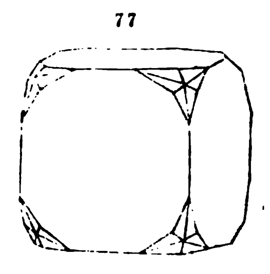
Achtundvierzigflächner und Oktaeder. Letzteres stumpft die Würfelecken ab. Jene bilden an diesem achtflächige Zuspitzungen der Ecken, je 2 Flächen auf eine Oktaederfläche aufgesetzt.

76

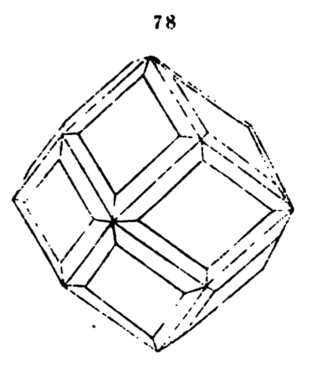


A. und Würfel. Letzterer stumpft die Oktaederecken ab. Jene bilden am Würfel sechsflächige Zuspitzungen der Ecken. Flussspath.

77



A. und Granatoeder. Letzteres stumpft die mittleren Ecken ab. Am G. bilden die Pyramidengranatoeder Zuschärfungen der Kanten.



A. und Leucitoide. Das Leucitoeder stumpft die Granatoederkanten von $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$ ab, während letzteres an jenem die gebrochenen Oktaederkanten zuschärft.

Der Anfänger übe sich in der Anschauung mehrfacher Combinationen und im Projiciren derselben.

Mit den Achtundvierzigflächnern sind alle einfachen Formen erschöpft, welche sich auf drei gleiche rechtwinklige Axen beziehen lassen, denn die abgehandelten umfassen, wie folgende Uebersicht zeigt, alle Fälle, welche in Bezug auf die Lage einer Fläche gegen diese Axen denkbar sind:

$a : \infty a : \infty a$ = Würfel,
$a : a : \infty a$ = Granatoeder,
$a : na : \infty a$ = Pyramidenwürfel,
$a : a : a$ = Oktaeder,
$a : a : \frac{1}{n}a$ = Leucitoide,
$a : a : na$ = Pyramidenoktaeder,
$a : \frac{1}{m}a : \frac{1}{n}a$ = Achtundvierzigflächner.

Zonen des regulären Systems. Wie in jedem System, so ist auch im regulären die Kenntniss der Zonen vor Allem wichtig, wie sich schon aus dem Früheren ergiebt. Es folge deshalb hier nochmals eine Uebersicht derselben:

1) Die Kantenzone des Würfels. Die Zonenaxe ist eine jede der drei Axen des Systems. Alle Flächen aus dieser Zone müssen daher einer der drei Axen parallel gehen (∞a im Zeichen haben. Es fallen in diese Zone: der Würfel, die Pyramidenwürfel, das Granatoeder.

2) Die Kantenzone des Oktaeders. Zonenaxe ist eine die Endpunkte je zweier Axen verbindende Linie (Oktaederkante).

Ihr gehören an: das Oktaeder, das Granatoeder, die Pyramidenoktaeder, die Leucitoide, der Würfel. Alle Flächen aus dieser Zone schneiden 2 Axen in gleicher Art, oder gehen beiden parallel.

3) Die Kantenzone des Granatoeders. Hierher gehören: das Granatoeder, das Leucitoeder und die Pyramidengranatoeder.

4) Die Diagonalzone des Oktaeders. Zonenaxe ist eine Senkrechte aus der Spitze der Oktaederfläche auf die gegenüberliegende Seite. Das Oktaeder, der Pyramidenwürfel $a : 2a : \infty a$, das Leucitoid $a : a : \frac{1}{3}a$, das Pyramidengranatoeder $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$ und die zweite Abtheilung der Achtundvierzigflächner.

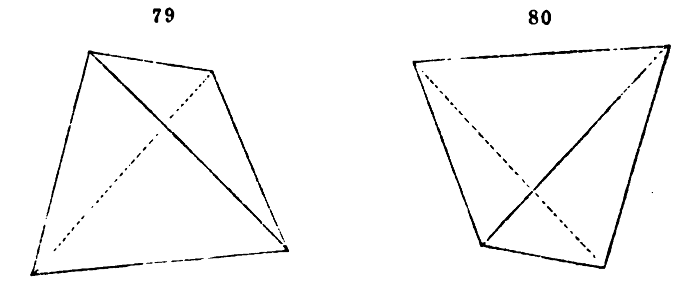
Die genannten sind die wichtigsten Zonen des Systems.

Die Würfelfläche fällt in zwei Kantenzonen des Oktaeders; die Granatoederfläche in die Kantenzone des Oktaeders und die des Würfels; die Leucitoederfläche in die des Oktaeders und des Granatoeders, und die des gewöhnlichsten Pyramidenwürfels $a : 2a : \infty a$ in die Diagonalzone zweier benachbarten Oktaederflächen.

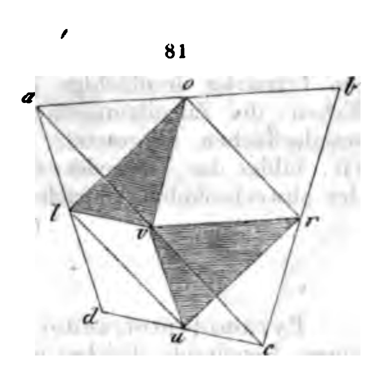
Hemiedrie im regulären System.

Schon früher wurde angeführt, dass eine hemiedrische Form (ein Hälftflächner) dadurch entsteht, dass die Hälfte der Flächen nach einem bestimmten Gesetz verschwindet.

Tetraeder. Wenn die drei einer Oktaederfläche anliegenden Flächen verschwinden, so entsteht das Tetraeder, welches von vier Flächen, die gleichseitige Dreiecke sind, umschlossen wird. Seine Kanten sind die versteckten Kanten des symmetrischen Oktaeders (d. h. die scharfen Seitenkanten der vierseitigen Prismen, aus deren Durchdringung dasselbe hervorgeht). Die Axen treffen die Mitte je zweier gegenüberliegenden Kanten.



Die Entstehung des Tetraeders versinnlicht Fig 81, in welcher von den sichtbaren vier vorderen Oktaederflächen die gestrichelten beiden verschwinden, wogegen die Fläche ovr sich zu abc, die Fläche lvu sich zu acd ausdehnen, wobei ab und cd die versteckten Oktaederkanten sind, welche vr und vl parallel gehen.



Die beiden aus dem Oktaeder hervorgehenden Tetraeder können als **rechtes** und **linkes** unterschieden werden, je nachdem die vordere obere rechte oder linke Fläche des Oktaeders die bleibende war. Sie haben eine um 90° verschiedene Stellung.

Da die Hälftflächner überhaupt durch ein dem Zeichen vorgesetztes $\frac{1}{2}$ unterschieden werden, so ist das Tetraeder $-\frac{1}{2}(a:a:a)$.

Kommen beide Tetraeder zusammen vor, so stumpfen die Flächen des einen die Ecken des anderen ab. Sie werden dann durch $\frac{1}{2}r$ (rechtes) und $\frac{1}{2}l$ (linkes) unterschieden. (Fahlerz.)

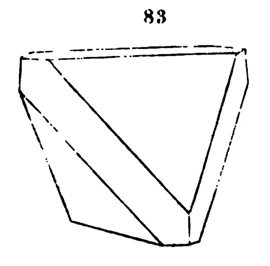
82

Wären beide gleichgross, so würden sie ein Oktaeder bilden, aber durch physikalische Unterschiede der 4 und 4 Flächen sich als Tetraeder zu erkennen geben.

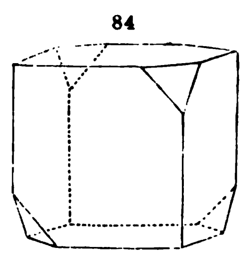
In Tetraedern krystallisiren u. A.: Fahlerz, Helvin, Kupferchlorür, Natriumsulfantimoniat (Schlippe'sches Salz).

Dass die Flächen des **Würfels** die Kanten des Tetraeders abstumpfen müssen, ergiebt sich aus dem Früheren (sie fallen mit 2 Oktaederflächenpaaren in eine Zone). Fig. 83. Am Würfel stumpft das Tetraeder die abwechselnden Ecken ab. Fig. 84. Boracit.

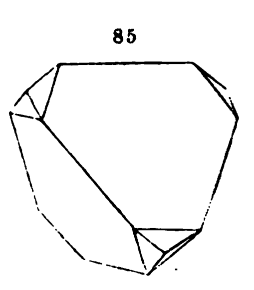
83



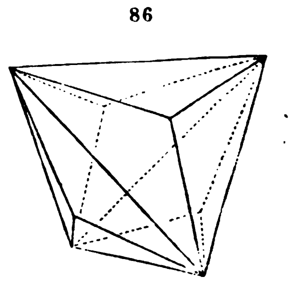
84



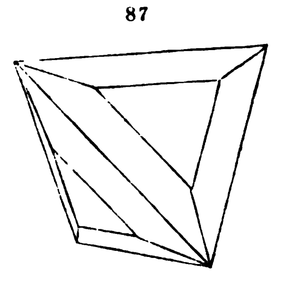
Die Flächen des **Granatoeders** bilden am Tetraeder dreiflächige Zuspitzungen der Ecken, die Zuspitzungsflächen auf die Tetraederflächen aufgesetzt. (Fahlerz.) Am Gr. bildet das Tetraeder die Abstumpfung der abwechselnden Würfelecken.


85

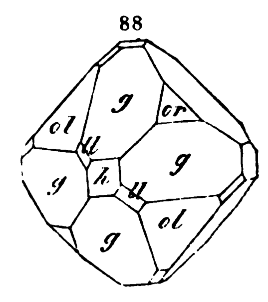
Pyramidentetraeder. Wenn an einem Leucitoide die drei in einer Würfelecke zusammenstossenden (der Lage nach einer Oktaederfläche entsprechenden) Flächen sich ausdehnen, während alle ihnen (in Kanten) anliegenden Flächen verschwinden, so entsteht das **Pyramidentetraeder**, deren jedes Leucitoid zwei hat. Die P. sind Tetraeder, auf deren Flächen sich dreiseitige Pyramiden erheben. Ihre 12 Flächen sind gleichschenklige Dreiecke; von ihren 18 Kanten sind 6 (Tetraederkanten) länger als die übrigen (Pyramidenkanten). Ebenso haben sie 4 Tetraeder- und 4 Pyramidenecken. Ihr allgemeines Zeichen ist $\frac{1}{2}$ (a : a : $\frac{1}{m}$ a). Die Axen treffen die Mitte der Tetraederkanten. (Fahlerz).


86

Combination des Pyramidentetraeders $\frac{1}{2}$ (a : a : $\frac{1}{2}$ a) und des Tetraeders, beide gleicher Stellung. (Fahlerz).

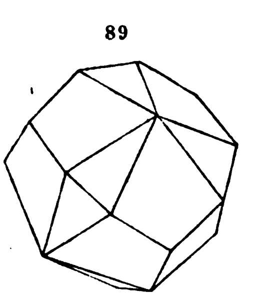

87

Comb. des Granatoeders = g, des Würfels = h, des rechten und linken Tetraeders = or und ol, und des linken Pyramidentetraeders: $\frac{1}{2}$ (a : a : $\frac{1}{2}$ a) = ll. (Boracit).



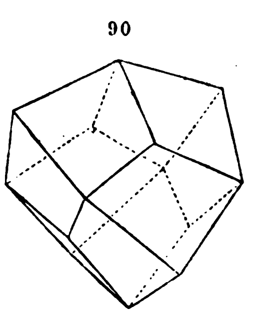
88

89



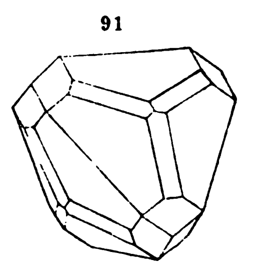
Combinat. des Granatoeders mit dem Pyramidentetraeder $\frac{1}{2}\left(a : a : \frac{1}{3}a\right)$, wobei die Flächen des letzteren bis zu den Würfelecken reichen, und die Granatoederflächen als Trapezoide erscheinen. Zinkblende.

90



Trapezoidtetraeder. Wenn an einem Pyramidenoktaeder die drei einer Oktaederfläche entsprechenden Flächen sich ausdehnen, die (in Kanten) anliegenden verschwinden, so entsteht ein Trapezoidtetraeder, deren jedes Pyramidenoktaeder mithin zwei hat, und deren allgemeines Zeichen $\frac{1}{2}$ (a : a : na) ist. An Mineralien hat man bisher vorzüglich die beiden $\frac{1}{2}$ (a : a : 2a) gefunden, und zwar nur in Combinationen. Die 12 Flächen sind symmetrische Trapezoide, deren die beiden gleichen Ecken verbindende Diagonalen die Lage der Oktaederkanten andeuten. Ihre 24 Kanten zerfallen in 12 längere (gebrochene Tetraederkanten) und 12 kürzere (Pyramidenkanten). Ihre 14 Ecken sind: 4 dreikantige Tetraederecken, 4 dreikantige Pyramidenecken, und 6 zwei- und zweikantige Oktaederecken (die Axenendpunkte bezeichnend).

91



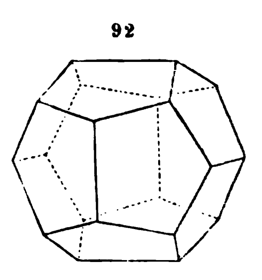
Combination des Pyramidentetraeders $\frac{1}{2}\left(a : a : \frac{1}{2}a\right)$, des Granatoeders und des Trapezoidtetraeders $\frac{1}{2}$ (a : a : 2a), welches mit ersterem gleiche Stellung hat.

Pentagondodekaeder. Wenn an einem Pyramidenwürfel eine Fläche bleibt, die drei in den Kanten anliegenden Flächen aber verschwinden, und die bleibenden sich ausdehnen, so entsteht das Pentagondodekaeder, deren jeder Pyramidenwürfel

2 hat. Seine 12 Flächen sind symmetrische (vier- und einseitige) Fünfecke. Die 30 Kanten zerfallen in 6 längere (Haupt-) Kanten (die Basen der Pentagone) und 24 kürzere. Die 20 Ecken sind: 8 dreikantige Würfelecken und 12 zwei- und einkantige Ecken.

Die Axen treffen die Mitte der Hauptkanten. Ihr allgemeines Zeichen ist $\frac{1}{2}$ (a : na : ∞a).

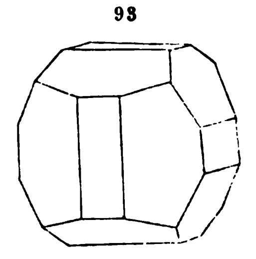
92



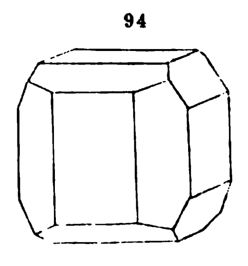
Am häufigsten, und allein für sich vorkommend, erscheint das Pentagondodekaeder $\frac{1}{2}$ (a : 2a : ∞a), welches auch Pyritoeder heisst. Eisenkies, Kobaltglanz.

Combination des Pyritoeders und Würfels. Letzterer stumpft die Hauptkanten ab. Jenes stumpft am Würfel die Kanten schief ab.

93

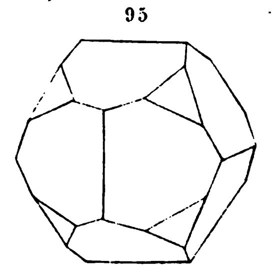


94

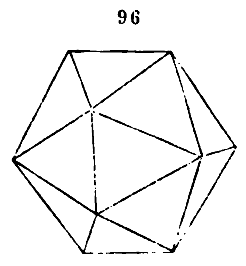


Pyritoeder und Oktaeder. Letzteres stumpft die Würfelecken ab. Sind die Oktaederflächen gerade so gross, dass sie bis zu den Hauptkanten reichen, so entsteht ein von 20 Dreiecken (8 gleichseitigen und 12 gleichschenkligen) begrenzter Körper. (Ikosaeder).

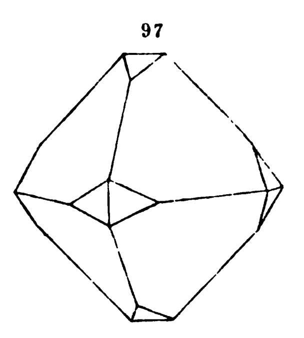
95



96

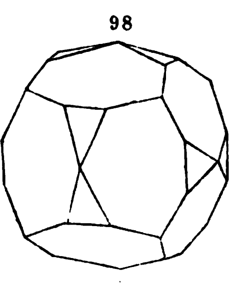


97



Das Pyritoeder bildet am Oktaeder Zuschärfungen der Ecken, die Zuschärfungsflächen auf zwei gegenüberliegende, aber abwechselnde Kanten aufgesetzt.

98

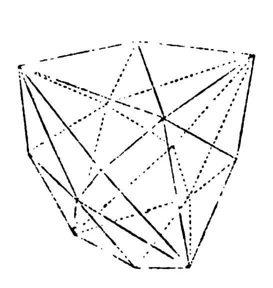


Pyritoeder und Granatoeder. Letzteres stumpft an jenem die (zwei- und einkantigen) Ecken an den Hauptkanten ab, so dass die Abstumpfungsflächen auf diese gerade aufgesetzt sind, und die neuen Combinationskanten mit den gegenüberliegenden Hauptkanten parallel gehen. Berühren sich zwei solcher Abstumpfungsflächen in der Hauptkante, so bilden sie einen rechten Winkel. Am Granatoeder bildet das P. Zuschärfungen der Oktaederecken, die Zuschärfungsflächen auf die Gr.-Flächen aufgesetzt.

Wenn am Pyritoeder ein anderes Pentagondodekaeder untergeordnet auftritt, so hat die Combination ein ähnliches Ansehen, wie die von jenem und vom Granatoeder, nur sind dann die Abstumpfungsflächen unter sich nicht rechtwinklig geneigt.

Hemiedrie der Achtundvierzigflächner. Eine solche kann im Allgemeinen auf zweierlei Art entstehen:

99



1) Wenn die sechs einer Oktaederfläche ihrer Lage nach entsprechenden Flächen sich ausdehnen, alle ihnen anliegenden aber verschwinden, so entsteht der tetraedrische Hälftflächner, das gebrochene Pyramidentetraeder. Es kommt nur in Combinationen vor, hat 24 Flächen (ungleichseitige Dreiecke), 36 Kanten, nämlich 12 gebrochene Tetraederkanten, 12 längere und 12 kürzere Pyramidenkanten. Die 14 Ecken zerfallen in 4 sechsflächige (drei- und dreikantige) Tetraederecken, 6 vierflächige (zwei- und zweikantige) Oktaederecken, die Lage der Axenendpunkte bezeichnend, und 4 sechsflächige (drei- und dreikantige) Pyramidenecken.

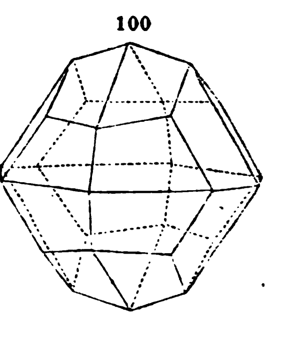
Bis jetzt kennt man vorzüglich nur $\frac{1}{2}\left(a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a\right)$ und

$\frac{1}{2}\left(a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{3} a\right)$. Bei beiden sind die Pyramidenecken gleichkantig. Diamant, Fahlerz, Boracit.

2) Wenn von den sechs einer Oktaederfläche entsprechen-Flächen die drei abwechselnden bleiben, die drei anderen verschwinden, so treten zwei Fälle ein, nämlich:

a) Es bleiben und verschwinden die anliegenden Flächen je zweier Flächengruppen. Dies giebt den pyritoedrischen Hälftflächner, das gebrochene Pentagondodekaeder.

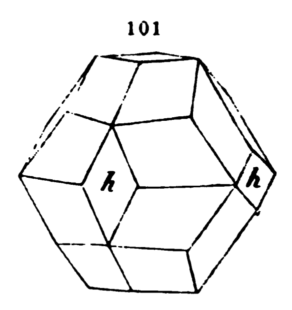
b) Oder diese anliegenden Flächen verhalten sich entgegengesetzt. Dieser Fall ist indessen noch nicht beobachtet worden.


100

Das gebrochene Pentagondodekaeder hat 24 Flächen, welche Trapezoide mit 2 gleichen und 2 ungleichen Seiten sind; 48 Kanten, nämlich 12 von der Lage der Hauptkanten der Pentagondodekaeder, 12 Kanten, den Senkrechten entsprechend, welche auf den Flächen der Pentagondodekaeder auf den Hauptkanten stehen, und 24 mittlere Kanten. Die 26 Ecken sind: 6 vierflächige (zwei- und zweikantige) Oktaederecken, die Lage der Axen andeutend, 8 dreiflächige (gleichkantige) Würfelecken, und 12 vierflächige (zwei- ein- und einkantige) mittlere Ecken.

Um diese Formen von den gebrochenen Pyramidentetraedern zu unterscheiden, kann man ihnen, da sie parallele Flächen haben, ein Zeichen ‡ vorsetzen, z. B ‡ $\frac{1}{2}\left(a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a\right)$. Beide kommen nie zusammen vor. Eisenkies.

Gebr. Pentagondodekaeder $\left(a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a\right)$ und Oktaeder. Letzteres stumpft die Würfelecken ab.



101

Gebr. P. und Würfel. Letzterer stumpft die Oktaederecken ab; Fig. 101. Berühren seine Flächen (h) die mittleren Ecken, so entsteht eine scheinbare Aehnlichkeit der Flächen mit Rhomben. Eisenkies.

Gebr. P. und Pyritoeder. An dem letzteren bilden die Flächen von jenem dreiflächige Zuspitzungen der Würfelecken, so dass die Combinationskanten den Diagonalen der Pyritoederflächen parallel gehen.

Die Flächen des gebrochenen Pyritoeders $\frac{1}{2}\left(a : \frac{1}{4} a : \frac{1}{2} a\right)$ sind nicht Trapezoide, sondern Trapeze, indem zwei seiner Kanten parallel laufen.

Alle Körper des regulären Systems sind hiernach der Hemiedrie fähig, und jeder von ihnen bedingt die Entstehung von zwei sich wie rechts und links verhaltenden Gegenkörpern. Nur Würfel und Granatoeder können nicht hemiedrisch werden, weil sie nicht in zwei symmetrische Hälften zerlegt werden können.

Uebersicht man die hemiedrischen Formen des Systems, so bemerkt man leicht, dass sie zwei Gruppen bilden, indem ein Theil nur von geneigten, ein anderer von parallelen Flächen umschlossen ist.

Die geneigtflächigen hemiedrischen Körper heissen, weil sie nach dem Gesetze des Tetraeders entstehen, die tetraedrischen Hälftflächner, (Tetraeder, Pyramidentetraeder, gebrochenes Pyramidentetraeder, Trapezoidtetraeder). Die parallelflächigen dagegen kann man, ihrem Habitus zufolge, die pyritoedrischen Hälftflächner nennen (Pentagondodekaeder, gebrochenes Pentagondodekaeder). Man hat bisher nie die Formen der einen Gruppe in Combination mit denen der anderen gefunden.

Dass die angeführten Hemiedrien nicht alle möglichen Fälle, sondern nur die bisher beobachteten umfassen, ist leicht nachzuweisen, und wurde in Betreff des Achtundvierzigflächners bereits angeführt.

Uebersicht der wichtigsten im regulären System krystallisirenden Substanzen.

A. Mineralien.

Die Mehrzahl der Metalle, wie z. B. Gold, Silber, Kupfer, Blei. Diamant, Speisskobalt, Rothkupfererz, Flussspath, Bleiglanz, Zinkblende, Silberglanz, Eisenkies, Kobaltglanz, Fahlerz, Spinell, Gahnit, Magneteisen, Chromeisen, Granat, Leucit, Boracit.

B. Chemische Präparate.

Phosphor, arsenige Säure, antimonige S, Kupfersulfuret, Kupferchlorür, Salmiak, Chlorkalium, Chlornatrium, Jodkalium, Brom-

natrium, Chlorlithium, Cyankalium, Doppelchlorüre von Kalium oder Ammonium und Platin, Iridium, Palladium und Zinn. Doppelcyanüre von Kalium und Zink, Kadmium, Silber, Quecksilber. Salpetersaurer Baryt, Strontian, salpeters. Bleioxyd, Alaun, Natriumsulfantimoniat.

Viergliedriges System.

Syn. Zwei- und einaxiges System; Tetragonalsystem; Pyramidalsystem; quadratisches System.

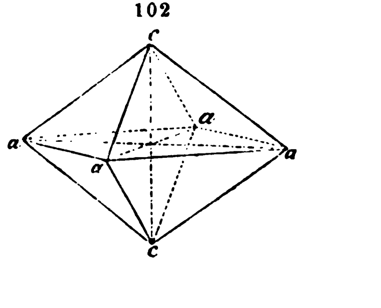
Die Formen dieses Systems beziehen sich auf drei rechtwinklige Axen, von denen zwei unter sich gleich sind, die dritte aber verschieden (länger oder kürzer) ist. Jene beiden werden mit a bezeichnet; letztere, welche die Hauptaxe heisst, mit c, wird senkrecht gestellt, während ein a dem Beobachter zugekehrt wird.

Die viergliedrigen Formen haben in ihrer Erscheinung grosse Aehnlichkeit mit den regulären, allein die Differenz zwischen der Hauptaxe und den beiden anderen Axen bewirkt, dass in jedem viergliedrigen Krystall ein Unterschied zwischen der Endigung (oben oder unten) und der Mitte hervortritt, der sich in den Flächen, Kanten und Ecken zu erkennen giebt, je nachdem sie sich auf den Axenendpunkt eines a oder des c beziehen. Die Bezeichnungen: Endflächen und Seitenflächen, Endkanten und Seitenkanten, Endecken und Seitenecken drücken dies aus.

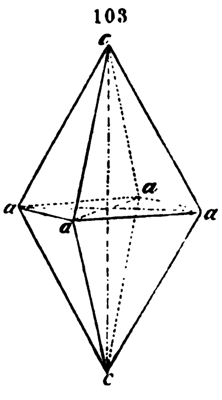
Das Oktaid des viergliedrigen Systems heisst Quadratoktaeder, wegen des quadratischen Durchschnitts in der Ebene der beiden Axen a. Sein Zeichen ist = a : a : c.

In symmetrischer Ausbildung sind seine Flächen gleichschenklige Dreiecke. Die 8 von a nach c laufendenden Kanten heissen Endkanten, die 4 von a nach a laufenden Seitenkanten. Die beiden Ecken an c sind Endecken, die 4 an a sind Seitenecken. Von den drei Axenebenen sind zwei (durch c und ein a gebildete) Rhomben, die dritte (von beiden a gebildet) welche auch Basis heisst, ein Quadrat.

102



103



Je nachdem die Hauptaxe länger oder kürzer als a ist, nennt man die Quadratoktaeder **scharfe** oder **stumpfe**.

Gleich allen anderen Formen finden sich auch die Quadratoktaeder sehr häufig unsymmetrisch ausgebildet, d. h. die Flächen in paralleler Lage dem Axenmittelpunkt näher oder ferner gerückt. Die Basis wird in solchen Fällen zum Oblongum, es treten die versteckten Oktaidkanten hervor, und es wiederholt sich im Allgemeinen überhaupt das, was in dieser Beziehung beim regulären Oktaeder gesagt wurde.

Während es im regulären System nur ein einziges Oktaeder geben kann, findet man deren im viergliedrigen System so viele, als es darin krystallisirende Substanzen giebt. Diese Quadratoktaeder unterscheiden sich durch das Verhältniss zwischen den Axen a und c; sie stehen aber, dem S. 39 Angeführten zufolge, in keiner einfachen Beziehung zu einander.

Allein die Zahl der Quadratoktaeder wird dadurch noch mehr vergrössert, dass jede Substanz, die in diesem System krystallisirt, nicht blos ein, sondern mehrere Quadratoktaeder aufzuweisen hat. Diese stehen aber unter einander in einem bestimmten und einfachen Verhältniss, insofern bei ihnen, bei Gleichheit ihrer Axen a, die Hauptaxen c ein rationales (und einfaches) Verhältniss bilden, d. h. ihre Länge nach der Proportion 1 : 2 : 3 : 4 u. s. w. fortschreitet. Vgl. S. 38., 39. Das allgemeine Zeichen eines Quadratoktaeders ist daher $= a : a : nc$ oder $\frac{1}{n}$ c, wo n eine ganze Zahl bedeutet.

Aus dieser Reihe wählt man nun dasjenige zur **Grundform** der Substanz, welches an ihr am häufigsten vorkommt, oder doch von der Art ist, dass die übrigen Formen zu ihm in der einfachsten Beziehung stehen. Das Dimensionsverhältniss zwischen a und c an diesem **Hauptoktaeder** giebt dann den Werth für die Einheiten der Axen, und ihm kommt allein das Zeichen $a : a : c$ zu. Dass die Dimensionen von a und c unter sich irrationale Grössen sind, wurde bereits S. 39 angedeutet

In der ganzen Reihe der Quadratoktaeder einer Substanz scheidet das Hauptoktaeder $a : a : c$ die **schärferen**, $a : a : nc$ (welche bei gleichen a ein nmal grösseres c haben), von den **stumpferen**, $a : a : \frac{1}{n} c$ (welche bei gleichen a ein $\frac{1}{n}$ mal so grosses c haben). Nach dem Werthe von n werden sie benannt. So ist z. B. $a : a : 2c$ das **zweifach schärfere** (d. h. in Beziehung auf das Hauptoktaeder), $a : a : 4c$ das **vierfach schärfere**; $a : a : \frac{1}{2} c$ $(= 2a : 2a : c)$ das **zweifach stumpfere**; $a : a : \frac{1}{4} c$ $(= 4a : 4a : c)$ das **vierfach stumpfere** u. s. w.

Das **Hexaid des viergliedrigen Systems** wird nicht von

gleichartigen Flächen begrenzt, ist also keine einfache Form, da von seinen drei Flächenpaaren das eine, welches die Axe c schneidet, ganz verschieden ist von den beiden unter sich gleichen und die beiden a schneidenden Paaren. Jenes wird zur Endfläche, c : ∞a : ∞a; diese werden an sich zu einem offenen Krystallraum, einem quadratischen Prisma, a : ∞a : ∞c, und obwohl sie zusammen vorkommen, so ist dies doch nicht nothwendig, da sich oft entweder bloss die Endflächen oder bloss das Prisma in den Combinationen vorfinden. Bei gleichzeitigem Vorhandensein unterscheiden sich die beiden vertikalen Hexaidflächen (Prismaflächen) jedenfalls von der horizontalen (Endfläche) durch physikalische Merkmale (Spaltbarkeit, Glanz, Härte etc.).

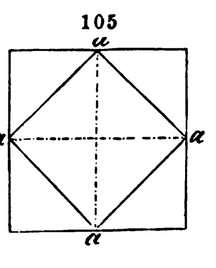
Während im regulären System die Hexaidflächen sämmtliche Oktaidecken abstumpfen, so finden wir hier entweder blos die Seitenecken, oder bloss die Endecken des Quadratoktaeders abgestumpft, oder, wenn beide, doch mit sichtlichen Unterschieden.

Wenn das viergliedrige Hexaid für sich erscheint, als quadratisches Prisma mit der Endfläche, so hat es durch unsymmetrische Ausdehnung eines oder zweier Flächenpaare oft ein sehr verschiedenes Ansehen. Es wird tafelartig, wenn die Endflächen sich sehr nähern; es wird ein oblonges Prisma, wenn die Verlängerung oder Verkürzung in der Richtung eines a erfolgt. Es kann selbst dem Würfel gleichen, von dem es sich indessen theils durch jene Differenz der Seitenflächen und der Endfläche, theils dadurch unterscheidet, dass das Quadratoktaeder an ihm keine gerade Abstumpfung der Ecken bildet, sondern die Neigung der Abstumpfungsflächen o gegen die vertikalen (Seiten)-Kanten s des Prismas eine andere ist, wie die gegen die horizontalen (End-) Kanten e. Die Oktaederflächen o erscheinen daher in diesem Fall an den Ecken nicht als gleichseitige, sondern als gleichschenklige Dreiecke. Apophyllit.

104

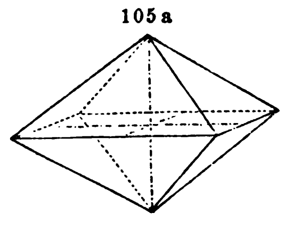
Das Dodekaid des viergliedrigen Systems, d. h. der die Oktaidkanten abstumpfende Körper, dessen Flächen zwei Axen schneiden, der dritten parallel gehen, kann ebensowenig wie das Hexaid ein Ganzes bleiben. Die beiden die Seitenkanten des Oktaeders abstumpfenden Flächenpaare bilden für sich ein quadratisches Prisma; die vier die Endkanten abstumpfenden bilden ein neues Quadratoktaeder.

Betrachten wir zunächst das letztere. Sein Zeichen ist $a : \infty a : c$. Seine Flächen liegen da, wo die Kanten des ursprünglichen Oktaeders liegen, und seine Basis ist doppelt so gross als die von jenem, wie die nebenstehende Figur zeigt, wo a die beiden Axen sind, in deren Durchschnitt c senkrecht steht. Es heisst das erste stumpfere Oktaeder von jenem.

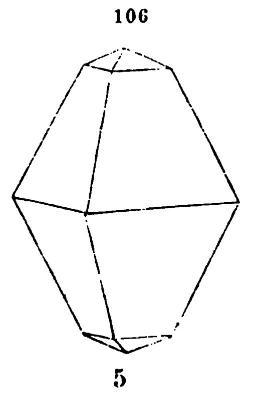


Jedes der bei einer Substanz vorkommenden Quadratoktaeder muss folglich sein erstes stumpferes haben, gebildet durch die zwei Dodekaidflächenpaare, welche seine Endkanten abstumpfen, wodurch eine ganze Reihe von Quadratoktaedern entsteht, deren allgemeines Zeichen $a : \infty a : nc$ oder $a : \infty a : \frac{1}{n} c$, und von denen jedes das erste stumpfere eines gegebenen Quadratoktaeders ist.

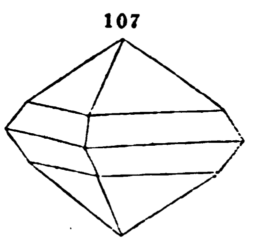
Man unterscheidet daher beide Reihen von Oktaedern, indem man die $a : a : nc$ oder $\frac{1}{n} c$ Oktaeder erster Ordnung nennt. Es ist dies diejenige Reihe, in welcher sich die Grundform, das Hauptoktaeder, $= a : a : c$, befindet. Die durch Abstumpfung ihrer Endkanten entstehenden $a : \infty a : nc$ oder $\frac{1}{n} c$ dagegen heissen Oktaeder zweiter Ordnung. Ihre Stellung ergiebt sich, wenn man ein Oktaeder erster Ordnung um die Axe um 45° dreht, so dass es nicht mehr eine Seitenecke sondern eine Seitenkante dem Beobachter zuwendet. Fig. 105a.



Alle stumpfere Oktaeder erster Ordnung bilden am Hauptoktaeder vierflächige Zuspitzungen der Endecken, die Flächen auf die Flächen des letzteren aufgesetzt, die Combinationskanten parallel den Seitenkanten der Grundform. Hausmannit.

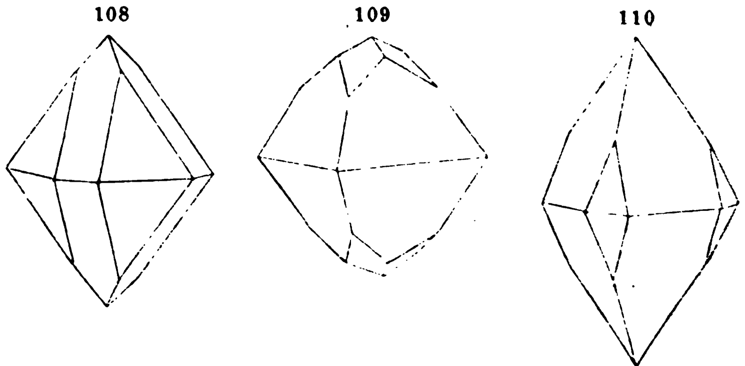


Alle schärferen bilden an letzterem Zuschärfungen der Seitenkanten. Schwefels. Nickeloxyd.



Ebenso verhalten sich die Oktaeder zweiter Ordnung unter sich.

Von den Oktaedern zweiter Ordnung bildet das erste stumpfere des Hauptoktaeders die Abstumpfung der Endkanten am letzteren. Tritt dabei das Hauptoktaeder zurück, so bildet es Zuschärfungen der Seitenecken am ersten stumpferen, so dass die Combinationskanten den Diagonalen der Flächen des letzteren parallel sind. Die übrigen Oktaeder zweiter Ordnung bilden am Hauptoktaeder entweder vierflächige Zuspitzungen der Endecken, die Flächen auf die Kanten aufgesetzt, wenn sie $\frac{1}{n}$ c im Zeichen haben; oder ähnliche Zuschärfungen der Seitenecken, wenn sie nc im Zeichen haben. Anatas.



Ebenso wie dasjenige Oktaeder, welches die Endkanten eines gegebenen abstumpft, in Bezug auf dieses sein erstes stumpferes heisst, ebenso heisst das Oktaeder, dessen Kanten abgestumpft, jenes geben, in Bezug auf dieses sein erstes schärferes. Ist also das Hauptoktaeder = a : a : c, so ist das erste schärfere desselben = a : ∞a : 2c. Es ist mithin ein Oktaeder zweiter Ordnung, und in seiner Combination mit dem Hauptoktaeder erscheint letzteres gerade so, wie das erste stumpfere in der Combination mit dem Hauptoktaeder.

Vom Hauptoktaeder ausgehend, bilden die Oktaeder erster und zweiter Ordnung folgende einfache Reihe:

1) Die stumpferen:

Das erste stumpfere $= a : \infty a : c$; ist zweiter Ordnung.

Das zweite stumpfere, d. h. dasjenige, welches die Endkanten des ersten stumpferen abstumpft, oder das erste stumpfere des ersten stumpferen. Da jene Endkanten von 2a nach c gehen, so ist es $= 2a : 2a : c = a : a : \frac{1}{2} c$. Es ist also erster Ordnung, wie das Hauptoktaeder, und weil es c in $\frac{1}{2}$ schneidet, zugleich in Bezug auf jenes das zweifach stumpfere.

Das dritte stumpfere, d. h. das erste stumpfere des zweiten stumpferen muss $= 2a : \infty a : c = a : \infty a : \frac{1}{2}c$ sein, ist also wieder zweiter Ordnung,

Das vierte stumpfere oder das erste stumpfere des dritten stumpferen ist $= 4a : 4a : c = a : a : \frac{1}{4}c$, ist erster Ordnung und zugleich das vierfach stumpfere in Beziehung auf das Hauptoktaeder.

2) Die schärferen:

Das erste schärfere $= \frac{1}{2}a : \infty a : c = a : \infty a : 2c$; ist zweiter Ordnung.

Das zweite schärfere, d. h. dasjenige, dessen Endkanten das vorige abstumpft, muss $= \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a : c = a : a : 2c$ sein; ist also erster Ordnung, und zugleich in Bezug auf das Hauptoktaeder das zweifach schärfere.

Das dritte schärfere, d. h. dasjenige, dessen erstes stumpferes das vorige ist, muss $= \frac{1}{4}a : \infty a : c = a : \infty a : 4c$ sein. Ist zweiter Ordnung.

Das vierte schärfere ist $= \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a : c = a : a : 4c$, ist erster Ordnung, und zugleich das vierfach schärfere.

Diese Reihen lassen sich noch weiter fortsetzen.

Vergleicht man die Basen aller dieser Oktaeder bei gleicher Länge von c, so müssen sie, wenn die Basis des Hauptoktaeders $= 1$ ist, in ihrer Grösse bei den stumpferen in der Progression $2 : 4 : 8 : 16$ u. s. w. zunehmen, bei den schärferen wie $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16}$ u. s. w. abnehmen. S. Taf. II. Fig. 1.

In dieser Reihe sind also die mit den geraden Zahlen (das 2te, 4te, 6te stumpfere oder schärfere) erster Ordnung, die mit den ungeraden Zahlen (das 1ste, 3te, 5te stumpfere oder schärfere) zweiter Ordnung. Folgende Zusammenstellung erläutert dies:

Erster Ordnung:

Hauptoktaeder $= a : a : c$,

2tes stumpferes $= a : a : \frac{1}{2}c$,

4tes - $= a : a : \frac{1}{4}c$,

6tes - $= a : a : \frac{1}{8}c$,

8tes - $= a : a : \frac{1}{16}c$,

.
.
.
.

2tes schärferes $= a : a : 2c$,

4tes - $= a : a : 4c$,

6tes - $= a : a : 8c$,

8tes - $= a : a : 16c$,

.
.
.
.

Zweiter Ordnung:

1stes stumpferes $= a : \infty a : c$,

3tes - $= a : \infty a : \frac{1}{2}c$,

5tes - $= a : \infty a : \frac{1}{4}c$,

7tes - $= a : \infty a : \frac{1}{8}c$,

9tes - $= a : \infty a : \frac{1}{16}c$.

.
.
.
.

1stes schärferes $= a : \infty a : 2c$,

3tes - $= a : \infty a : 4c$,

5tes - $= a : \infty a : 8c$,

7tes - $= a : \infty a : 16c$.

.
.
.
.

Natürlich schliessen die Glieder dieser vom Hauptoktaeder ausgehenden einfachen Reihe nicht alle bei einer Substanz vorkommenden Quadratoktaeder ein, da noch viele Oktaeder 1ster und 2ter Ordnung möglich sind, deren c zu dem des Hauptoktaeders, bei gleichen a, in einem einfachen Verhältniss steht. So z. B. $a : a : 3c$ oder $\frac{1}{3}c$ (dreifach schärferes oder stumpferes). Jedes derartige Oktaeder wird möglicherweise wieder der Ausgangspunkt einer neuen Reihe, denn durch Abstumpfung seiner Endkanten erhält man sein 1stes stumpferes, während das Oktaeder, dessen Endkanten von den Flächen des gegebenen selbst abgestumpft werden, sein 1stes schärferes ist.

So z. B. liefert das Oktaeder $a : a : \frac{1}{3}c$ die Reihe:

1stes stumpferes $= a : \infty a : \frac{1}{3}c$,

2tes - $= a : a : \frac{1}{6}c$,

3tes - $= a : \infty a : \frac{1}{6}c$,

4tes - $= a : a : \frac{1}{12}c$.

.
.
.

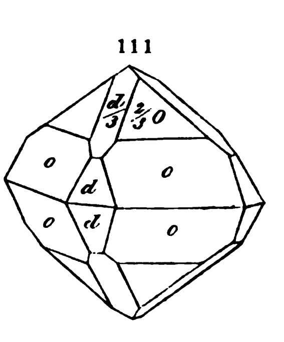
.

1stes schärferes $= a : \infty a : \frac{2}{3} c$,

2tes - $= a : a : \frac{2}{3} c$,

3tes - $= a : \infty a : \frac{4}{3} c$,

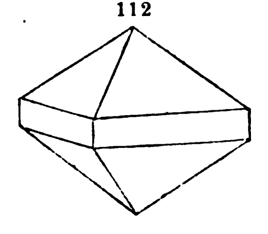
4tes - $= a : a : \frac{4}{3} c$.



Die Projektion der Quadratoktaeder bedarf wohl keiner besonderen Erläuterung, da sie wegen der allein sichtbaren beiden gleichen Axen a ganz dieselben Figuren liefert, wie im regulären System, was auch Fig. 105. und die letzte zeigen. Der Anfänger mag sich in der Deutung und Projektion der beistehenden Figur üben, in welcher o das Hauptoktaeder, und $\frac{2}{3}$o ein stumpferes $= a : a : \frac{2}{3} c$ ist. Welchen Werth haben die beiden anderen Oktaeder d und $\frac{d}{3}$, wenn die Kanten, welche o mit beiden d rechts und links bildet, und die, welche $\frac{d}{3}$ mit beiden $\frac{2}{3}$o bildet, parallel sind?

Die quadratischen Prismen. Das durch Abstumpfung der Seitenkanten aller Oktaeder erster Ordnung entstehende Prisma $a : a : \infty c$ heisst **erstes quadratisches Prisma**, das auf gleiche Art sich zu denen zweiter Ordnung verhaltende $a : \infty a : \infty c$ heisst **zweites quadratisches Prisma.** Jenes wird von zwei Flächenpaaren des Dodekaids, dieses von solchen des Hexaids gebildet.

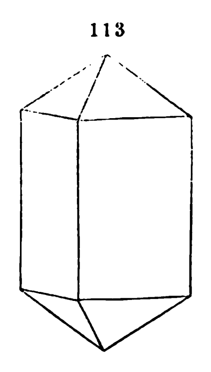
Kommt eines dieser Prismen, von der Endfläche $c : \infty a : \infty a$ begrenzt, für sich vor, so lässt sich nicht entscheiden, ob es das erste oder zweite ist; dazu bedarf es physikalischer Merkmale oder des Auftretens von einem oder mehreren Quadratoktaedern.



Combination der Oktaeder erster Ordnung und des ersten Prismas. Letzteres stumpft an allen die Seitenkanten ab. Treten jene untergeordnet an ihm auf, so bilden sie vierflächige Zuspitzungen, auf die Flächen aufgesetzt.

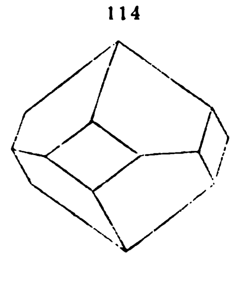
(Zirkon). Die Endfläche stumpft in allen Fällen die Endecken ab. Ebenso verhalten sich Oktaeder zweiter Ordnung in Combination mit dem zweiten Prisma.

113

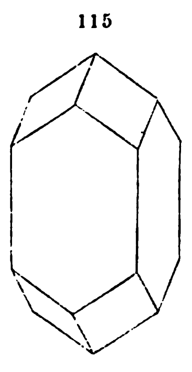


Combination der Oktaeder erster Ordnung und des zweiten Prismas. Wenn das zweite Prisma untergeordnet am Hauptoktaeder oder überhaupt an einem Oktaeder erster Ordnung vorkommt, so stumpft es die Seitenecken ab. An dem zweiten Prisma dagegen bilden jene vierflächige Zuspitzungen, auf die Kanten aufgesetzt. Diese Combination hat im Allgemeinen das Ansehen eines Granatoeders, besonders wenn sich die Zuspitzungsflächen durch Zurücktreten des Prismas in den Kanten berühren. Zirkon.

114



115



Combination der Oktaeder zweiter Ordnung und des ersten Prismas. Das Verhalten ist ganz dasselbe. Das erste stumpfere des Hauptoktaeders, mit dem ersten Prisma im Gleichgewicht, repräsentirt das Dodekaid des Systems.

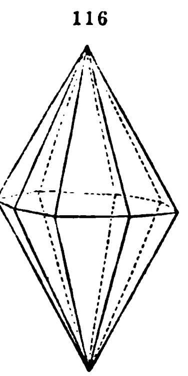
Combination des ersten und zweiten Prismas. Das eine stumpft die Seitenkanten des anderen ab, und bildet ein regelmässiges achtseitiges Prisma.

Die bisher betrachteten Flächen, welche die drei Axen schneiden, d. h. die der Quadratoktaeder erster Ordnung, trafen beide gleichen Axen in gleichen Werthen. An sie reihen sich die Flächen, deren allgemeiner Ausdruck $a : \frac{1}{m}a : c$ oder nc oder

$\frac{1}{n}c$ ist. Eine solche Fläche muss 16mal auftreten. Der dadurch entstehende Körper heisst Vier- und Vierkantner (Dioktaeder).

Seine Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Seine 24 Kanten zerfallen in 16 Endkanten, und diese wieder in 8 (gewöhnlich längere und schärfere) der Lage nach den Endkanten der Oktaeder erster Ordnung entsprechende, und 8 dazwischenliegende in der Richtung der Endkanten der Oktaeder zweiter Ordnung; ferner 8 Seitenkanten. Seine Ecken sind: 2 Endecken und 8 Seitenecken, zu je 4 den Ecken der beiderlei Ordnungen der Oktaeder entsprechend.

116



Die Endecken und die 4 den Ecken der Oktaeder erster Ordnung entsprechenden Seitenecken bezeichnen die Lage der Axen.

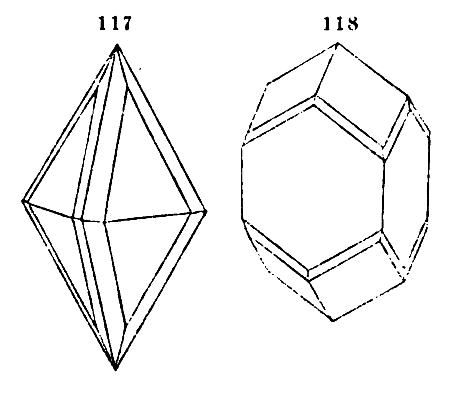
Anm. Vier- und Vierkantner, deren Basis ein regelmässiges Achteck wäre, und deren sämmtliche Endkanten gleich wären, können nicht vorkommen, da sie das irrationale Verhältniss $a : a = 1 : 2{,}414 \ldots\ldots$ haben würden.

Die Vier- und Vierkantner kommen nicht selbstständig vor.

Die Axen aller bei einer Substanz sich findenden Vier- und Vierkantner stehen zu denen des Hauptoktaeders in einem einfachen rationalen Verhältniss. Am gewöhnlichsten sind die, deren Zeichen $a : \frac{1}{m}a : c$ ist, die also mit dem Hauptoktaeder ein a und c gemein haben.

Alle Vier- und Vierkantner, welche a : c im Zeichen haben, fallen in die Endkantenzone des Hauptoktaeders. Je nach dem Werthe des anderen a zerfallen sie in zwei Abtheilungen: die Flächen der einen nämlich schärfen jene Endkanten zu, oder liegen zwischen dem Hauptoktaeder und seinem ersten stumpferen. Fig. 117. Die Flächen der anderen liegen zwischen dem

117 118



Hauptoktaeder und dem zweiten Prisma, d. h. sie stumpfen die Kante zwischen beiden ab. Fig. 118. Zirkon.

Andere Vier- und Vierkantner fallen in die Diagonalzone des Hauptoktaeders, d. h. sie schneiden die Flächen desselben parallel deren Längendiagonalen (ebenso wie das erste schärfere Oktaeder).

Die Projektion der Vier- und Vierkantner bedarf keiner Erklärung, wenn man sich erinnert, dass diese Körper Theile von Leucitoiden, Pyramidenoktaedern und Achtundvierzigflächnern darstellen, wenn man c = a setzt.

Eine jede Fläche $a : \frac{1}{m}a : \infty c$ muss achtmal auftreten. Der so entstehende Krystallraum, gleichsam ein Vier- und Vierkantner mit unendlich langem c, giebt mit der Endfläche ein vier- und vierkantiges Prisma, welches gewöhnlich in Combination mit den beiden quadratischen Prismen vorkommt.

Alle vier- und vierkantigen Prismen entstehen durch Abstumpfung der Seitenkanten der Vier- und Vierkantner. Ihre Kanten sind abwechselnd schärfer und stumpfer. Sie bilden Zuschärfungen der Kanten des ersten oder zweiten Prismas, oder Abstumpfungen der Combinationskanten beider.

Gleichwie das Hexaid und Dodekaid im viergliedrigen System sich in einzelne Theile zerlegen, so auch die übrigen Körper des regulären Systems: die Leucitoide, Pyramidenoktaeder, Pyramidenwürfel und Achtundvierzigflächner. Es ist in hohem Grade lehrreich, diese Verhältnisse, die hier der Kürze wegen übergangen werden müssen, zu verfolgen.

Zonenübersicht.

1) Horizontale Zone. Zonenaxe ist c. Ihre Flächen haben mithin ∞c im Zeichen; es sind die Prismen, das erste, zweite und die vier- und vierkantigen Prismen.

2) Vertikalzone des zweiten Prismas. Zonenaxe ist ein a. Die in sie fallenden Flächen, die sämmtlich ∞a im Zeichen haben, sind: das zweite Prisma, die Oktaeder zweiter Ordnung und die Endfläche.

3) Vertikalzone des ersten Prismas (Seitenkantenzone des Hauptoktaeders). Zonenaxe ist die Seitenkante des Hauptoktaeders (a : a). Hierher gehören: das erste Prisma, das Hauptoktaeder, und überhaupt alle Oktaeder erster Ordnung, die Endfläche. In dem Zeichen aller haben beide a gleiche Werthe.

4) Endkantenzone des Hauptoktaeders. Zonenaxe ist die Kante a : c. Hauptoktaeder, sein erstes stumpferes, alle Vier- und Vierkantner mit a : c im Zeichen, zweites Prisma. Die Fläche des zweiten Prismas fällt gleichzeitig in zwei solche Zonen.

Jedes Oktaeder erster Ordnung hat gleich dem Hauptoktaeder seine besondere Endkantenzone.

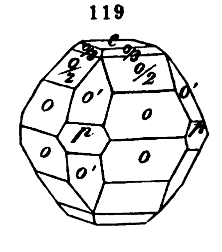
5) Diagonalzone des Hauptoktaeders. Zonenaxe ist die Diagonale einer Oktaederfläche (d. h. eine Senkrechte aus der Endecke auf die Mitte der Seitenkahte). Hauptoktaeder, erstes schärferes, gewisse Vier- und Vierkantner.

Jedes Oktaeder erster Ordnung bildet seine besondere Diagonalzone.

Aus dem Früheren ergiebt sich, dass die Diagonalzone eines jeden Oktaeders zugleich die Kantenzone seines ersten schärferen ist.

Als leichtzugängliches Beispiel einer Combination viergliedriger Formen sind die Krystalle des schwefelsauren Nickeloxyds zu betrachten, besonders wenn sie aus einer sauren Auflösung anschiessen.

Fig. 119. zeigt eine der am reichsten ausgebildeten Combinationen, und Taf. II, Fig. 2. ihre Projektion.



Wir gehen von dem Oktaeder o aus, und bezeichnen es mithin = a : a : c. In der Projection sind o...o seine Sektionslinien. — Die Fläche p gehört offenbar dem zweiten Prisma a : ∞a : ∞c an, da sie eine Hexaidfläche ist (fällt mit je zwei o in eine Zone). In der Projektion fallen die beiden Sektionslinien in die Axen a. — Fläche e ist die Endfläche = c : ∞a : ∞a. — Fläche o', welche einem Oktaeder zweiter Ordnung angehört, ist in Bezug auf o, da sie die Endkante von o abstumpft, eine Fläche des zugehörigen Dodekaids, d. h. das erste stumpfere Oktaeder, a : ∞a : c, dessen Sektionslinien in der Projektion o'....o' sind. Die Flächen p, o, o' bilden parallele Kanten, fallen in eine Zone, wie auch die Projektion dies zeigt, da im Zonenpunkt a sich die Sektionslinien dieser drei Flächen schneiden. — Das Oktaeder erster Ordnung $\frac{o}{2}$, welches ein stumpferes ist, lässt sich nun gleichfalls leicht bestimmen, da jede seiner Flächen mit den beiden o' rechts und links parallele Kanten bildet, also die Endkanten von o' abstumpft, daher das erste stumpfere dieses letzteren, mithin das zweite und zugleich das zweifach stumpfere vom Hauptoktaeder ist. Sein Zeichen

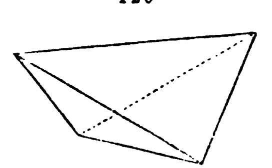
$a : a : \frac{1}{2}c = 2a : 2a : c$ folgt ebenso aus der Projektion, da seine Sektionslinie durch den Punkt s, und zugleich mit o..... o parallel gehen muss. — Die Flächen $\frac{o}{3}$, einem noch stumpferen Oktaeder erster Ordnung angehörig, sind hier durch Zonen nicht bestimmbar; Messung und Rechnung lehren, dass es das dreifach stumpfere sei, $a : a : \frac{1}{3}c = 3a : 3a : c$, mit den Sektionslinien $\frac{o}{3} \ldots\ldots \frac{o}{3}$. Wenn sich aber an den Krystallen o links und o' rechts so weit ausgedehnt finden, dass sie mit $\frac{o}{3}$ rechts Kanten bilden, so werden dieselben parallel sein, da die Sektionslinie $\frac{o}{3} \ldots\ldots \frac{o}{3}$ durch den Zonenpunkt s' geht, d. h. die Fläche $\frac{o}{3}$ mit einem o' und einem o in eine Zone fällt.

Hemiedrie.

Die Hemiedrie ist im viergliedrigen System von bei weitem geringerer Bedeutung als im regulären, und zeigt sich insbesondere am Quadratoktaeder und am Vier- und Vierkantner.

Das viergliedrige Tetraeder entsteht aus jedem Quadratoktaeder auf gleiche Weise wie das Tetraeder aus dem regulären Oktaeder.

120



Auch hier entstehen also zwei Gegentetraeder aus einem jeden Quadratoktaeder. Ihre Flächen sind gleichschenklige Dreiecke; sie haben zwei Endkanten und vier Seitenkanten, und vier Ecken. Die Axen schneiden die Mitte je zweier gegenüberliegender Kanten. Kupferkies.

Selten erscheinen vom Oktaeder die vier Flächen, welche in zwei parallelen Seitenkanten zusammenstossen, und zwar natürlich nur in Combination mit den Prismen. Cyanquecksilber, Parasulfat-Ammon.

Der Vier- und Vierkantner kann auf mehrfache Weise hemiedrisch werden. Indem drei um eine Fläche liegende Flächen verschwinden, jene aber sich ausdehnt, entsteht ein Hälftflächner, dessen Seitenkanten im Zickzack laufen. In der Com-

bination Fig. 118. würden dann immer nur die abwechselnden Kanten zwischen dem Oktaeder und dem Prisma abgestumpft sein, und zwar so, dass, wenn am oberen Ende des Krystalls z. B. die an den Seitenkanten des Prismas rechts anliegenden Flächen vorhanden sind, am unteren Ende die links liegenden sich finden, und umgekehrt.

Ferner könnte der Vier- und Vierkantner in der Weise hemiedrisch werden, dass je zwei einer Oktaederfläche (erster Ordnung) entsprechende Flächen bleiben, die anliegenden aber verschwinden, was einen tetraedrischen Hälftflächner geben würde.

Oder eine Fläche und die ihr in der Seitenkante anliegende bleiben, die übrigen sie begrenzenden verschwinden. Der parallelflächige Hälftflächner, der auf diese Art entsteht, ist ein Oktaeder mit rhombischer Basis.

In Combinationen erscheinen dann, wie z. B. in Fig. 118, die oberen und unteren Abstumpfungsflächen auf derselben Seite der Kanten des Prismas.

Uebersicht der wichtigsten im viergliedrigen System krystallisirenden Substanzen.

A. Mineralien.

Zinnstein, Rutil, Braunit, Hausmannit, Kupferkies, Scheelit, Zirkon, Vesuvian.

B. Chemische Präparate.

Zinn, Quecksilberchlorür, Quecksilberjodid, Phosphors. Kali, Phosphors. Ammoniak, Arseniks. Kali, Arseniks. Ammoniak, Schwefels. Nickeloxyd, Cyanquecksilber, Kaliumeisencyanür.

Zweigliedriges System.

Syn. Zwei- und zweigliedriges, ein- und einaxiges, rhombisches System.

Alle Formen dieses Systems beziehen sich auf drei rechtwinklige, aber ungleiche Axen. Von diesen wird eine senkrecht gestellt, und mit c bezeichnet; von den beiden anderen horizontalen wird die kürzere auf den Beobachter gerichtet und a, die längere dagegen b genannt.

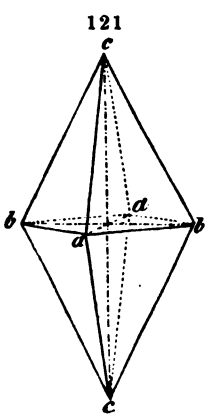
In der äusseren Erscheinung haben die zweigliedrigen Formen noch weniger Aehnlichkeit mit den regulären, als die viergliedrigen, denen sie oft nahe kommen. Wenn aber bei diesen bloss eine Differenz des Oben und Unten gegen die Mitte

eintrat, so zeigt sich hier eine solche auch an den Endpunkten der Axen a und b und den darauf sich beziehenden Theilen. Die Seitenecken und Endkanten z. B. sind also zweierlei Art, je nachdem sie sich auf a oder b beziehen.

Das zweigliedrige Oktaid, d. h. der Körper, dessen Flächen alle drei Axen schneiden, heisst Rhombenoktaeder wegen der drei rhombischen Durchschnitte, welche die durch je zwei Axen gelegten Ebenen bilden. Sein allgemeines Zeichen ist a : b : c.

Seine Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Es hat vier stumpfere Endkanten (von a nach c laufend), vier schärfere Endkanten (von b nach c), und vier Seitenkanten. Ferner: zwei Endecken, zwei stumpf re Seitenecken (an a) und zwei schärfere (an b), welche sämmtlich zwei- und zweikantig sind.

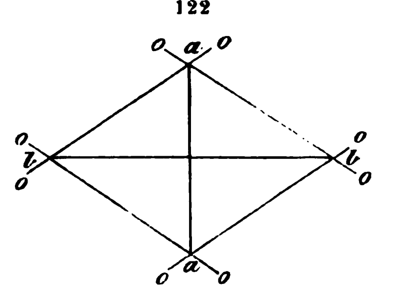
121



Bei unsymmetrischer Ausbildung werden die Durchschnitte zu Rhomboiden, und es treten die versteckten Kanten hervor.

Die Werthe der drei Axen eines Rhombenoktaeders stehen unter sich in keinem rationalen Verhältniss. Bei der Angabe desselben setzt man gewöhnlich b = 1. So findet sich z. B. beim Schwefel ein Rhombenoktaeder, wo a : b : c = 0,8106 .... : 1 : 1,898 ... ist.

122



Die Projektion eines Rhombenoktaeders ist sehr einfach. Fig. 122. Man zieht die Axen a und b in der Projektionsebene und giebt ihnen, wenn man will, das wahre Verhältniss ihrer Länge, worauf man vom Punkte c aus, der senkrecht über dem Mittelpunkt angenommen wird, die Oktaederflächen in Gedanken auf die Projektionsebene fallen lässt, welche sie in den Sektionslinien o....o schneiden.

Jede Substanz, welche im zweigliedrigen System krystallisirt, kann nun eine ganze Reihe von Rhombenoktaedern haben, deren

gleichnamige Axen aber in einem einfachen rationalen Verhältniss stehen, während ein solches nicht stattfindet bei den Oktaedern verschiedener Substanzen.

Unter den verschiedenen Rhombenoktaedern einer Substanz wählt man, wie im vorigen System, eins zur Grundform oder zum Hauptoktaeder. Die durch dasselbe bestimmten Axendimensionen sind alsdann die Einheiten, und sein Zeichen ist $a : b : c$. Alle übrigen haben dann folgende Zeichen:

$$a : b : nc \quad \text{oder} \quad a : b : \frac{1}{n}c,$$

$$a : nb : c \quad - \quad a : \frac{1}{n}b : c,$$

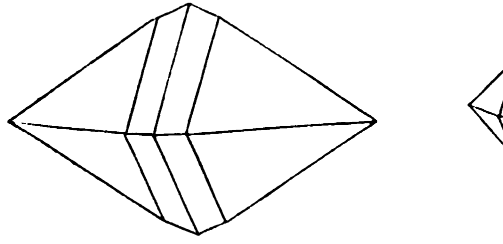
$$na : b : c \quad - \quad \frac{1}{n}a : b : c,$$

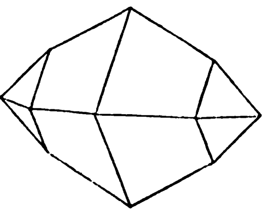
$$ma : nb : c \quad - \quad \frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : c.$$

Combination der verschiedenen Rhombenoktaeder.

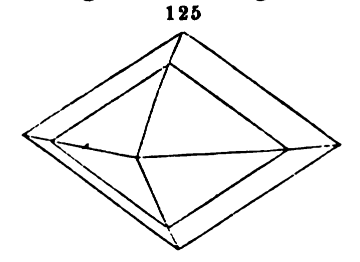
1) Die Oktaeder $a : b : nc$ oder $\frac{1}{n}c$. Die ersteren heissen, in Bezug auf das Hauptoktaeder, schärfere, die letzten stumpfere. So z. B. ist $a : b : 2c$ das zweifach schärfere, $a : b : \frac{1}{3}c$ das dreifach stumpfere. Alle schärferen Oktaeder bilden am Hauptoktaeder Zuschärfungen der Seitenkanten, alle stumpferen bilden an ihm vierflächige Zuspitzungen der Endecken, auf die Flächen aufgesetzt, und die Combinationskanten parallel den Seitenkanten des Hauptoktaeders, ganz ähnlich den Quadratoktaedern.

2) Die Oktaeder $a : nb : c$ oder $a : \frac{1}{n}b : c$. So wie die vorigen die Kantenrichtung (Zonenaxe) $a : b$ mit dem Hauptoktaeder gemein hatten, so diese die Kantenrichtung $a : c$. Die mit nb bilden am Hauptoktaeder Zuschärfungen dieser Kanten, die mit $\frac{1}{n}b$ vierflächige Zuspitzungen der Seitenecken an b, in gleicher Art wie die früheren an den Endecken. Fig. 123, 124.

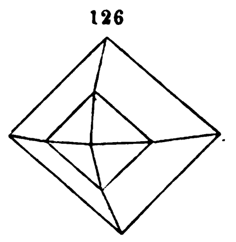

123


124

3) Die Oktaeder na oder $\frac{1}{n}a : b : c$. Sie verhalten sich ganz analog in Beziehung zu der Kante b : c.



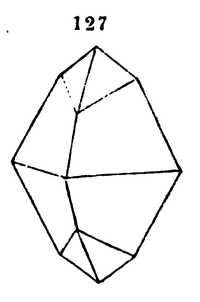
125



126

Der Parallelismus zwischen den Kanten eines Rhombenoktaeders und den Combinationskanten eines oder mehrerer anderer zeigt also an, welche beiden Axen die gemeinschaftlichen sind.

4) Die Oktaeder ma : nb : c oder $\frac{1}{m}a : \frac{1}{n}b : c$. Sie bilden sämmtlich am Hauptoktaeder vierflächige Zuspitzungen der dreierlei Ecken, so dass die Combinationskanten den dreierlei Kanten des Hauptoktaeders nicht parallel laufen. Fig. 127 zeigt z. B. das Hauptoktaeder mit einem solchen.



127

Die Projektion aller dieser Combinationen ist sehr leicht, wenn man sich nur erinnert, dass jede Fläche durch die Einheit von c gelegt werden muss. Man projicire zur Uebung z. B. die Combination von a : b : c mit:

$a : b : \frac{1}{2}c = 2a : 2b : c,$

$a : 2b : c,$

$a : \frac{1}{2}b : c,$

$2a : b : c,$

$\frac{1}{2}a : b : c,$

$3a : 2b : c = \frac{3}{2}a : b : \frac{1}{2}c,$

$\frac{1}{2}a : \frac{1}{3}b : c.$

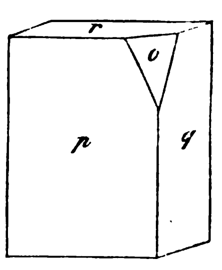
Das Hexaid des zweigliedrigen Systems löst sich, da jedes seiner drei Flächenpaare sich auf eine Axe von anderem Werthe bezieht, in drei einzelne Flächenpaare auf. Kommen dieselben, wie oft, zusammen vor, so bilden sie ein rektanguläres Prisma mit dreifach verschiedenem Werthe der Flächen.

Indem sich die einzelnen Flächenpaare verschiedenartig ausdehnen, kann dies Prisma dem quadratischen, selbst dem Würfel nahe kommen, oder zur Tafel werden.

In ihrer Combination mit den Rhombenoktaedern verhalten sich die drei Hexaidflächenpaare im Allgemeinen, wie früher angeführt wurde, d. h. sie stumpfen die dreierlei Ecken ab. Ihrem verschiedenen Werthe gemäss, sind sie aber nicht immer gleichzeitig vorhanden, oft nur eine, oft zwei von ihnen. $c : \infty a : \infty b$ wird zur Endfläche, $a : \infty b : \infty c$ stumpft die vorderen, $b : \infty a : \infty c$ die seitlichen Seitenecken ab.

Wenn zu dem rektangulären Prisma die Flächen eines Rhombenoktaeders untergeordnet hinzutreten, so bilden sie Abstumpfungen der Ecken. Die Abstumpfungsflächen sind ungleichseitige Dreiecke, und gegen die drei Prismenflächen verschieden geneigt, (schiefe Abstumpfung), was, neben den physikalischen Differenzen sie von den quadratischen Prismen und dem Würfel leicht unterscheidet. In der Fig. 128 ist nur eine Oktaederfläche o an dem Hexaid pqr gezeichnet, die Kantenwinkel $\frac{o}{p}$, $\frac{o}{q}$, $\frac{o}{r}$ sind unter sich ungleich; ebenso ist die Neigung von o gegen die drei Kanten des Prismas $\frac{p}{q}$, $\frac{p}{r}$ und $\frac{q}{r}$ verschieden.

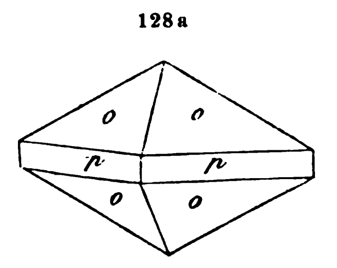
128



Das Dodekaid des zweigliedrigen Systems, d. h. der die Oktaidkanten abstumpfende Körper, dessen Flächen nur zwei Axen schneiden, löst sich in drei Krystallräume auf, da die Kanten des Oktaids dreifach verschieden sind. Jeder dieser Krystallräume, durch ein Hexaidflächenpaar geschlossen, bildet ein rhombisches Prisma. Diese drei rhombische Prismen heissen in Bezug auf das Rhombenoktaeder, dessen Kanten sie abstumpfen, seine drei zugehörigen Paare.

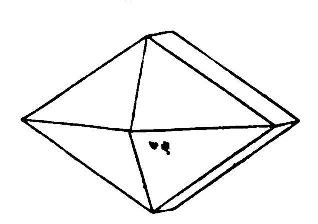
Das erste zugehörige Paar = p entsteht durch Abstumpfung der Seitenkanten (Fig. 128a); es ist = a : b : ∞c; also ein vertikales Prisma.

128a

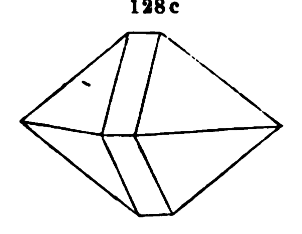


Das zweite Paar = b : c : ∞a, also die Abstumpfung der schärferen Endkanten (Fig. 128b), ist ein horizontales Prisma in der Richtung a. Das dritte Paar = a : c : ∞b, die stumpferen Endkanten abstumpfend (Fig. 128c), ist ein horizontales Prisma in der Richtung der Axe b.

128b



128c



Ausser diesen drei Paaren muss es im zweigliedrigen System noch viele andere rhombische Prismen geben, denn jedes einzelne Rhombenoktaeder hat seine drei zugehörigen Paare, welche seine dreierlei Kanten abstumpfen. Es ist daher das allgemeine Zeichen für

die ersten Paare a : nb : ∞c oder a : $\frac{1}{n}$b : ∞c,

die zweiten - nb : c : ∞a - $\frac{1}{n}$b : c : ∞a,

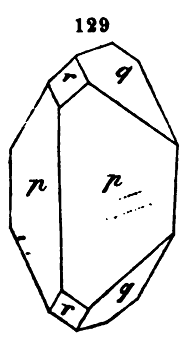
die dritten - na : c : ∞b - $\frac{1}{n}$a : c : ∞b.

Es ergiebt sich hieraus, dass das erste Paar a : b : ∞c des Hauptoktaeders zugleich das erste Paar für alle Rhombenoktaeder a : b : nc oder $\frac{1}{n}$c ist, deren Seitenkanten es abstumpft; dass ferner das zweite Paar b : c : ∞a gleichzeitig dieselbe Beziehung hat zu allen Oktaedern na oder $\frac{1}{n}$ a : b : c, deren schärfere Endkanten es abstumpft, und dass das dritte Paar a : c : ∞b wiederum in gleichem Verhältniss steht zu allen Oktaedern a : nb oder $\frac{1}{n}$b : c, deren stumpfere Endkanten es abstumpft.

In der Projektion gehen die Sektionslinien der ersten Paare durch den Mittelpunkt der Construktion (Zonenpunkt der horizontalen Zone). Die der zweiten Paare gehen mit der Axe a, die dritten mit b parallel.

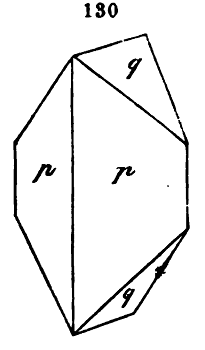
Wenn die drei zugehörigen Paare zusammen vorkommen, so können sie eine granatoederähnliche Form hervorbringen, da ihre Flächen Parallelogramme sind. Gewöhnlich herrscht aber eins von ihnen vor, z. B. das erste Paar. Eine solche Combination erscheint als ein rhombisches Prisma mit zwei- und zweiflächiger Zuspitzung, die Flächen auf die stumpfen und scharfen Seitenkanten des Prismas gerade aufgesetzt. In Fig. 129 ist p das erste, q das zweite, r das dritte Paar. Wenn dies drei zugehörige Paare sind, so müssen die Kanten zwischen p, q und r parallel, r muss ein Parallelogramm sein. Die Hexaidflächen stumpfen die Kanten von p und die Endkante oder Ecke ab.

129

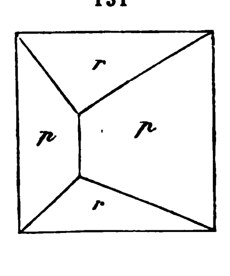


Sehr häufig finden sich Combinationen je zweier zugehöriger Paare. Jede solche Combination bildet ein Oblongoktaeder oder beim Vorherrschen des einen Paars ein rhombisches Prisma mit einer Zuschärfung, auf die stumpfen oder scharfen Seitenkanten aufgesetzt, je nach der verschiedenen Ausdehnung der Flächen. Fig. 130 ist eine Combination des ersten (p) und zweiten (q), Fig. 131 des ersten und dritten Paars (r), wo das erste vorherrscht. Wenn am Oblongoktaeder die Flächen des fehlenden Paars untergeordnet auftreten, so bilden sie an den Seitenecken Abstumpfungen von rhombischer Form. S. Fig. 129.

130



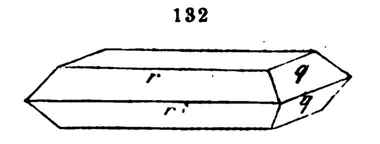
131



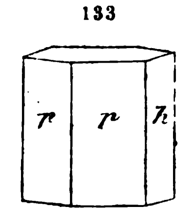
Sehr gewöhnlich sind in diesem System die Combinationen zweier solcher Paare und einer Hexaidfläche. Herrscht letztere vor, so entstehen Tafeln mit zugeschärften Rändern, wie z. B.

Fig. 132, wo ein zweites (q) und drittes Paar (r) mit der Endfläche combinirt ist. Ebenso die Combination eines ersten Paars (p) mit b : ∞ a : ∞ c (h) und der Endfläche, welche ein sechsseitiges Prisma bildet, das oft einem regulären (des sechsgliedrigen Systems) nahe kommt. Fig. 133.

132



133



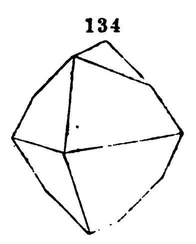
Es ist wohl kaum nöthig, zu bemerken, dass die rhombischen Prismen sich sehr häufig in der Richtung eines der beiden Flächenpaare ausgedehnt finden, so dass ihr Durchschnitt ein Rhomboid bildet.

Combination des Hauptoktaeders und der anderen Oktaedern zugehörigen Paare.

Die ersten Paare a : nb : ∞ c bilden am Hauptoktaeder Zuschärfungen der Seitenecken an a, die Flächen auf die Seitenkanten aufgesetzt. Die mit dem Zeichen a : $\frac{1}{n}$b : ∞ c bilden solche an den Ecken an b.

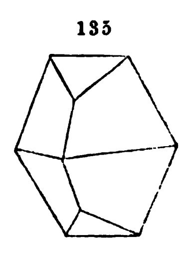
Alle zweiten Paare b : nc : ∞ a bilden solche Zuschärfungen an den letzgenannten Ecken, aber auf die schärferen Endkanten aufgesetzt. Alle mit $\frac{1}{n}$c im Zeichen bilden eben solche an den Endecken. Fig. 134.

134



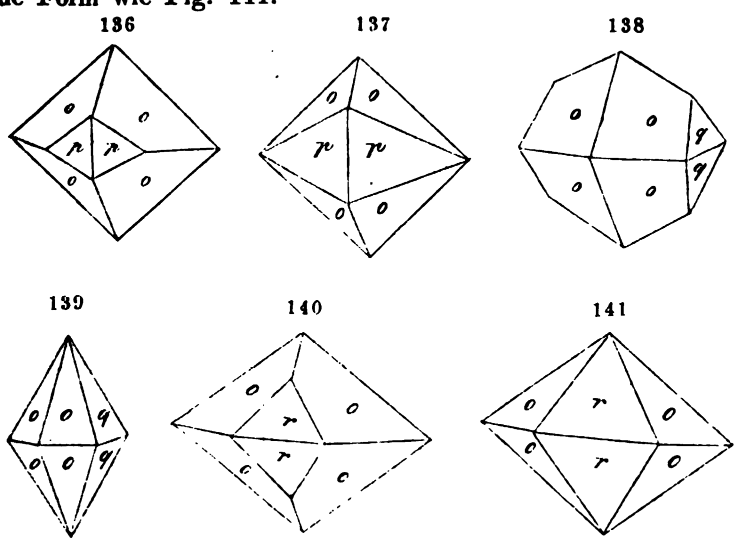
Alle dritten Paare a : nc : ∞ b bilden Zuschärfungen der vorderen Seitenecken, auf die Endkanten aufgesetzt, und die mit $\frac{1}{n}$ c bilden sie an den Endecken. Fig. 135.

135



In ähnlicher Weise verhalten sich die drei zugehörigen Paare des Hauptoktaeders, wenn sie mit anderen Rhombenoktaedern in Combination treten.

Wenn in solchen Combinationen nicht zusammengehöriger Oktaeder und Prismen die letzteren sich soweit ausdehnen, dass die einen Oktaederkanten verschwinden, so entstehen Formen, die man oft für Dihexaeder des sechsgliedrigen Systems halten kann, wiewohl weder die scheinbaren End- noch Seitenkantenwinkel unter sich gleich sind, wenn auch ihre Grösse oft nicht sehr verschieden ist. Wenn z. B. a : b : c auf diese Art mit a : nb : ∞c, oder na : b : c mit a : b : ∞c combinirt ist, so dass in Fig. 136 die Flächen o entweder = a : b : c und p = a : 2b : ∞c sind, oder umgekehrt o = 2a : b : c und p = a : b : ∞c ist, so erscheinen sie sehr häufig wie in Fig 137. Oder wenn a : b : c in Fig. 138 = o mit einem zweiten Paar b : nc : ∞a = q, wo n vielleicht = 2, oder umgekehrt o = a : b : $\frac{1}{n}$c mit q = b : c : ∞a combinirt ist, so entsteht leicht die Form Fig. 139. Oder wenn, wie in Fig. 140, o = a : b : c, und r = a : nc : ∞b, oder o = a : b : $\frac{1}{n}$c, r hingegen = a : c : ∞b wäre, so bildet sich leicht eine Form wie Fig. 141.



Derartige Combinationen beobachtet man z. B. beim Witherit, Weissbleierz, Salpeter, schwefelsauren Kali, Brookit (Arkansit), Topas.

Für die Combinationen von Rhombenoktaedern und rhombischen Prismen ergeben sich aus dem Vorhergehenden folgende Regeln:

1) Bildet ein erstes Paar (ein vertikales rh. Pr.) mit einem Oktaeder horizontale parallele Kanten, so ist es ein zuge-

höriges, d. h. beide haben gleiche Werthe in a und b, Laufen diese Combinationskanten aber schief, und zwar convergiren sie nach vorn, so hat das Prisma, bei gleichem Werthe in b mit dem Oktaeder, einen grösseren in a; divergiren sie, so findet das Umgekehrte statt.

2) Stumpft ein zweites Paar die schärferen Endkanten eines Oktaeders so ab, dass die Combinationskanten parallel sind, so ist es ein zugehöriges, d. h. beide haben gleiche Werthe in b und c. Divergiren jene nach oben, so hat das Prisma bei gleichem Werth in b mit dem Oktaeder einen kleineren in c. Convergiren sie nach oben, so verhält es sich umgekehrt.

8) Ebenso verhält es sich mit einem dritten Paar, nur dass hier die Axe a statt b zu setzen ist.

Combination der rhombischen Prismen unter sich. Es ist leicht einzusehen, dass alle gleichnamige Paare gegenseitig zwei gegenüberliegende Kanten zuschärfen. So z. B. bilden am ersten Paar des Hauptoktaeders, d. h. an a : b : ∞c, alle mit nb Zuschärfungen der stumpfen Seitenkanten; alle mit $\frac{1}{n}$b dagegen Zuschärfungen der scharfen Seitenkanten. Sehr häufig sieht man in Combinationen, in denen z. B. a : b : ∞c vorherrscht, das Hauptoktaeder aber, und überhaupt die Oktaeder zurücktreten, solche Zuschärfungsflächen, von zweiten oder dritten Paaren gebildet, reihenweise übereinanderliegen.

Zonenübersicht.

1) Horizontale Zone oder Zone des ersten zugehörigen Paars. Zonenaxe ist c. Alle Flächen haben ∞c im Zeichen. Die beiden Hexaidflächen a : ∞b : ∞c und b : ∞a : ∞c, und alle ersten Paare a : $\frac{1}{n}$b : ∞c, a : b : ∞c, und a : nb : ∞c.

2) Zone des zweiten Paars. Zonenaxe ist a. Alle Flächen haben ∞a im Zeichen. Die Hexaidfläche b : ∞a : ∞c, alle zweiten Paare: b : nc : ∞a, b : c : ∞a, b : $\frac{1}{n}$c : ∞a, und die Endfläche c : ∞a : ∞b.

3) Zone des dritten Paars. Zonenaxe ist b. Alle Flächen haben ∞b im Zeichen. Die Hexaidfläche a : ∞b : ∞c; alle dritten Paare: a : nc : ∞b, a : c : ∞b, a : $\frac{1}{n}$c : ∞b; die Endfläche c : ∞a : ∞b.

4) Seitenkantenzone des Hauptoktaeders. Zonenaxe ist die Kante a : b. Das erste Paar a : b : ∞c, alle Oktaeder

a : b : nc, das Hauptoktaeder, alle Oktaeder a : b : $\frac{1}{n}$c, die Endfläche c : ∞a : ∞b.

5) Kantenzone der schärferen Endkanten des Hauptoktaeders. Zonenaxe die Kante b : c. Das zweite Paar b : c : ∞a; alle Oktaeder na : b : c, das Hauptoktaeder, alle Oktaeder $\frac{1}{n}$a : b : c; die Fläche a : ∞b : ∞c.

6) Kantenzone der stumpferen Endkanten des Hauptoktaeders. Zonenaxe a : c. Das dritte Paar a : c : ∞b; die Oktaeder a : nb : c, das Hauptoktaeder, die Oktaeder a : $\frac{1}{n}$ b : c, die Fläche b : ∞a : ∞c.

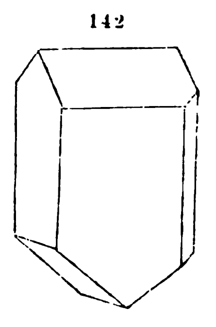
Die beiden letzten Zonen sind so oft vorhanden, als es Rhombenoktaeder bei einer Substanz giebt, die, bei gleichen Werthen in a und b mit dem Hauptoktaeder, c in anderen Verhältnissen schneiden.

Anmerkung. In dem Sinne des viergliedrigen Systems ist das erste stumpfere eines jeden Rhombenoktaeders ein Oblongoktaeder, das zweite stumpfere ein Rhombenoktaeder (2fach stumpferes) u. s. w. Mithin sind die Glieder der einen Ordnung stets Rhomben-, die der anderen stets Oblongoktaeder.

Da die drei Axen des zweigliedrigen Systems verschieden sind, so kann es zweifelhaft sein, welche man als c betrachten, d. h. in welcher Richtung man einen zweigliedrigen Krystall aufrecht stellen soll. Weil hier immer eine gewisse Willkür herrscht, so ist es begreiflich, dass die Krystalle mancher Substanzen von verschiedenen Schriftstellern in verschiedener Weise betrachtet werden konnten. In sehr vielen Fällen sind die Krystalle vorherrschend prismatisch; alsdann nimmt man die Zonenaxe dieser Prismen zur Axe c. Zeigen sich aber Rhombenoktaeder vorzugsweise, so geht man entweder von dem herrschenden als Grundform aus, oder doch von demjenigen, welches zu den übrigen in der einfachsten Beziehung steht. Man giebt diesem Hauptoktaeder alsdann eine solche Stellung, dass Axe a jedenfalls $<$ als b ist, d. h., dass seine stumpferen Endkanten vorn und hinten, die schärferen zu beiden Seiten liegen. Hat man es mit zweigliedrigen Formen von prismatischer Ausbildung zu thun, so pflegt man das herrschende rhombische Prisma, besonders wenn ihm Spaltungsrichtungen entsprechen, als erstes Paar zu betrachten. Zuweilen fehlt dann das Hauptoktaeder, und man muss ein solches durch Rechnung ergänzen, was jedoch natürlich nur geschehen kann, wenn Flächen aus der Zone des zweiten oder dritten Paars vorhanden sind. Freilich kennt man bei manchen Substanzen nur Hexaidflächen oder überhaupt nur eine Zone; alsdann muss die Bestimmung der Grundform und mit ihr die des Axenverhältnisses unterbleiben.

Nicht selten sind die Krystalle der nämlichen Substanz bald nach der einen bald nach der anderen Richtung ausgedehnt, wie z. B. die des Schwerspaths, bei welchem entweder die horizontale Zone, oder die des zweiten oder des dritten Paars vorherrschend entwickelt ist. Wird auch die Wahl einer bestimmten Stellung der Krystalle dadurch erschwert, und nicht für alle Fälle gleich angemessen erscheinen, so muss man doch an der einmal angenommenen festhalten.

Hemiedrie.


142

Sie ist von geringer Bedeutung, und es verdient höchstens das zweigliedrige Tetraeder Erwähnung, welches zuweilen, und zwar in Combination mit Flächen der horizontalen Zone vorkommt; Fig. 142 stellt eine solche Combination von a : b : ∞c mit $\frac{1}{2}$(a : b : c) vor, wie sie beim Bittersalz vorkommt. Untergeordnet tritt eine Hexaidfläche als Abstumpfung der scharfen Seitenkanten des Prismas hinzu.

Verzeichniss einiger wichtiger im zweigliedrigen System krystallisirender Substanzen.

A. Mineralien:

Schwefel, Göthit (Nadeleisenerz), Manganit, Wismuthglanz, Antimonglanz, Auripigment, Kupferglanz, Strahlkies, Arsenikkies, Schwerspath, Cölestin, Bleivitriol, Anhydrit, Aragonit, Witherit, Strontianit, Weissbleierz, Olivin, Staurolith, Kieselzinkerz, Stilbit, Topas, Wolfram.

B. Chemische Präparate.

Jod, Quecksilberjodid (gelbes), Quecksilberchlorid, Chlorbaryum, schwefelsaures, chromsaures und selensaures Kali, schwefelsaures Ammoniak, Salpeter, wasserfreies schwefelsaures Natron und Silberoxyd, überchlorsaures und übermangansaures Kali, schwefelsaure Talkerde (Bittersalz), schwefelsaures Zinkoxyd und Nickeloxyd, salpetersaures Silberoxyd, Eisenfrischschlacke, Citro-

nensäure, zweifach äpfelsaures Ammoniak, ameisensaurer Baryt, neutrales und zweifach oxalsaures Ammoniak, zweifach weinsteinsaures Kali (Weinstein) und Ammoniak, die Doppelsalze von weinsteinsaurem Kali mit weinsteinsaurem Natron (Seignettesalz), Ammoniak (Ammoniakweinstein) und Antimonoxyd (Brechweinstein).

Zwei- und eingliedriges System.

Syn. Monoklinoedrisches, klinorhombisches, anorthotypes System.

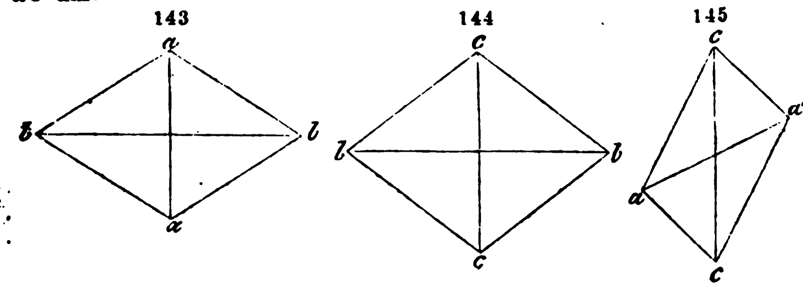
Alle Formen dieses Systems beziehen sich auf drei ungleiche Axen, von denen zwei sich schiefwinklig schneiden, während die dritte auf beiden rechtwinklig steht.

Bei ihrer Betrachtung pflegt man sie so zu stellen, dass eine vertikal steht; sie heisst c; eine zweite senkrecht auf jene läuft horizontal, dem Beobachter parallel, und heisst b; die dritte, in der Regel kürzer als jene, ist ihm zugekehrt, nach hinten aufgerichtet, und heisst a. Es ist also b rechtwinklig gegen a und c, a schiefwinklig gegen c.

Hieraus folgt, dass die Axenebenen (Schnitte) ab und bc Rhomben, ac aber ein Rhomboid ist.

Aus der Schiefwinkligkeit von c gegen a folgt unmittelbar, dass eine Linie (Kante) von c nach dem vorderen a einen anderen Werth hat als eine solche von c nach dem hinten liegenden a, welches letztere gewöhnlich a′ bezeichnet wird. Indem diese Differenz auch die Flächen trifft, welche jene Kanten abstumpfen, so wie alle, die sich auf a oder a′ und c beziehen (d. h. Oktaidflächen) entsteht bei den zwei- und eingliedrigen Krystallen ein Unterschied der gegen die Axe c geneigten vorderen und hinteren Flächen, während im Rechts und Links noch vollkommene Symmetrie herrscht.

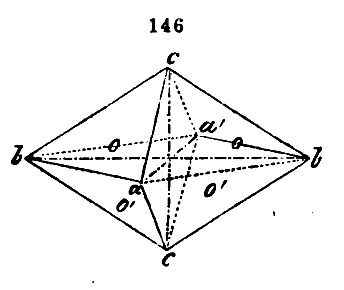
Fig. 143, 144, 145 stellen die drei Axenebenen ab, bc und ac dar.



Das **Oktaid**, welches in allen bisherigen Systemen ungetrennt erschien, besteht hier nicht mehr aus gleichwerthigen Flächen (a : b : c ist verschieden von a′ : b : c), und **zerfällt in zwei Flächenpaare**, deren jedes für sich ein offenes vierseitiges Prisma geben würde. Sie heissen in Combinationen **augitartige Paare**, und man findet von ihnen bald nur das vordere, bald nur das hintere, oder, wenn beide zusammen vorkommen, sie stets mit entschiedener Differenz.

Man kann beide Paare o und o′ zusammen stets als ein zwei- und eingliedriges Oktaeder (Fig. 146) betrachten, welches jedoch von zweierlei Flächen gebildet würde, oder, wenn nur ein Paar vorhanden ist, das andere in Gedanken ergänzen. Man hat alsdann bei einem solchen Oktaeder ähnliche Verhältnisse wie im zweigliedrigen System, wie z. B. die Irrationalität der drei Axen für ein jedes. Ferner stehen auch hier alle bei einer und derselben Substanz vorkommenden Oktaeder, was ihre Axendimensionen betrifft, unter sich in demselben einfachen rationalen Verhältniss.

146



Wenn bei einer Substanz der schiefe Winkel, den a und c miteinander bilden, wenig von einem rechten abweicht, so nähern sich ihre Formen im Ansehen den zweigliedrigen so sehr, dass sie leicht für solche gehalten werden können. Jener Winkel, der für jede Substanz ein anderer ist, wird aus Messungen berechnet.

Das **Hexaid** zerfällt auch in diesem System natürlich in drei Flächen und deren Parallele. Die eine, c : ∞a : ∞b, welche der Axenebene ab parallel geht, und der Endfläche des zweigliedrigen Systems entspricht, wird von c unter einem schiefen Winkel geschnitten. Sie ist die **Endfläche**.

Die andere b : ∞a : ∞c, welche b unter einen rechten Winkel trifft, schneidet jene erste rechtwinklig, während die dritte, a : ∞b : ∞c, die zweite rechtwinklig, die erste schiefwinklig schneidet.

Das **Dodekaid** zerfällt ebenfalls in drei Flächenpaare, die, als Abstumpfungsflächen der Kanten eines bestimmten zwei- und eingliedrigen Oktaeders gedacht, wieder drei zusammengehörige Paare sind. Das **erste Paar** (nach Analogie des zweigliedrigen Systems), d. h. a : b : ∞c, oder überhaupt a : mb oder $\frac{1}{m}$ b : ∞c herrscht in der Regel vor, und bildet ein **rhombisches Prisma**, an welchem die Hexaidfläche c : ∞a : ∞b als schiefe Endfläche, die beiden anderen Hexaidflächen als Abstumpfung seiner stumpfen und scharfen Seitenkanten auftreten. Das **zweite Paar**

b : c : ∞a $\left(nc \text{ oder } \frac{1}{n}c\right)$ bildet an jenem Prisma eine Zuschärfung, auf die scharfen Seitenkanten aufgesetzt, das dritte aber zerlegt sich, wie gleich anfangs angedeutet wurde, in zwei Flächen, a : c : ∞b, vordere schiefe Endfläche, und a' : c : ∞b, hintere schiefe Endfläche genannt.

Alle ersten Paare, a : mb oder $\frac{1}{m}$b : ∞c, schärfen die eine oder die andere Seitenkante von a : b : ∞c zu, und bilden nebst dieser und zwei Hexaidflächen die horizontale Zone.

Alle zweiten Paare, b : mc oder $\frac{1}{m}$c : ∞a, bilden Zuschärfungen in der Zone von b : c : ∞a, über oder unter demselben liegend. Sie sind um so seltener, je mehr der Neigungswinkel der Axen a und c sich von 90° entfernt, d. h. je weiter die Formen einer Substanz von den zweigliedrigen abweichen.

Alle dritten Paare bilden einzelne Flächenpaare, welche als schiefe Endflächen der vorderen und hinteren Seite mit a : c : ∞b, a' : c : ∞b und c : ∞a : ∞b in eine Zone fallen. Diese Zone ist in manchen Fällen sehr stark entwickelt.

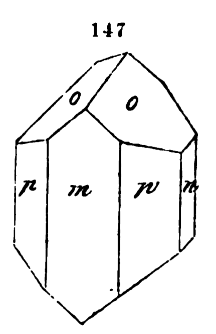
Da im zwei- und eingliedrigen System alle Flächen gegen die Axenebene ac eine vollkommen symmetrische Lage haben, so müssen die Kanten der vertikalen rhombischen Prismen so wie der augitartigen Paare in dieser Ebene liegen, wenn die Flächen im Gleichgewicht stehen, oder in Gedanken in dasselbe gebracht werden.

Denkt man sich daher einen solchen Krystall um die Axe b bewegt, so lässt sich jedes augitartige Paar als Prisma a : b : ∞c betrachten, wodurch denn das bisherige Prisma zu einem augitartigen Paar wird. Dann wird sich aber die gegenseitige Lage der Axen a und c nothwendig ändern.

Dies ist der Grund, weshalb bei der krystallographischen Beschreibung einer zwei- und eingliedrigen Substanz die verschiedenen Schriftsteller häufig von anderen Axen a und c ausgehen, indem sie andere Flächenpaare als die Grundform (a : b : c und a' : b : c) bildend ansehen.

Ueber die Combinationen ist wenig hinzuzufügen. Da keine einfache Form eine geschlossene ist, so ist jeder Krystall hier eine Combination. Diese sind denen im zweigliedrigen System ganz analog. So z. B. die der augitartigen Paare unter sich und mit den Prismen, da sie sich in dieser Beziehung wie die Flächen von Rhombenoktaedern verhalten.

So ist z. B. Fig. 147 eine beim Augit gewöhnliche Form, wo o ein vorderes augitartiges Paar, p = a : b : ∞c, m = a : ∞b : ∞c und n = b : ∞a : ∞c ist.



Ein vorderes und hinteres augitartiges Paar, welche zusammengehören (d. h. sich zu einem zwei- und eingliedrigen Oktaeder ergänzen), haben rechts und links stets Endkanten, welche in einer Ebene liegen, was sonst nicht der Fall ist.

Jede (vordere oder hintere) schiefe Endfläche, welche die schieflaufende Kante eines augitartigen Paars abstumpft (in dessen Diagonalzone fällt), wie z. B. eine Fläche, welche in Fig. 147 die Kante $\frac{o}{o}$ abstumpfen würde, hat mit demselben stets das Verhältniss von a : c oder a' : c gemein, und umgekehrt.

Rechtwinklig vierseitige Prismen entstehen in diesem System nur aus a : ∞b : ∞c und b : ∞a : ∞c. Die dritte Hexaidfläche oder jede andere schiefe Endfläche bildet daran eine schief angesetzte, aber auf die vordere gerade aufgesetzte Endfläche.

Die Projektion aller dieser Formen bietet nichts Neues. Schon das früher gegebene Beispiel des Feldspaths zeigt recht klar den Unterschied der vorderen und hinteren Seite.

Zonenübersicht.

1) Horizontale Zone. Zonenaxe = c. Alle Prismen und die beiden Hexaidflächen, d. h. a : ∞b : ∞c, a : mb : ∞c, a : b : ∞c, a : $\frac{1}{m}$b : ∞c, b : ∞a : ∞c.

2) Vertikalzone. Zonenaxe = b. Alle schiefe Endflächen und zwei Hexaidflächen, d. h. a : nc : ∞b, a : c : ∞b, a : $\frac{1}{n}$c : ∞b, c : ∞a : ∞b, die entsprechenden der hinteren Seite mit a', und die Hexaidfläche a : ∞b : ∞c.

3) Diagonalzonen der schiefen Endflächen. Zonenaxe ist die Kante, welche durch jene abgestumpft wird. So viele

verschiedene schiefe Endflächen bei einer Substanz also vorkommen, so viele solcher Diagonalzonen giebt es bei derselben. Die Diagonalzone von a : c : ∞b, deren Zonenaxe die Kante a : c ist, enthält z. B. a : c : ∞b, a : nb : c, a : b : c, a : $\frac{1}{n}$ b : c, b : ∞a : ∞c.

4) Erste Kantenzonen. Wie aus dem schon früher Gesagten (Anwendung der Zonenlehre auf den Feldspath, S. 29.) sich ergiebt, versteht man darunter jede Zone, deren Axe die Kante ist, die eine schiefe Endfläche und ein rhombisches Prisma, welche als Dodekaidflächen die Kanten eines und desselben zwei- und eingliedrigen Oktaeders abstumpfen, mit einander bilden. Sie können also sehr zahlreich sein. Für die Grundform würde eine solche erste Kantenzone, deren Axe die Kante a : b ist, folgende Flächen enthalten: a : b : ∞c, a : b : nc, a : b : c, a : b : $\frac{1}{n}$c, c : ∞a : ∞b, a′ : b : $\frac{1}{n}$c, a′ : b : c, a′ : b : nc. Die Zonenaxen der übrigen sind a : nb oder $\frac{1}{n}$b.

5) Zweite Kantenzonen. Dies sind solche, deren Axen die Kanten b : c, oder b : nc, oder b : $\frac{1}{n}$c sind. Für die Grundform liegen darin a : ∞b : ∞c, $\frac{1}{n}$a : b : c, a : b : c, na : b : c, b : c : ∞a, na′ : b : c, a′ : b :c, $\frac{1}{n}$a′ : b : c.

Natürlich bildet jedes augitartige Paar als Theil eines Oktaeders eine rechts und links laufende derartige Zone.

Gleichwie im zweigliedrigen System sind auch hier die Krystalle nach verschiedenen Richtungen vorherrschend ausgedehnt, so dass ihr Habitus prismatisch, rhomboederähnlich, tafelförmig oder oktaedrisch sein kann.

Der prismatische Habitus entsteht durch Vorherrschen der Flächen einer Zone, namentlich in der Richtung der Axen c oder b, seltener a (gewisse Feldspathkrystalle). Tafelförmig wird er durch überwiegende Ausdehnung irgend eines Flächenpaars, wie z. B einer Hexaid- oder schiefen Endfläche. Oktaedrischer Habitus entsteht durch gleichzeitiges Auftreten zweier Augitpaare u. s. w.

Nicht selten sind die zwei- und eingliedrigen Formen nach der Axe b sehr ausgedehnt, und die Krystalle an dem einen Ende derselben aufgewachsen. Alsdann ist die Vertikalzone, d. h. die Zone der schiefen Endflächen, sehr stark entwickelt. Die Symmetrie tritt dann zurück, und, indem b gleichsam als die vertikale Axe (c) erscheint, entsteht aus je zwei schiefen End-

flächen ein unsymmetrisches Prisma, dessen Kanten durch die übrigen schiefen Endflächen abgestumpft werden. Die Prismenflächen a : b : ∞c treten dann als Zuschärfungsflächen in der Endigung auf, schief aufgesetzt auf die Kanten. Diese Erscheinung zeigen besonders Epidot und Titanit.

Uebersicht der wichtigsten im zwei- und eingliedrigen System krystallisirenden Substanzen.

A. Mineralien.

Realgar, Kupferlasur, Malachit, Gyps, Rothbleierz, Orthoklas (Feldspath), Augit, Hornblende, Epidot, Orthit, Titanit, Datolith.

B. Chemische Präparate.

Schwefel (geschmolzen), zweifach kohlensaures Kali und Ammoniak, neutrales (mit 10 At. Wasser) und anderthalbfach kohlensaures Natron, kohlensaure Magnesia (mit 5 At. Wasser), Borax (mit 10 At. W.), chlorsaures Kali, phosphorsaures und arseniksaures Kali und Ammoniak, dreibasisch phosphor- und arseniksaures Natron (mit 1 At. basischem und 24 At. Krystallw.), Glaubersalz, Eisenvitriol und die Sulfate von Manganoxydul, Kobaltoxyd etc. (mit 7 At. W.); die Doppelsulfate von vielen Monoxyden und Kali oder Ammoniak, unterschwefligsaures Natron, Oxalsäure, Weinsteinsäure, die essigsauren Salze von Natron, Baryt, Bleioxyd, Kupferoxyd, Zinkoxyd; die oxalsauren Doppelsalze von $\dddot{R}$ mit Kali oder Ammoniak, neutrales weinsteinsaures Kali und Ammoniak; Kaliumeisen (mangan-kobalt)-cyanid, Rohrzucker, Asparagin, Piperin etc.

Eingliedriges System.

Syn. Ein- und eingliedriges, triklinoedrisches, klinorhomboidisches, hemianorthotypes System.

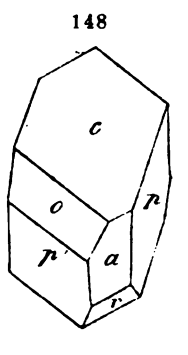
Die Formen dieses Systems beziehen sich auf drei ungleiche schiefwinklige Axen, deren Stellung mithin willkürlich ist, wiewohl man, nach Analogie der früheren Systeme, eine dem Beobachter parallele von links nach rechts gehende = b, die andere dem Beobachter zugekehrte = a, und die dritte senkrechtstehende = c bezeichnet.

Die Ungleichheit der Axen und die Unsymmetrie aller Glieder bedingt einen verschiedenen Werth der Axenendpunkte a und a′, b und b′, c und c′. Geschlossene Formen sind so wenig

wie offene Krystallräume in diesem System möglich; nur einzelne Flächenpaare, daher jeder eingliedrige Krystall eine Combination ist. Die Symmetrie des zwei- und eingliedrigen Systems der rechten und linken Seite der Krystalle ist nicht vorhanden.

Das eingliedrige Oktaid zerfällt in vier Flächenpaare: a : b : c (a′ : b′ : c′), a : b′ : c (a′ : b : c′), a′ : b′ : c (a : b : c′) und a′ : b : c (a : b′ : c′).

Unter den zu einem solchen Oktaide sich ergänzenden Flächenpaaren bei einer Substanz herrscht in Bezug auf die Axendimensionen ein eben solches einfaches Verhältniss, wie bei den Oktaiden der früheren Systeme. Eines derselben wird als das Hauptoktaeder oder die Grundform bezeichnet, wonach die Werthe der übrigen sich bestimmen. Dass von ihnen oft nur eine einzelne Fläche nebst ihrer Parallelen am Krystall vorhanden ist, liegt in der Natur des Systems.



Ebenso vereinzelt treten die zu einem jeden Oktaide gehörigen Hexaid- und Dodekaidflächen auf. Von den letzteren bilden je zwei mit einer Hexaidfläche ein rhomboidisches Prisma, an welchem jene eine schiefe Endfläche darstellt, welche auf die Kanten des Prismas schief aufgesetzt und gegen beide Prismenflächen verschieden geneigt ist. So z. B. a : b : ∞c, a : b′ : ∞c und c : ∞a : ∞b. Dass beide Flächen des Prismas verschiedenen Werth haben, und nicht nothwendig zu gleicher Zeit vorhanden zu sein brauchen, folgt aus dem vorher Gesagten. Jede Abstumpfung der Kanten ist eine schiefe, und braucht keine entsprechende zu haben.

Als Beispiel einer Combination dient der in Fig. 148. dargestellte Axinitkrystall, bei welchem p = a : b : ∞c; p′ = a : b′ : ∞c; a = a : ∞b : ∞c; c = c : ∞a : ∞b; o = a : b′ : c; r = a : 2c′ : ∞b ist.

Verzeichniss der wichtigsten im eingliedrigen System krystallisirenden Substanzen.

A. Mineralien.

Axinit, Albit, Oligoklas, Labrador, Anorthit.

B. Chemische Präparate.

Borsäure, Kupfervitriol, schwefelsaures Manganoxydul mit 5 At. Wasser, zweifach chromsaures Kali, unterschwefligsaurer

Kalk, Gallussäure, Traubensäure, bernsteinsaures Natron, vierfach oxalsaures Kali.

Sechsgliedriges System.

Syn. Drei- und einaxiges System. Hexagonalsystem. Rhomboedrisches System.

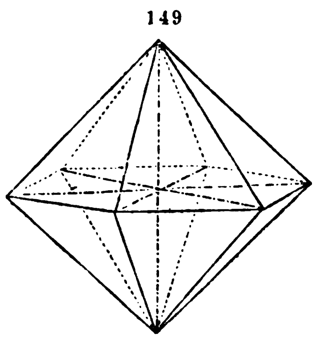
Obgleich sich die noch übrigen Krystallformen gleichfalls auf drei Axen zurückführen lassen, sie auch in vollständiger Analogie mit denen des regulären Systems stehen, wie sich später ergeben wird, so ist man doch, wenn ihre Flächen in den möglichst einfachen Beziehungen zu den Axen stehen sollen, genöthigt, sie auf vier Axen zu beziehen, von denen drei unter sich gleiche in einer Ebene liegende sich unter 60° schneiden, (die eine wird parallel dem Beobachter gestellt) die vierte davon verschiedene sie senkrecht trifft. Jene heissen a, letztere (die Hauptaxe) c.

Man kann zwar bei Betrachtung der Formen dieses Systems sehr wohl vom Rhomboeder ausgehen, was unter allen die wichtigste ist Es ist indessen für den Anfänger in der Darstellung geeigneter, das Rhomboeder als einen Hälftflächner zu betrachten.

Eine Fläche, welche zwei Axen a in gleichem Werthe, und zugleich c schneidet, muss dem dritten a parallel gehen. Sie kann sich (nebst ihren Parallelen) sechsmal wiederholen und der dadurch entstehende geschlossene Körper von 12 Flächen heisst Dihexaeder (Hexagondodekaeder). Sein Zeichen ist mithin $a : a : \infty a : c$.

Seine Flächen sind gleichschenklige Dreiecke. Es hat 12 Endkanten und 6 Seitenkanten. Ferner 2 Endecken (sechsflächig) und 6 Seitenkanten (vierflächig, zwei- und zweikantig). Die Axenebene der a (Hauptschnitt, Basis) ist ein reguläres Sechseck; die durch c und ein a gebildeten drei Ebenen sind Rhomben.

149

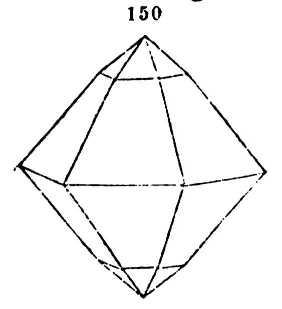


Die Projektion eines Dihexaeders ist sehr leicht; sie hat das Ansehen der Basis mit den Axen a.

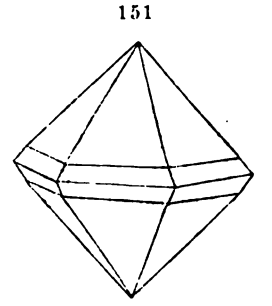
Jede Substanz kann eine ganze Reihe solcher Dihexaeder haben, deren Axen unter sich ein ebenso einfaches rationales

Verhältniss zeigen, wie die der Oktaeder der früheren Systeme, während das Verhältniss von a : c ein irrationales ist. Auch hier wählt man eins derselben zum Hauptdihexaeder oder zur Grundform, deren Axendimensionen mithin zu Einheiten, und unterscheidet danach die übrigen Dihexaeder bei derselben als stumpfere und schärfere, je nachdem sie, bei gleichen a mit dem Hauptdihexaeder, $\frac{1}{n}$c oder nc haben. a : a : ∞a : $\frac{1}{2}$c ist das zweifach stumpfere, a : a : ∞a : 2c das zweifach schärfere. Die stumpferen bilden an der Grundform sechsflächige Zuspitzungen der Endecken, auf die Flächen aufgesetzt; die schärferen bilden an jener Zuschärfungen der Seitenkanten.

150



151



Denkt man sich die Endkanten eines Dihexaders abgestumpft, so bilden die Abstumpfungsflächen gleichfalls ein Dihexaeder, welches sich zu dem gegebenen verhält, wie im viergliedrigen System das erste stumpfere Oktaeder eines gegebenen zu diesem.

Die Flächen eines solchen Dihexaeders haben aber eine andere Lage gegen die Axen, wie die früheren, indem sie sämmtliche Axen schneiden, und zwar das mittlere a stets in der Hälfte der Länge der beiden anderen $\left(\text{na} : \frac{\text{n}}{2}\text{a} : \text{na}\right)$.

So ist z. B. das Dihexaeder, welches durch Abstumpfung der Endkanten der Grundform entsteht, also das erste stumpfere, = 2a : a : 2a : c = a : $\frac{1}{2}$ a : a : $\frac{1}{2}$c.

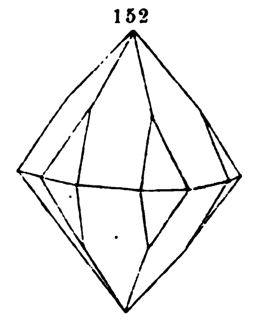
Diese Dihexaeder heissen Dihexaeder zweiter Ordnung, während die mit ∞a im Zeichen Dihexaeder erster Ordnung heissen.

Die Flächen von jenen liegen in der Richtung der Endkanten von diesen, und umgekehrt. Das Dihexaeder, welches durch Abstumpfung der Endkanten eines gegebenen Dihexaeders zweiter Ordnung entsteht, oder sein erstes stumpferes, ist daher wieder ein Dihexaeder erster Ordnung.

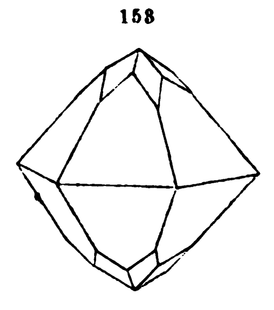
An einem gegebenen Dihexaeder bildet ein schärferes anderer Ordnung eine zweiflächige Zuschärfung der Seitenecken,

ein stumpferes eine sechsflächige Zuspitzung der Endecken, und in beiden Fällen sind die neuen Flächen auf die Endkanten des gegebenen Dihexaeders aufgesetzt.

152



153



Ganz ähnlich den Quadratoktaedern bildet sich mithin auch von jedem Dihexaeder eine bestimmte Reihe anderer; so z. B. für die Grundform $a : a : \infty a : c$ ist

das 1ste stumpfere $= 2a : a : 2a : c$

$= a : \frac{1}{2}a : a : \frac{1}{2}c$ zweiter Ordnung,

das 2te - $= 2a : 2a : \infty a : c$

$= a : a : \infty a : \frac{1}{2}c$ erster Ordnung,

das 3te - $= 4a : 2a : 4a : c$

$= a : \frac{1}{2}a : a : \frac{1}{4}c$ zweiter Ordnung,

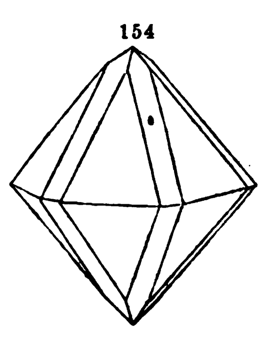
u. s. w.;

das 1ste schärfere $= \frac{3}{2}a : \frac{3}{4}a : \frac{3}{2}a : c$

$= 3a : \frac{3}{2}a : 3a : 2c$ zweiter Ordnung

u. s. w.

154

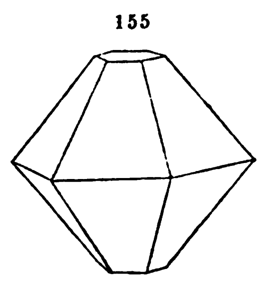


Combination eines Dihexaeders mit seinem ersten stumpferen oder eines Dihexaeders mit seinem ersten schärferen.

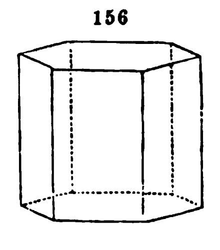
Die nicht in einer solchen Reihe enthaltenen Dihexaeder geben wieder zur Bildung ähnlicher Reihen Anlass. So z. B.

$a : \frac{1}{2}a : a : c$ (die Rhombenfläche beim Quarz), welches mit der Grundform Kanten bildet, die den abwechselnden Endkanten derselben parallel sind. Das erste stumpfere der letzteren, $a : \frac{1}{2}a : a : \frac{1}{2}c$, ist mithin zugleich das 2fach stumpfere von jenem.

Eine Fläche, welche nur die Axe c schneidet, also $= c : \infty a : \infty a : \infty a$ ist, kann nur einmal vorhanden sein. Es ist die Endfläche, die nothwendig eine gerade sein muss. Natürlich kann sie nur in Combination mit anderen Formen vorkommen. Sie stumpft die Endecken der Dihexaeder ab. Fig. 155. Apatit.


155

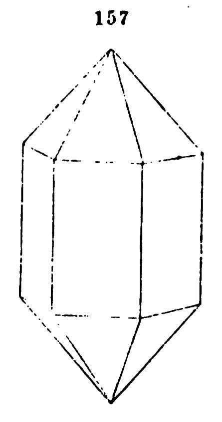
Alle Flächen, welche zwei Axen a oder alle drei nach Art der Dihexaeder schneiden, aber der Hauptaxe parallel gehen, müssen drei-, oder mit ihren Parallelen, sechsmal auftreten, und bilden (geschlossen durch die Endfläche) sechsseitige Prismen, welche stets reguläre sind. Da diese Prismen auch durch Abstumpfung der Seitenkanten der Dihexaeder entstehen, so werden sie auf diese bezogen. Den Dihexaedern erster Ordnung entspricht das erste sechsseitige Prisma, $a : a : \infty a : \infty c$, den Dihexaedern zweiter Ordnung entspricht das zweite sechsseitige Prisma, $2a : a : 2a : \infty c$ oder $a : \frac{1}{2}a : a : \infty c$, welche beide, wenn sie für sich vorkommen, natürlich nicht zu unterscheiden sind. Kalkspath, Beryll, Apatit.


156

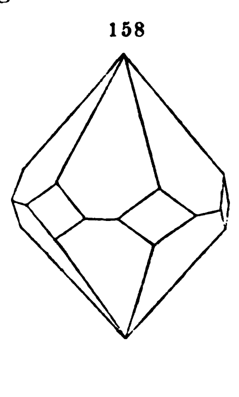
An dem ersten sechsseitigen Prisma bilden alle Dihexaeder erster Ordnung sechsflächige Zuspitzungen, auf die Prismenflächen aufgesetzt. Fig. 157. (Quarz); alle Dihexaeder zweiter Ordnung dagegen solche, die auf die Kanten aufgesetzt sind.

An einem Dihexaeder zweiter Ordnung bildet das erste Prisma Abstumpfungen der Seitenecken. Fig. 158.

157



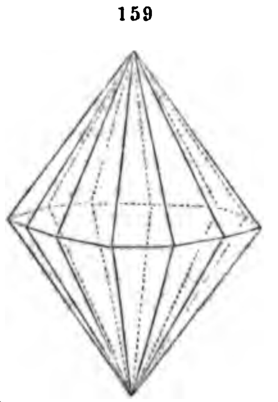
158



So wie sich das erste Prisma zu den Dihexaedern zweiter Ordnung verhält, ebenso das zweite Prisma zu den Dihexaedern erster Ordnung.

Beide Prismen treten in Combination zu einem zwölfseitigen Prisma, indem die Flächen des einen die Kanten des anderen abstumpfen.

159

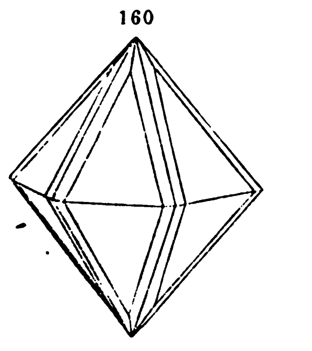


Jede Fläche, welche die Axe c, zugleich aber auch sämmtliche Axen a, (letztere natürlich in ungleichen Abständen vom Mittelpunkt) schneidet, muss (ohne ihre Parallelen) zwölfmal auftreten. Es entsteht dadurch der Sechs- und Sechskantner (Fig. 159), dessen allgemeines Zeichen $= a : \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} a : c \left(\text{oder } pc \text{ oder } \frac{1}{p} c \right)$ ist, dessen 24 Flächen ungleichseitige Dreiecke sind. Die 24 Endkanten und die 12 Seitenecken sind zweierlei Art, indem sie ihrer Lage nach den Endkanten und Seitenecken der Dihexaeder erster und zweiter Ordnung entsprechen. Ausserdem sind 12 Seitenkanten und 2 Endecken vorhanden. Die Axen a treffen diejenigen Seitenecken, welche denen der Dihexaeder erster Ordnung entsprechen.

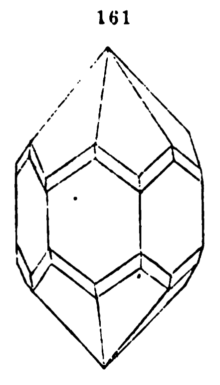
Die Sechs- und Sechskantner, deren bei jeder Substanz viele möglich sind, doch stets nur solche, deren Axen zu denen der Grundform in einem rationalen Verhältniss stehen, sind nicht sehr häufig und nie selbstständig. Sie bilden theils Zuschärfungen der Endkanten von Dihexaedern (Fig. 160), theils Abstumpfun-

gen der Combinationskanten eines Dihexaeders und eines sechsseitigen Prismas verschiedener Ordnung Fig. 161. Letztere sind die gewöhnlicheren.

160



161



Durch Abstumpfung der Seitenkanten entsteht das sechs- und sechskantige Prisma, $= a : \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} a : \infty c$, welches die Kanten der beiden sechsseitigen Prismen zuschärft, oder die Combinationskanten beider abstumpft.

Die Projektion des Sechs- und Sechskantners so wie der Prismen bedarf wohl keiner Erläuterung.

Zonenübersicht.

1) Horizontale Zone. Die Zonenaxe ist c. Alle Flächen haben ∞c im Zeichen. Die beiden sechsseitigen Prismen und das sechs- und sechskantige Prisma.

2) Vertikalzone des ersten Prismas. Zonenaxe ist a. Diese Zone ist dreimal vorhanden. Alle Flächen haben ∞a, und die beiden anderen a mit gleichen Coefficienten. Erstes Prisma; alle Dihexaeder erster Ordnung. Endfläche.

3) Vertikalzone des zweiten Prismas. Alle Flächen haben für das erste und dritte a doppelt so grosse Coefficienten wie für das zweite. Auch diese Zone ist dreimal vorhanden. Zweites Prisma; alle Dihexaeder zweiter Ordnung; Endfläche.

4) Vertikalzone des sechs- und sechskantigen Prismas. Ist sechsmal vorhanden. Sechs- und sechskantiges Prisma; Sechs- und Sechskantner; Endfläche.

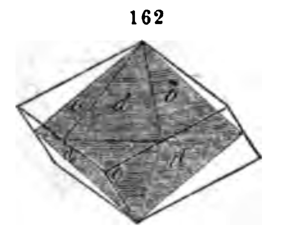
5) (End)-Kantenzone der Dihexaeder erster Ordnung. Ist für jedes sechsmal vorhanden. So enthält diese Zone für das Hauptdihexaeder ausser demselben sein erstes stumpferes,

die Sechs- und Sechskantner mit a : c im Zeichen, das Dihexaeder zweiter Ordnung a : $\frac{1}{2}$a : a : c, das erste Prisma.

Hemiedrie.

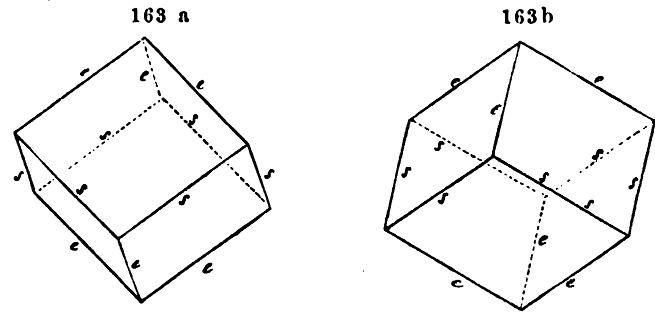
Wenn beim Dihexaeder eine Fläche bleibt, die drei anliegenden aber verschwinden, so entsteht dadurch sein Hälftflächner, das Rhomboeder. Fig. 162 zeigt die Entstehung des Rhomboeders aus einem Dihexaeder in Bezug auf die vorderen Flächen beider. d, d, d sind die bleibenden, o, o, o die verschwindenden Flächen. Nothwendigerweise liefert also jedes Dihexaeder zwei Rhomboeder, welche in Bezug auf einander Gegenrhomboeder heissen, deren Stellung um 60° gedreht erscheint, und die sich, wenn sie zusammen vorkommen, zu einem Dihexaeder ergänzen. Fig. 163a und b.

162



Das Rhomboeder gehört zur Klasse der Hexaide, wird von drei Flächenpaaren oder sechs Krystallflächen umschlossen, welche bei symmetrischer Ausbildung Rhomben sind, häufig aber durch Verlängerung oder Verkürzung des Körpers in der Richtung der drei Zonenaxen, wodurch tafelförmige oder prismatische Formen entstehen, zu Rhomboiden werden.

163 a 163 b



Das Rhomboeder hat acht Ecken. Von diesen haben zwei, die Endecken, die Lage der Endecken des Dihexaeders, aus dem das Rhomboeder entstanden ist. Sie sind dreikantig (dreiflächig). Die übrigen sechs, die Seitenecken, sind gleichfalls dreikantig, aber zugleich zwei- und einkantig. Von den zwölf Kanten sind die sechs in den Endecken zusammenstossenden (e) die Endkanten, die übrigen sechs im Zickzack auf- und abwärts laufenden (s) sind Seitenkanten.

Wenn man aus den Endecken Linien auf die Mitte der Sei-

tenkanten zieht, und sie durch horizontale Linien verbindet, so beschreibt man die Lage der ursprünglichen Dihexaederflächen.

Die Axe c verbindet daher beim Rhomboeder die beiden Endecken, die Axen a dagegen verbinden die Mitte je zweier Seitenkanten. Das Zeichen des Rhomboeders ist das des Dihexaeders, dem man, wenn es nöthig ist, $\frac{1}{2}$ vorsetzt, also $\frac{1}{2}$ (a : a : ∞a : c).

Zieht man aus der Endecke eine Diagonale auf die Seitenecke, und legt durch diese und die in der Endecke gegenüberliegende Endkante eine Ebene, so heisst dieselbe ein Hauptschnitt. Solcher Hauptschnitte giebt es drei in jedem Rhomboeder. Zieht man dagegen die Diagonalen der Flächen, welche die Seitenecken verbinden, und legt Ebenen hindurch, so theilen diese das Rhomboeder in zwei Tetraeder und ein Oktaid, und die Axe c in drei gleiche Theile.

Bei vielen in Rhomboedern krystallisirenden Substanzen sind Dihexaeder gar nicht bekannt. Ueberhaupt lassen sich die Rhomboeder als holoedrische Körper betrachten, daher man auch wohl von einem dreigliedrigen oder rhomboedrischen System spricht. Ein jedes Dihexaeder wäre dann eine Combination von zwei Rhomboedern mit gleicher Neigung der Flächen gegen die Axe.

Im Allgemeinen unterscheidet man stumpfe und scharfe Rhomboeder, je nachdem die Winkel in den Endkanten grösser oder kleiner als ein rechter sind. Der Würfel ist gleichsam ein in der Mitte stehendes Rhomboeder. Sollten sich Rhomboeder mit End- (und Seiten-) Kantenwinkeln von 90° finden, so würden sie sich durch die Differenz der End- und Seitenecken zu erkennen geben *).

Gleichwie beim Dihexaeder, hat man auch der Rhomboeder sehr viele. Die verschiedenen Rhomboeder einer und derselben Substanz haben bei gleicher Länge der Axen a die Axe c in rationalen Verhältnissen.

Die Projektion eines Rhomboeders ist die des Dihexaeders mit der einen oder anderen Hälfte der Flächen.

Denkt man sich die Endkanten eines gegebenen Rhomboeders abgestumpft, so geben die Abstumpfungsflächen für sich ein neues Rhomboeder, welches in Bezug auf jenes sein erstes stumpferes heisst.

Taf. I. Fig. 3. enthält die Projektion des Rhomboeders a : a : ∞a : c, dessen Sektionslinien mit r bezeichnet sind. Die Endkanten desselben laufen folglich von dem gemeinsamen Punkt

---

*) Da beim Würfel in rhomboedrischer Stellung $c : a = 1 : \sqrt{\frac{3}{2}} = 1 : 1{,}2247$ ist, so bezeichnet auch dies Verhältniss die Grenze der schärferen und der stumpferen Rhomboeder.

c nach t, und Flächen, welche diese Kanten gerade abstumpfen, müssen die Sektionslinien $\frac{r}{2}$ geben.

Aus der Projektion sowie aus einer näheren Betrachtung überhaupt folgt, dass das Zeichen des ersten stumpferen Rhomboeders von $a : a : \infty a : c$ ist: $2a : 2a : \infty a : c = a : a : \infty a : \frac{1}{2}c$. Es ist daher zugleich das zweifach stumpfere.

Auf ähnliche Weise entsteht durch Abstumpfung der Endkanten des ersten stumpferen Rhomboeders das zweite stumpfere, dessen Zeichen $= a : a : \infty a : \frac{1}{4}c$ ist (vierfach stumpferes), und so giebt es für jedes Rhomboeder ein drittes, viertes stumpferes u. s. w.

Denkt man sich ein Rhomboeder, dessen Endkanten abgestumpft die Flächen eines gegebenen bilden, so heisst dasselbe in Bezug auf dieses sein erstes schärferes. Aus der Projektion desselben in der vorigen Fig., wo seine Sektionslinien mit 2r bezeichnet sind, folgt, dass es $= \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a : \infty a : c = a : a : \infty a : 2c$, mithin zugleich zweifach schärfer ist. Das erste schärfere von ihm, oder das zweite schärfere des gegebenen muss $= \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a : \infty a : c = a : a : \infty a : 4c$ (vierfach schärferes) sein u. s. w.

Dadurch entstehen von jedem gegebenen Rhomboeder $a : a : \infty a : mc$ oder $\frac{1}{m}c$ zwei Reihen von Rhomboedern; die Flächen der einen liegen wie die Flächen des gegebenen (Haupt-)Rhomboeders; sie heissen Rhomboeder erster Ordnung, und es gehören dahin das zweite, vierte, sechste stumpfere und schärfere u. s. w. Die Flächen der anderen liegen da, wo jene ihre Endkanten haben; sie heissen Rhomboeder zweiter Ordnung, und es gehören dahin das erste, dritte, fünfte stumpfere und schärfere u. s. w.

Da nun bei einer Substanz oft mehrere Rhomboeder auftreten, deren jedes solche Reihen bildet, so wird dadurch ihre Zahl oft ziemlich gross. Unter jenen wählt man immer eins als Hauptrhomboeder oder Grundform $a : a : \infty a : c$, nimmt also seine Axendimensionen als Einheit, und giebt so den Rhomboedern beider Ordnungen eine bestimmte Bedeutung, insofern das Hauptrhomboeder stets erster Ordnung ist.

Reihe des Hauptrhomboeders $a : a : \infty a : c$:

Erster Ordnung:

Zweites stumpferes $= a : a : \infty a : \frac{1}{4}c$

Viertes - $= a : a : \infty a : \frac{1}{16}c$

Sechstes - $= a : a : \infty a : \frac{1}{64}c$

u. s. w.

Zweites schärferes $= a : a : \infty a : 4c$
Viertes - $= a : a : \infty a : 16c$
Sechstes - $= a : a : \infty a : 64c$
u. s. w.

Zweiter Ordnung:

Erstes stumpferes $= a : a : \infty a : \frac{1}{2}c$

Drittes - $= a : a : \infty a : \frac{1}{8}c$

Fünftes - $= a : a : \infty a : \frac{1}{32}c$

u. s. w.

Erstes schärferes $= a : a : \infty a : 2c$
Drittes - $= a : a : \infty a : 8c$
Fünftes - $= a : a : \infty a : 32c$
u. s. w.

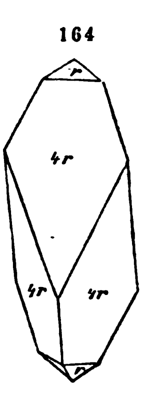
Kommt nun bei derselben Substanz ein Rhomboeder zweiter Ordnung vor, welches fünffach schärfer als die Grundform ist, $= a : a : \infty a : 5c$, so ist sein

erstes stumpferes $= a : a : \infty a : \frac{5}{2}c$. Erster Ordnung.

zweites - $= a : a : \infty a : \frac{5}{4}c$. Zweiter -

erstes schärferes $= a : a : \infty a : 10c$. Erster -
zweites - $= a : a : \infty a : 20c$. Zweiter -
u. s. w.

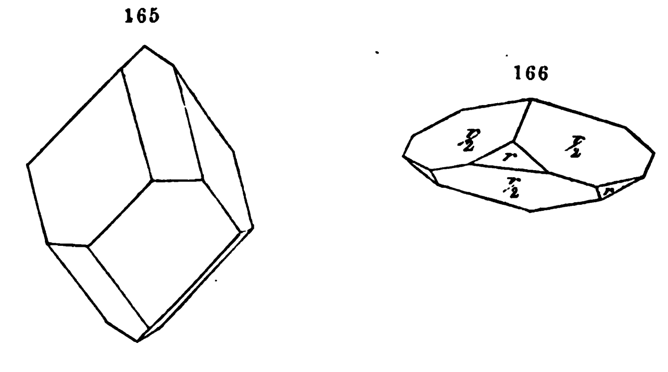
Ist bloss vom ersten, zweiten stumpferen oder schärferen Rhomboeder die Rede, so meint man die vom Hauptrhomboeder ausgehende Reihe, und muss dann z. B. $a : a : \infty a : \frac{5}{2}c$ als erstes stumpferes des 5fach schärferen Rhomboeders bezeichnen.



Combination der Rhomboeder unter sich. Rhomboeder gleicher Ordnung haben ihre Flächen über und unter einander liegen. Es bilden daher am Hauptrhomboeder alle $a : a : \infty a : \frac{1}{m}c$ dreiflächige Zuspitzungen der Endecken, alle $a : a : \infty a : mc$ Abstumpfungen der Seitenecken, die auf die Endkanten von jenem aufgesetzt sind. So ist Fig. 164 eine solche Combination (Kalkspath) wo r das Hauptrhomboeder, 4r das zweite schärfere ist.

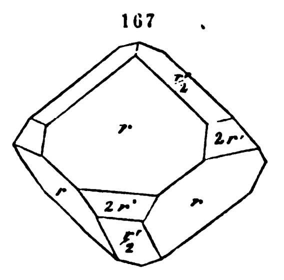
An den Rhomboedern erster Ordnung bilden die Rh. zweiter Ordnung entweder dreiflächige Zuspitzungen der Endecken, die Flächen auf die Endkanten aufgesetzt, (die stumpferen), oder die gerade Abstumpfung der Endkanten (erstes stumpferes), oder Abstumpfungen der Seitenecken (die schärferen).

Das erste stumpfere stumpft die Endkanten des Hauptrhomboeders ab, Fig. 165. Herscht jenes vor, so erscheint das Hauptrhomboeder als Abstumpfung der Seitenecken, auf die Endkanten aufgesetzt, Fig. 166. Die Combinationskanten, welche je zwei Flächen des Hauptrhomboeders r auf einer Fläche des ersten stumpferen $\frac{r}{2}$ machen, laufen parallel.

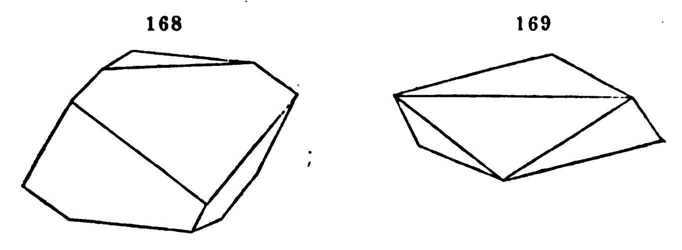


Das erste schärfere Rhomboeder verhält sich in Combinationen gerade so zum Hauptrhomboeder, wie dieses zu seinem ersten stumpferen.

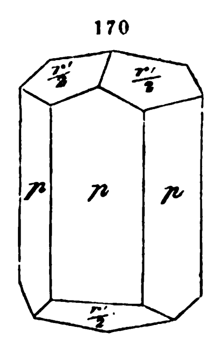
Fig. 167 ist eine Combination des Hauptrhomboeders r, des ersten stumpferen $\frac{r'}{2}$ und des ersten schärferen $2r'$, wie sie z. B. beim Chabasit vorkommt.



Die Endfläche stumpft die Endecken aller Rhomboeder ab. Dehnt sie sich bis zum Verschwinden der Endkanten aus, so wird die Combination ein Oktaid. Fig. 169.

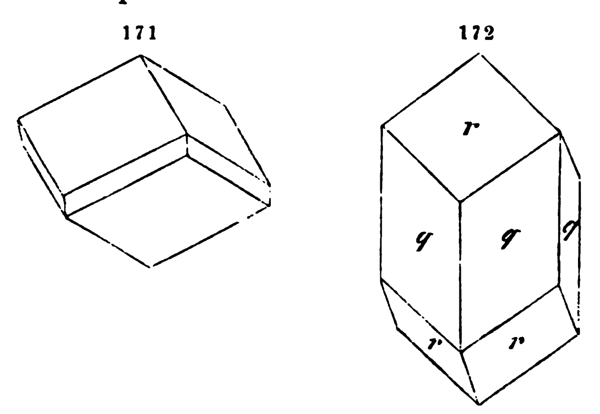


Das erste sechsseitige Prisma bildet an allen Rhomboedern die gerade Abstumpfung der Seitenecken mit horizontalen Combinationskanten. Am Prisma erscheinen die Rhomboeder als dreiflächige Zuspitzungen, die Flächen auf die abwechselnden Prismenflächen aufgesetzt. Fig. 170 ist eine Combination des ersten Prismas p mit dem ersten stumpferen Rhomboeder $\frac{r'}{2}$ beim Kalkspath.

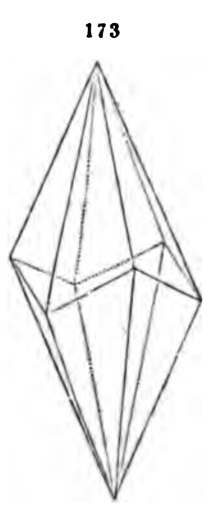


Das zweite sechsseitige Prisma bildet an den Rhomboedern die gerade Abstumpfung der Seitenkanten. Fig. 171. An dem Prisma erscheinen jene als dreiflächige Zuspitzungen, die Flächen auf die abwechselnden Kanten des Prismas

aufgesetzt. Fig. 172 ist eine Combination mit dem Hauptrhomboeder beim Dioptas.



Der Sechs- und Sechskantner kann auf mehrfache Art hemiedrisch werden. Die gewöhnlichste aber besteht darin, dass von den zwischen zwei a liegenden Flächenpaaren die abwechselnden sich ausdehnen, die anderen verschwinden. Dadurch entsteht ein Körper von zwölf Flächen, der Drei- und Dreikantner (das Skalenoeder). Er hat dreierlei Kanten, nämlich sechs schärfere und sechs stumpfere Endkanten, und sechs im Zickzack laufende Seitenkanten. Ferner zwei Endecken (sechsflächig, drei- und dreikantig), und sechs Seitenecken (vierflächig, zwei- und zweikantig).



Die Axe c verbindet die Endecken, die Axen a verbinden die Mitte der gegenüberliegenden Seitenkanten.

Jeder Sechs- und Sechskantner giebt zur Entstehung zweier Drei- und Dreikantner Anlass. Man findet diese Formen weder mit jenen noch mit Dihexaedern zusammen.

Taf. II. Fig. 4 und 5 giebt die Projektion der beiden Drei- und Dreikantner $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a : c$.

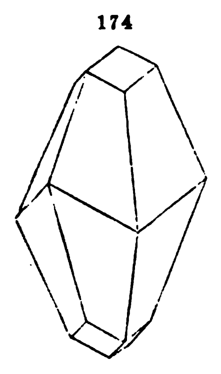
Die Seitenkanten, die stumpferen und die schärferen Endkanten eines jeden Drei- und Dreikantners haben dieselbe Lage wie die Seitenkanten und die Endkanten dreier verschiedener

Rhomboeder, mit denen er auch häufig combinirt erscheint. Das Rhomboeder der stumpferen und das der schärferen Endkanten sind stets verschiedener Ordnung; das letztere ist aber immer gleicher Ordnung mit dem der Seitenkanten. Mehrere Drei- und Dreikantner können ein und dasselbe Rhomboeder der Seitenkanten haben. Dies gilt z. B. von dem Hauptrhomboeder des Kalkspaths, welches zu mehreren Drei- und Dreikantnern in dieser Beziehung steht, unter denen der gewöhnlichste $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a : c$ zugleich das zweite schärfere zum Rhomboeder der schärferen Endkanten, und das fünffach schärfere ($a : a : \infty a : 5c$) zum Rhomboeder der stumpferen Endkanten hat.

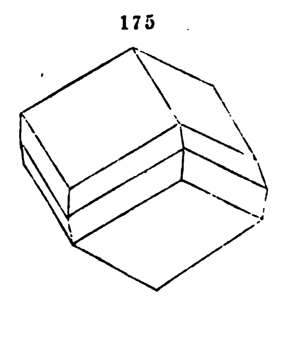
Combination mit Rhomboedern. Für jedes Rhomboeder giebt es zwei Abtheilungen von Drei- und Dreikantnern: die einen schärfen seine Seitenkanten, die anderen seine Endkanten zu. Die Flächen jener liegen zwischen denen des Rhomboeders und des zweiten sechsseitigen Prismas, die der letzteren hingegen zwischen denen des Rhomboeders und seines ersten stumpferen.

Das Rhomboeder der Seitenkanten bildet an einem Drei- und Dreikantner dreiflächige Zuspitzungen der Endecken, auf die längeren Seitenkanten aufgesetzt, wie Fig. 174, eine Combination des Hauptrhomboeders und $a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a : c$ beim Kalkspath. Umgekehrt erscheint der Drei- und Dreikantner am Rhomboeder als Zuschärfung der Seitenkanten. Fig. 175.

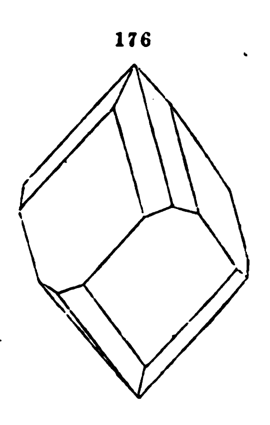
174



175

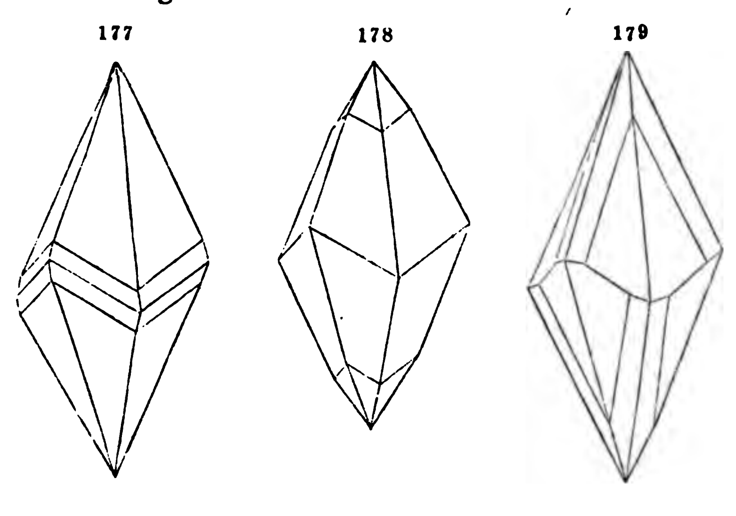


An den Rhomboedern der Endkanten bilden die Drei- und Dreikantner Zuschärfungen der Endkanten. Fig. 176.



Combination mit den sechsseitigen Prismen. Das erste Prisma stumpft die Seitenecken der D. ab; das zweite die Seitenkanten.

Combination der Drei- und Dreikantner unter sich. Zwei D. von gleichen Seitenkanten (d. h. gleichen Werthen in a, ungleichen in c) erscheinen als Zuschärfung der Seitenkanten Fig. 177, oder Zuspitzung der Endecken Fig. 178. Bei gleicher Lage der Endkanten entsteht eine Zuschärfung der abwechseln- Endkanten. Fig. 179.



Zonenübersicht.

1) Horizontale Zone. Alle Prismenflächen.

2) Vertikalzone des ersten sechsseitigen Prismas. Zonenaxe = a. Erstes Prisma; die Rhomboeder erster Ordnung; die Endfläche; die Rhomboeder zweiter Ordnung.

3) Vertikalzone des zweiten s. Prismas. Das zweite Prisma; die Drei- und Dreikantner mit gleichen Endkanten; die Endfläche.

4) Kantenzone der Rhomboeder. Das Rhomboeder; sein erstes stumpferes; die Drei- und Dreikantner der End- und Seitenkanten; das zweite Prisma.

Die Diagonalzone jedes Rhomboeders ist zugleich die Kantenzone seines ersten schärferen; und die Kantenzone eines jeden Rhomboeders ist die Diagonalzone seines ersten stumpferen.

Die Formen des dreigliedrigen (hemiedrisch-sechsgliedrigen) und des regulären Systems stehen in einer nahen Beziehung zu einander, insofern die letzteren sich in jenen wiederholen, und nur, in den meisten Fällen, sich in zwei oder mehrere Formen zerlegen.

Der Würfel ist ein Rhomboeder von 90°.

Das Oktaeder ist ein Rhomboeder mit der Endfläche.

Das Granatoeder ist ein Rhomboeder mit dem zweiten Prisma.

Das Leucitoeder ist ein Rhomboeder, ein Drei- und Dreikantner und das erste Prisma.

Die Leucitoide sind zwei Rhomboeder und ein Drei- und Dreikantner.

Die Pyramidenwürfel sind zwei Drei- und Dreikantner.

Die Pyramidenoktaeder sind den Leucitoiden gleich.

Der Achtundvierzigflächner enthält drei Drei- und Dreikantner und ein sechs- und sechskantiges Prisma.

Wird der Würfel als Rhomboeder angesehen, so ist das Oktaeder sein erstes schärferes (weil es in die Diagonalzone der Würfelflächen fällt). Oder der Würfel ist das erste stumpfere vom Oktaeder, dieses als Rhomboeder betrachtet.

Das Rhomboeder des Granatoeders ist das erste stumpfere vom Würfel, das zweite stumpfere vom Oktaeder.

Das Rhomboeder des Leucitoeders ist das erste stumpfere vom Granatoeder.

Das obere Rhomboeder des Pyramidenoktaeders ist das erste stumpfere vom Leucitoeder u. s. w.

Wegen dieser Analogie herrscht auch zwischen den Formen

beider Systeme zuweilen grosse Aehnlichkeit, besonders wenn sie unsymmetrisch ausgebildet sind.

Verzeichniss der wichtigsten im sechsgliedrigen System krystallisirenden Substanzen. *)

A. Mineralien.

Palladium, Osmium-Iridium, Quarz (h), Korund (h), Eisenglanz (h), Titaneisen (h), Magnetkies, Zinnober (h), Rothgültigerz (h), Kalkspath, Bitterspath, Magnesitspath, Eisenspath, Manganspath, Zinkspath (sämmtlich h), Pyromorphit, Mimetesit, Apatit, Beryll, Dioptas, Nephelin, Chabasit (h), Turmalin (h), Glimmer.

B. Chemische Präparate.

Arsenik, Antimon, Wismuth, Tellur (sämmtlich h) Zinkoxyd, Chromoxyd (h), salpetersaures Natron (h), die unterschwefelsauren Salze von Strontian, Kalk und Bleioxyd; die Verbindungen von Kaliumeisencyanür mit Cyanbaryum, von Ammoniumeisencyanür mit Chlorammonium, von Traubenzucker mit Chlornatrium, von Aldehyd mit Ammoniak (h) u. s. w.

Zwillinge.

Sowohl bei natürlichen wie künstlichen Krystallen beobachtet man seltener einzelne Individuen als vielmehr Aggregate oder Verwachsungen mehrerer oder vieler. Sehr gewöhnlich sind unregelmässige Verwachsungen, wie sie sich z. B. beim Krystallisiren von Salzen fast immer vorfinden, und welche zur Folge haben, dass die grosse Mehrzahl solcher Krystalle durch ihre Umgebung verhindert wird, sich vollständig auszubilden.

Eine regelmässige Verwachsung entsteht, wenn zwei oder mehr Krystalle sich in paralleler Richtung aneinanderlegen. Sie erfolgt sowohl bei symmetrischer wie unsymmetrischer Form der Krystalle, und Alaun, Kochsalz, Salmiak, regulinische Metalle bieten gewöhnliche Beispiele der Art dar. Sind die Krystalle durch Verkürzung in einer Richtung tafelartig, so entstehen Krystallaggregate mit vielfach wiederholter Streifung, welche die einzelnen Individuen andeutet.

---

*) Die mit h bezeichneten gehören der rhomboedrischen Abtheilung an.

Eine andere Art regelmässiger Verwachsung von zwei oder mehreren Krystallen ist die Zwillingsbildung, allein bei ihr befinden sich die Individuen nicht in paralleler Stellung.

Wenn zwei Krystalle eine oder mehrere gleichwerthige Flächen gemein haben, die übrigen von diesen aus symmetrisch aber entgegengesetzt liegen, so entsteht dadurch ein Zwilling.

Jene gemeinsame Fläche heisst Zwillingsebene *).

Beispiele an zwei Oktaedern, Rhomboedern, rhombischen Prismen.

Bei den Zwillingen kommt in Betracht: 1) ihre gegenseitige Stellung; 2) die Art ihrer Verwachsung.

1) Was die gegenseitige Stellung betrifft, so muss man Zwillinge mit parallelen und mit nichtparallelen Axensystemen unterscheiden.

Die ersteren lassen sich nur bei hemiedrischen Formen denken, wenn beide Gegenkörper sich zu dem vollflächigen Körper ergänzen. Z. B. 2 Tetraeder zum Oktaeder, 2 Rhomboeder zum Dihexaeder. Zwillinge mit nichtparallelen Axen dagegen finden sich unter den holoedrischen und hemiedrischen Formen. Ihre Entstehung kann man sich auch so denken, dass beide Individuen sich anfangs in paralleler Stellung befanden, worauf das eine gegen das andere um eine auf die Zwillingsebene senkrechte Linie (Zwillingsaxe) um eine gewisse Grösse gedreht wurde, daher für die Zwillinge der Name: Hemitropicen, der aber auf einer durchaus nicht naturgemässen Vorstellung beruht.

2) Die Art der Zwillingsverwachsung ist eine doppelte: a) ein Aneinanderwachsen; b) ein Durchdringen beider Individuen. Fälle der ersten Art sind stets leichter kenntlich, da die Formen gewöhnlich deutlich heraustreten, und man leicht die Zwillingsebene finden kann, so dass ein Schnitt durch dieselbe die einzelnen Individuen trennen würde. Ist die Durchdringung vollständig, so erscheint der Zwilling häufig als einfache Form, und lässt sich von einer solchen nur durch gewisse Merkmale (z. B. eigenthümliche mehrfache Streifung auf gewissen Flächen) unterscheiden. Freilich ist die Durchdringung in der Regel nicht so vollständig, so dass nur ein Stück der Masse gleichzeitig beiden Individuen angehört.

Wächst das eine Individuum in ähnlicher gesetzmässiger Art mit einem dritten zusammen, so entsteht ein Drilling. Sind ihrer vier verbunden, so ist es ein Vierling u. s. w.

Wir verfolgen nun die Zwillingsbildungen in den einzelnen Systemen.

---

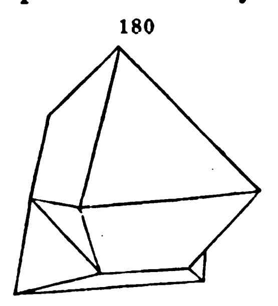
*) Die Zwillingsebene ist jedoch nicht nothwendig zugleich die Zusammenwachsungsfläche, da ein Individuum, wenn es in paralleler Stellung gleichsam fortrückt, auch mit einer anderen Krystallfläche dem anderen Individuum anwachsen kann.

Reguläres System.

Zwei Individuen haben eine Oktaederfläche gemein, die übrigen umgekehrt liegen.

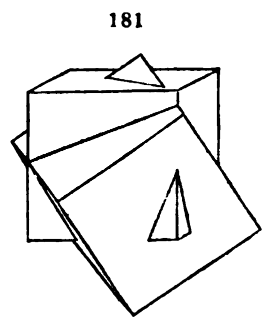
Die drei anderen Oktaederflächen neigen sich in der Zwillingsebene gegeneinander unter gleichen Winkeln. Es entstehen dadurch an jener drei einspringende und drei ausspringende Winkel. Denkt man sich ein Oktaeder parallel einer Fläche durchschnitten, und das eine Stück in der Schnittebene um 60° gedreht, so entsteht ein solcher Zwilling. Die Zwillingsaxe ist die rhomboedrische Axe des Systems. Gewöhnlich sind die Individuen in der Richtung derselben sehr verkürzt, tafelartig. An- und Durcheinanderwachsungen sind hier gleich häufig. Magneteisen, Spinell, Alaun, salpetersaures Bleioxyd.

180



Trifft dieses Zwillingsgesetz den Würfel, so treten bei Durcheinanderwachsung die Ecken des einen Individuums aus den Flächen des anderen heraus. Flussspath, Bleiglanz, Jodkalium, Salmiak aus Harnstofflösung krystallisirt.

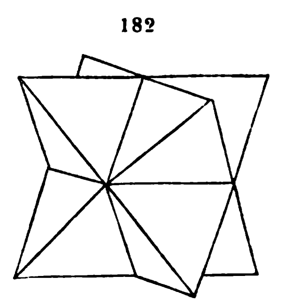
181



Zwei Individuen haben parallele Axenstellung. Nur bei den hemiedrischen Formen kann dieser Fall Zwillinge geben.

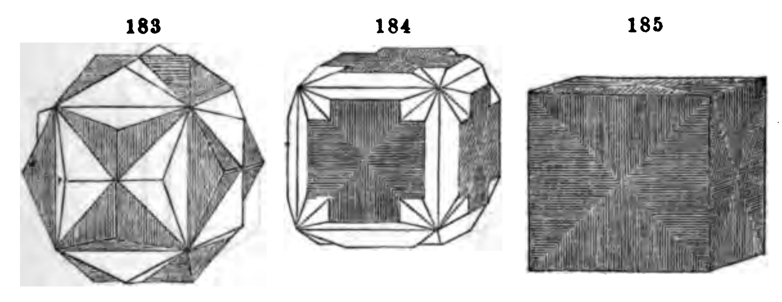
Wenn z. B. zwei Tetraeder sich so durchwachsen, dass die Ecken des einen aus den Flächen des anderen hervortreten. Diamant.

182



Beim Schwefelkies finden sich häufig Durchwachsungs-Zwillinge, welche eine Würfel- und Granatoederfläche gemein, die Pyritoederflächen aber umgekehrt liegen haben. Die Pyritoederflächen erlangen oft grosse Ausdehnung, ja sie wachsen so weit, dass das Ganze als einfacher Würfel erscheint, an dem jedoch die eigenthümliche Streifung der Flächen den Zwilling verräth.

183 184 185



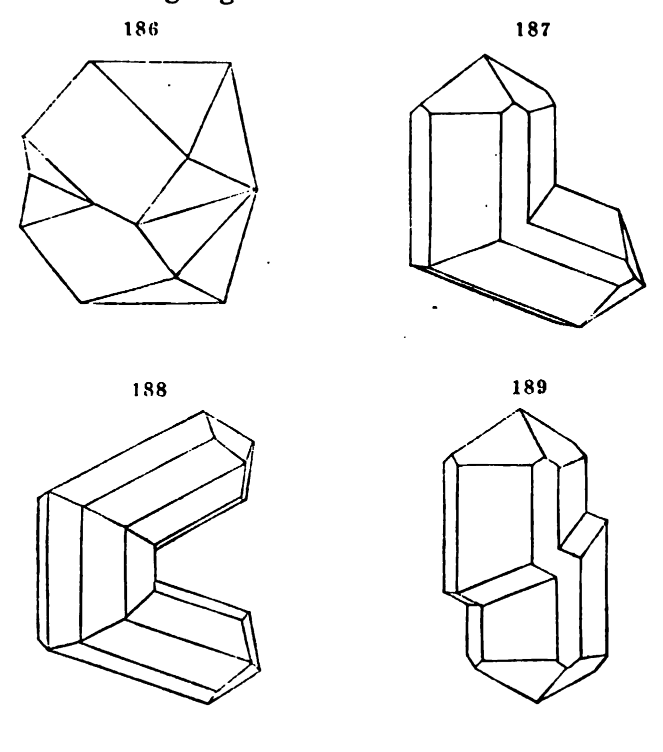
Beim Diamant und der Zinkblende trifft man Zwillinge, welche die sechs ein sechsseitiges Prisma bildenden Flächen des Granatoeders (die gegen eine Oktaederfläche senkrecht stehenden) gemein, die übrigen umgekehrt liegen haben.

Viergliedriges System.

Zwei Individuen haben eine Oktaederfläche gemein, die übrigen umgekehrt liegen.

Gewöhnlich ist es eine Fläche des Hauptoktaeders, wie beim Zinnstein und Rutil. In der Regel treten auch beide quadratische Prismen hinzu, von denen dann die Flächen des zweiten in eine Ebene fallen. Ein drittes Individuum wächst häufig so an, dass keines parallel dem anderen; dann entstehen doppelt knieförmige Zwillinge. Fig. 188. Oder es ist parallel dem ersten,

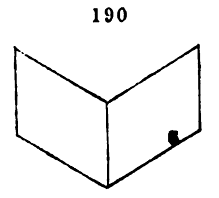
wo dann das erste und dritte als eins erscheinen, in welches das zweite eingeschoben ist. Fig. 189. Oft ist letzteres sehr dünn, nur durch Streifung angedeutet.



Zweigliedriges System.

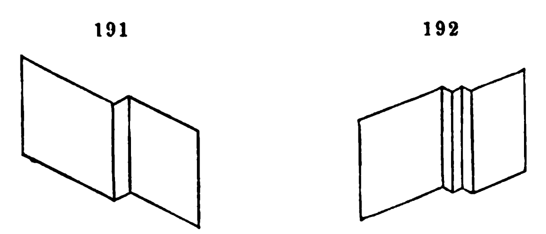
Zwei Individuen haben eine Fläche eines der drei zusammengehörigen Paare (Dodekaidflächen) gemein, die übrigen umgekehrt liegen.

Die Zwillingsebene ist in der Regel eine Fläche des ersten Paares, $a : b : \infty c$. Bei einfachem Aneinanderwachsen ist der Durchschnitt eines solchen Zwillings nach der Axenebene ab, wie in Fig. 190.



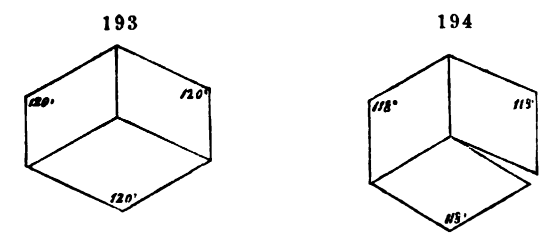
Wächst ein drittes Individuum an das zweite, und geschieht dies parallel dem ersten, so erscheint das zweite als Zwischenstück, oft nur so dünn, dass Streifung oder optische Erscheinungen seine Gegenwart verrathen; auch Wiederholungen des Zwischenstücks kommen vor.

191 192



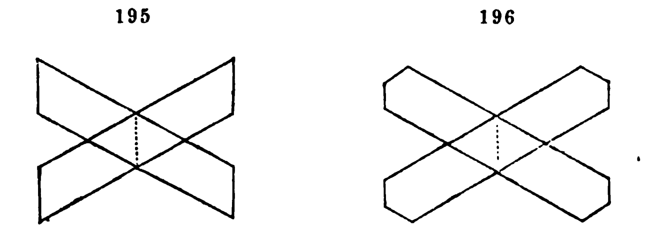
Wächst es aber in nicht paralleler Stellung an, so wird das Ganze ein sechsseitiges Prisma bilden, wenn der Winkel des rhombischen Prismas = 120° ist. Ist er aber, wie gewöhnlich, kleiner, so bleibt eine Lücke.

193 194



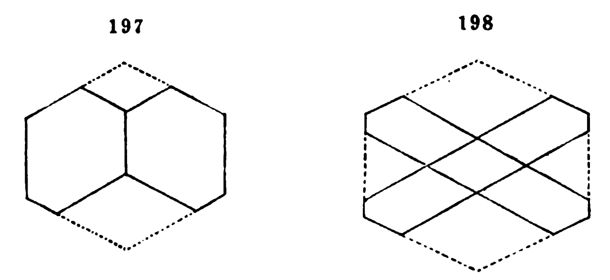
Ebenso häufig kommen Durchdringungen vor, gewöhnlich bei Gegenwart der Abstumpfung der scharfen Seitenkanten der Prismen.

195 196



In solchen Fällen sind die einspringenden Winkel häufig

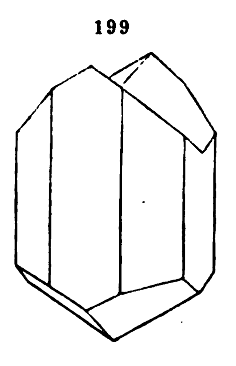
mit Substanz ausgefüllt, wo dann die Durchschnitte folgende Form haben:



Beispiele solcher Zwillinge geben Aragonit, Weissbleierz, Staurolith, Arsenikkies, Strahlkies, schwefelsaures Kali u. s. w.

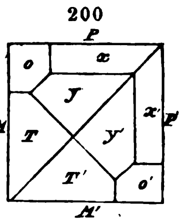
Zwei- und eingliedriges System.

1) Beide Individuen haben die Flächen des Prismas a : b : ∞c (oder überhaupt die horizontale Zone) gemein, die schiefen Endflächen umgekehrt liegen.



Gewöhnlich ist die Zwillingsebene diejenige Fläche, gegen welche die schiefe Endfläche geneigt ist. So ist es z. B. beim Augit und der Hornblende die Fläche a : ∞b : ∞c, und da bei regelmässigem Aneinanderwachsen sehr häufig von jedem Individuum die Hälfte der Flächen vorhanden ist, so erscheint der Zwilling Fig. 199 wie ein einfacher Krystall, an dessen (unteren) Ende die beiden augitartigen Paare sich zu einem Rhombenoktaeder ergänzen, so dass der Unterschied der vorderen und hinteren Seite fortfällt; am entgegengesetzten Ende zeigen sich dann einspringende Winkel. Beim Feldspath (Orthoklas) kommt dasselbe Gesetz an den Karlsbader etc. Zwillingen vor; es sind theils Aneinanderwachsungen, theils Durchdringungen, mit dem Unterschiede, dass beide Individuen bald mit der rechten, bald mit der linken Seite des Krystalls verwachsen.

2) Beide Individuen haben eine Fläche eines der augitartigen Paare gemein.



Dieser seltenere Fall zeigt sich bei den Bavenoer Zwillingen des Feldspaths, wo die Diagonalfläche $\left(a : \frac{1}{4} b : c\right)$ die Zwillingsebene ist, so dass die beiden Hauptspaltungsrichtungen ($a : c : \infty b$ und $b : \infty a : \infty c$) entgegengesetzt liegen, die zugleich gewöhnlich sehr ausgedehnt sind, und dem Zwillingskrystall das Ansehen eines rechtwinklig vierseitigen Prismas geben. Fig. 200 ist ein Durchschnitt senkrecht auf jene beiden Flächen, wo die Buchstaben die früher (S. 28.) gegebene Bedeutung haben.

Eingliedriges System.

1) Beide Individuen haben die Fläche $b : \infty a : \infty c$ gemein. Die schiefen Endflächen machen dann ein- und ausspringende Winkel. Solche Zwillinge, wie sie z. B. der Albit hat, entstehen aus zwei parallel gestellten Individuen, von denen das eine gegen das andere (um die Axe b) um 180° gedreht gedacht wird.

2) Beide Individuen haben die schiefe Endfläche $a : c : \infty b$ gemein. Beim Periklin kommt dies häufig vor, wo dann die Flächen $b : \infty a : \infty c$ ein- und ausspringende Winkel bilden.

Sechsgliedriges System.

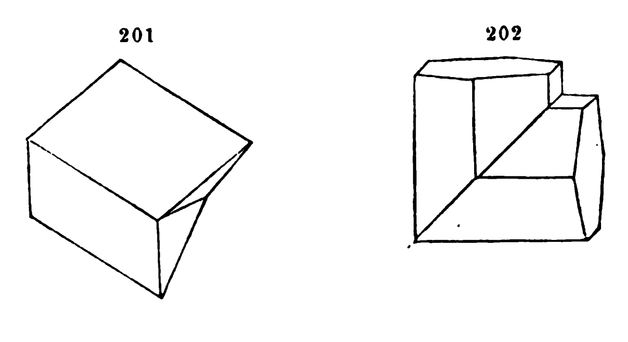
1) Zwei Individuen haben die Endfläche (und die Prismenflächen) gemein, die Rhomboederflächen umgekehrt liegen.

Dies sind mithin Zwillinge mit parallelen Axensystemen.

2) Zwei Individuen haben eine Rhomboederfläche gemein.

So ist beim Kalkspath die Fläche des Hauptrhomboeders die Zwillingsebene, zuweilen auch die des ersten stumpferen oder schärferen. Fig. 201 zeigt zwei Hauptrhomboeder, in der Ebene des ersten stumpferen verwachsen. In Fig. 202 ist eine Fläche des Hauptrhomboeders die Zwillingsebene. Auch hier setzt sich

oft ein drittes Individuum an das zweite, parallel dem ersten, so dass das zweite als eingeschobenes dünnes Blättchen erscheint.



Die angeführten Zwillingsgesetze sind nicht die einzigen bekannten, wohl aber die wichtigsten.

Unvollkommenheit der Krystalle.

Durchaus symmetrische Form der Krystalle ist in der Natur sehr selten; gewöhnlich finden sie sich in der Richtung einer oder mehrerer Zonenaxen verlängert oder verkürzt. Der Würfel wird zu einem Prisma; das Granatoeder zu einem sechsseitigen Prisma mit dreiflächiger Zuspitzung, das Oktaeder zu einem rhombischen Prisma mit Zuschärfungsflächen. Die sogenannten tafelartigen Krystalle entstehen, wenn ein Flächenpaar alle anderen an Ausdehnung übertrifft. Die rhombischen Prismen sind gewöhnlich rhomboidische. Am Dihexaeder dehnt sich eine Fläche sehr aus, so dass die übrigen kaum bemerkbar sind, u. s. w.

Alle diese die Gestalt der Flächen mannigfach modificirenden Störungen sind ohne Einfluss auf die Richtung der Flächen, d. h. ihre gegenseitige Neigung.

Das Zurücktreten einzelner Flächen geht nicht selten bis zum völligen Verschwinden derselben, ohne dass eine Hemiedrie zum Grunde liegt.

Ganz eigenthümlich ist die polare Hemiedrie gewisser Krystalle, d. h. der Fall, wo das eine Ende eines Krystalls anders ausgebildet ist als das andere, wie beim Turmalin, Kieselzinkerz u. s. w. S. den späteren Abschnitt: Verhalten der Krystalle zur Elektricität.

In den Combinationen befinden sich sehr gewöhnlich die sie bildenden und sich gegenseitig durchdringenden einfachen For-

men nicht im Zustande des Gleichgewichts. Fast immer ist die eine die herrschende, und die übrigen treten untergeordnet hinzu, aber die nämliche Substanz zeigt dann häufig in dieser Beziehung die grössten Abwechslungen. So krystallisirt z. B. der Bleiglanz in Würfeln, mit untergeordneten Oktaederflächen, aber ebenso häufig in Oktaedern mit untergeordneten Würfelflächen. Obgleich dies an sich keine Unvollkommenheit der Krystallbildung ist, so ist doch in den meisten Fällen die ungleiche Ausdehnung, und in Folge derselben die verschiedene Gestalt gleichartiger Flächen damit verbunden.

Den grössten Einfluss auf die Vollkommenheit der Krystalle hat der Ort, wo sie sich bilden oder gebildet haben. Eingewachsene Krystalle sind solche, die sich inmitten einer festen Masse vorfinden, sei es nun, dass diese gleicher Natur mit ihnen ist oder nicht. Im ersten Falle sind die Krystalle selten vollkommen, ja gewöhnlich haben die einzelnen Individuen sich in ihrer Entwicklung in dem Grade gehindert, dass nur eine krystallinische Masse entstanden ist. Feldspath im Granit, körniger Kalk.

Ist die umgebende Masse von anderer Natur, so sind die Krystalle oft sehr regelmässig um und um auskrystallisirt, wie man sie sonst nirgends findet. Leucit, Augit in Lava; Schwefelkies im Mergel.

Aufgewachsene Krystalle, die aus Massen derselben Art, oder einer anderen Substanz frei hervorragen, sind stets unvollkommen, indem das eine Ende des Krystalls nicht ausgebildet ist, und zu seiner Ergänzung die Parallelflächen des anderen Endes hinzugedacht werden müssen. Eine Gruppe aufgewachsener Krystalle heisst eine Druse; die Höhlung, in welcher dieselben sich gebildet haben, ein Drusenraum. Zuweilen sind beide Enden eines prismatischen Krystalls verbrochen, wenn derselbe an beiden mit anderen Krystallen oder Massen verwachsen war.

Die Flächen der Krystalle sind niemals wirkliche mathematische Ebenen; selbst bei anscheinend sehr vollkommenen Krystallen sind sie oft etwas gebogen, gekrümmt, so dass die genaue Messung gleichwerthiger Neigungswinkel kleine Unterschiede liefert. Oft ist diese Unvollkommenheit aber so gross, dass sie sich dem Auge bemerkbar macht, und selbst Messungen verhindert.

Sehr gewöhnlich ist eine Streifung auf Krystallflächen, d. h. eine Wiederholung feiner paralleler Vertiefungen, die so constant im Vorkommen und der Richtung der Streifen ist, dass sie für einzelne Mineralien charakteristisch wird. (Horizontale Streifung der Flächen des sechsseitigen Prismas beim Quarz) Jede Streifung wird durch die sich stets wiederholende Bildung von Kanten hervorgebracht, welche die Fläche mit einer anderen macht, während sie bei dem Fortwachsen des

Krystalls fortwährend die Oberhand behielt. (Die horizontale Streifung der Prismenflächen des Quarzes deutet die anfangende Bildung von Dihexaederflächen an. Die Streifung der Rhomboederflächen parallel der vertikalen Diagonale wird von dem Bestreben, das erste schärfere zu bilden, hervorgebracht. Granatoederflächen sind entweder parallel der längeren oder der kürzeren Diagonale gestreift. Beim Schwefelkies findet man Würfel, deren Flächen in senkrecht aufeinanderstehender Richtung gestreift sind, was von der beginnenden Bildung von Pyritoederflächen herrührt. Zeigen die Würfelflächen aber eine vierfache Streifung (Fig. 185), so verräth dies einen Zwilling, gebildet aus der Durchwachsung zweier Pyritoeder mit den Würfelflächen, wobei diese sich über alle anderen ausgedehnt haben).

Rauhe und drusige Flächen sind mit Vertiefungen und Erhabenheiten versehen. Diese Erscheinung beruht theils darauf, dass mikroskopisch kleine Individuen in paralleler Stellung einem grösseren Krystall aufgewachsen sind, theils auf einem äussern Angriff auf die Substanz des Krystalls (Verwitterung, Pseudomorphosirung), indem flüssige oder gasförmige Substanzen auflösend auf dieselbe eingewirkt haben. Oft sind in Combinationen nur die Flächen der einen Form rauh und drusig, die der anderen glatt. (Beim Zinnstein ist das Oktaeder erster Ordnung rauh, das zweiter Ordnung glatt, Beim Bleiglanz das Oktaeder rauh oder matt, der Würfel glänzend).

Gekrümmte Flächen entstehen zum Theil wie die gestreiften durch das Streben einer anderen Fläche, zur Geltung zu kommen. (Bauchige sechsseitige Prismen des Pyromorphits, durch Dihexaederflächen hervorgebracht). Zum Theil haben sie ihren Grund in der Weichheit der Masse, welche einem äusseren Druck nachgab. Gips.

Trichterförmig vertiefte Flächen entstanden beim Mangel an ausfüllender Substanz, finden sich beim Kochsalz, Wismuth etc. Hohle Krystalle sind gewöhnlich Pseudomorphosen.

Messung und Berechnung der Krystalle.

Da das einzig Constante an den Krystallflächen ihre Richtung ist, sowohl gegeneinander als gegen die Axen, so muss diese Richtung aufgesucht werden, indem man die Grösse des Neigungswinkels zweier Flächen misst, daraus ihre Lage zu den Axen, mithin ihr Zeichen findet, und die relative Länge der Axendimensionen berechnet. Aus einem oder einigen durch Messung gefundenen Kantenwinkeln lassen sich dann die übrigen Stücke einer Form berechnen; für das Quadratoktaeder braucht z. B.

nur ein Kantenwinkel gemessen zu werden; für das Rhombenoktaeder müssen deren zwei gefunden sein, um alle übrigen Stücke berechnen zu können. In vielen Fällen lassen sich neue Flächen ohne Messung aus gegebenen berechnen, wie z. B. beim Quadratoktaeder und Rhomboeder die ersten stumpferen, und die Anwendung der Projektionsmethode auf den Feldspath hat dargethan, dass durch Zonen (Kantenparallelismus) sich oft viele Flächen ihrer Lage nach aus einigen gegebenen bestimmen lassen.

Die Messung des Neigungswinkels zweier Flächen (d. h. des Winkels, den zwei in der Ebene der Flächen senkrecht auf die Kante gezogene Linien bilden) ist ein empirisches Verfahren, und als solches nicht absolut genau. Die Fehler rühren insbesondere von der Unvollkommenheit der Krystallflächen her, die so allgemein sind, dass eigentlich nur eine kleine Anzahl Krystalle sich mit möglichster Genauigkeit messen lässt.

Die Instrumente zum Messen der Krystallwinkel heissen Goniometer. Das Anlegegoniometer ist so eingerichtet, dass man an die zu messenden Flächen zwei Lineale anlegt, welche senkrecht auf ihnen stehen, und in dem Mittelpunkte eines Halbkreises mit einer verbunden sind. Der Letztere ist in 180° getheilt, und die Oeffnung des Kreisbogens, zu dem beide Lineale die Radien sind, ergiebt die Grösse des Winkels.

Dies Instrument gestattet keine genaue Messungen, auch müssen die zu messenden Kanten freiliegen, die Krystalle dürfen nicht zu klein sein.

Viel wichtiger ist das Reflexionsgoniometer, dessen Gebrauch sich darauf gründet, dass man einen Gegenstand in der einen Krystallfläche sich spiegeln lässt, und dann den Krystall in der Richtung der Kante, die gemessen werden soll, so lange dreht, bis die zweite Fläche dasselbe Bild an demselben Orte giebt. Die Grösse der Drehung ist der gesuchte Kantenwinkel.

Die genauere Beschreibung des Instruments und seines Gebrauchs bleibt am besten Gegenstand mündlicher Belehrung.

Die Genauigkeit der Messung hängt auch hier von der Glätte der Flächen und der richtigen Einstellung ab. Da an kleinen Krystallen die Flächen eher ganz eben sind, als an grösseren, so sind jene vorzuziehen.

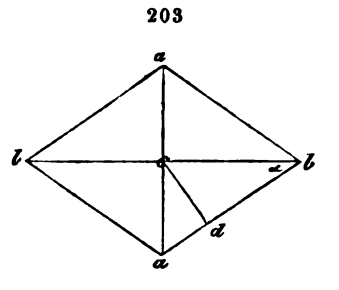
Man wiederholt gewöhnlich jede Messung und nimmt aus mehreren nahe übereinstimmenden Werthen das Mittel.

Wenn nun die nöthigen Winkel einer Form durch Messung gefunden sind, so ist die Aufgabe, daraus die übrigen, so wie die Neigung der Flächen gegen die Axen, und die relative Länge der letzteren zu berechnen. Man bedient sich dazu theils der geometrischen, theils der trigonometrischen Methode, je nachdem die eine oder die andere leichter zum Ziele führt. In dem Folgenden soll die Art und Weise der Berechnung von Krystallfor-

men nur angedeutet, nicht ausgeführt werden, weshalb nur für die wichtigsten Fälle die nöthigen Formeln mitgetheilt sind.

Gesetzt, man habe ein Mineral in Form von Rhombenoktaedern, so sind dreierlei Kantenwinkel zu bestimmen, nämlich die Neigung in den stumpferen Endkanten (Zonenaxe a : c), die Neigung in den schärferen Endkanten (b : c), und die in den Seitenkanten (a : b). Wenn in Fig. 203 die Axenebene ab dargestellt ist, Axe c also im Punkt o senkrecht darauf steht, so wird der halbe Seitenkantenwinkel des Rhombenoktaeders gebildet durch eine Senkrechte od und eine andere dc, welche letztere in der Oktaederfläche liegt. Für diesen Winkel ist die Axe c (eigentlich deren Hälfte) der Sinus, od der Cosinus. Ebenso ist für den halben Neigungswinkel der stumpferen Endkanten (d. h. in der Kante ac) die Axe b der Sinus und eine Senkrechte von o auf die Kante der Cosinus. Endlich ist für den halben Neigungswinkel in den schärferen Endkanten (d. h. in der Kante bc) die Axe a der Sinus, und eine Senkrechte von o auf die Kante der Cosinus. Für die Neigung der Oktaederfläche zur Axe c ist od der Sinus, Axe c der Cosinus.

203



Körper, welche in Rhombenoktaedern krystallisiren, haben gewöhnlich die Flächen a : b : ∞c, d. h. das erste zugehörige Paar (Dodekaidfläche) als Abstumpfung der Seitenkanten, ja dieses Paar ist als rhombisches Prisma viel gewöhnlicher als das zugehörige Oktaeder, welches an ihm als vierflächige Zuspitzung der Enden auftritt. Misst man einen der beiden Kantenwinkel dieses Prismas, so ist dadurch der andere gefunden.

Für die Hälfte des schärferen (welcher zur Seite liegt, da man die kürzere Axe a dem Beobachter zukehrt), welcher (Fig. 203) α heissen mag, ist, wenn Axe b = 1 ist, Axe a die Tangente.

Hieraus lässt sich unmittelbar das Axenverhältniss a : b berechnen.

lg. tg. α = lg. a

Gesetzt man habe den stumpferen Seitenkantenwinkel des Prismas durch Messung = 116° gefunden, so ist der schärfere (2α) = 64°, α mithin = 32°.

lg. tg. 32° = 9,7957892 = lg. 6248700000

Es ist also b : a = 1 : 0,62487

Findet sich nun an demselben Rhombenoktaeder das zweite zugehörige Paar b : c : ∞a als Abstumpfung der schärferen Endkanten, hat man die Neigung seiner Flächen an b gemessen, und

ist dieser Winkel $= 2\beta$, so ist für seine Hälfte β die Axe c die tg., wenn b = 1 ist.

War nun $2\beta = 80^0$, β also $= 40^0$, so ist
lg. tg. 40^0 = lg. c
lg. tg. 40^0 = 9,9238135
9,9238135 = lg. 8391000000.
Es ist folglich
b : c = 1 : 0,8391.

Mithin ist für das gegebene Rhombenoktaeder das Verhältniss der Axen a : b : c =
0,62487 : 1 : 0,8391.

Das Verhältniss ungleichwerthiger Axen ist stets ein irrationales. Aber alle Formen einer und derselben Substanz haben Axendimensionen, welche unter sich in einem **rationalen** Verhältniss stehen.

Wenn z. B. das soeben erwähnte Rhombenoktaeder als Hauptoktaeder (Grundform) bei der Substanz betrachtet wird, so sind bei ihr eine grosse Anzahl anderer Rhombenoktaeder möglich, bei welchen die Axen zu denen der Grundform in einem einfachen Verhältniss stehen. Dies letztere ist z. B. für:

a : b : 2c (zweifach schärferes) = 0,62487 : 1 : 1,6782

a : b : $\frac{1}{2}$c (zweifach stumpferes) = 0,62487 : 1 : 0,41955

a : $\frac{1}{2}$b : c = 1,24974 : 1 : 1,6782

$\frac{1}{2}$a : b : c = 0,312435 : 1 : 0,8391

$\frac{1}{3}$a : $\frac{1}{4}$b : $\frac{1}{6}$c = $\frac{4}{3}$a : b : $\frac{2}{3}$c = 0,83316 : 1 : 0,5594

u. s. w. S. S. 39.

Hat man eine Substanz, welche im zweigliedrigen System krystallisirt, und beobachtet daran ein Rhombenoktaeder, die Abstumpfung seiner Seitenkanten (durch das erste zugehörige Paar), und die seiner beiderlei Endkanten (durch die Flächen des zweiten und dritten Paars), so mag der stumpfe Winkel des ersten Paars $= 2\alpha$, und der Zuschärfungswinkel des zweiten (d. h. die Neigung je zweier Flächen desselben in der Axe c) $= 2\beta$ gegeben sein, und es ist die Aufgabe, den Zuschärfungswinkel für das dritte Paar zu berechnen.

Es ist dann:
sin. α : cos. α = b : a
sin. β : cos. β = b : c
folglich:

$$\frac{\cos. \alpha}{\sin. \alpha} = \text{cotg. } \alpha = \frac{a}{b}; \quad \frac{\sin. \beta}{\cos. \beta} = \text{tg. } \beta = \frac{b}{c}$$

Der zu suchende Winkel sei $= 2\gamma$, so ist für γ

$$\sin. : \cos. = a : c,$$

folglich

$$\frac{\sin.\ \gamma}{\cos.\ \gamma} = \text{tg.}\ \gamma = \frac{a}{c}.$$

Mithin

$$\text{tg.}\ \gamma = \text{cotg.}\ \alpha\ .\ \text{tg.}\ \beta$$

$$\text{lg. tg.}\ \gamma = \text{lg. cotg.}\ \alpha + \text{lg. tg.}\ \beta.$$

Beispiel. Beim Topas ist der Prismenwinkel $2\alpha = 124^\circ 22'$; der Zuschärfungswinkel des zweiten Paars, $2\beta = 91^\circ\ 58'$, so ist

$$\alpha = 62^\circ\ 11';\ \beta = 45^\circ\ 59'.$$

Es ist also

$$\text{lg. tg.}\ \gamma = \text{lg. cotg.}\ 62^\circ\ 11' + \text{lg. tg.}\ 45^\circ\ 59'$$

$$\text{lg. cotg.}\ 62^\circ\ 11' = 9{,}7223147$$
$$\text{lg. tg.}\ 45^\circ\ 59' = 10{,}0149100$$
$$19{,}7372247 = 9{,}7372247$$

da $r = 1$ ist.

Aber $9{,}7372247 = \text{lg. tg.}\ 28^\circ\ 38'\ 10'',7$.

Die Fläche des dritten zugehörigen Paars ist folglich unter 28 38′ 10″,7 gegen die Axe c geneigt, und der doppelte Werth, 57° 16′ 21″,4 ist der Zuschärfungswinkel für die Flächen dieses Paars an der Axe c.

Wenn die Flächen eines Rhombenoktaeders mit der Axe c einen Winkel von 20° bilden, und dies das Hauptoktaeder a : b : c ist, zugleich aber seine Endecken zugespitzt werden durch die Flächen eines stumpferen Rhombenoktaeders, welche unter 62° gegen die Axe sich neigen, so ist daraus das Zeichen derselben zu berechnen.

Für die Neigung von a : b : c zur Axe c ist die Senkrechte auf Kante a : b zur Axe der Sinus, die Einheit von c der Cosinus; für die Neigung der Fläche $a : b : \frac{1}{m}c$ ist jene gleichfalls der Sinus, $\frac{1}{m}c$ der Cosinus. Nun ist

$$\text{lg. cos.}\ 20^\circ = 9{,}9729858$$
$$\text{lg. cos.}\ 62^\circ = 9{,}6716093$$
$$9{,}9729858 = \text{lg.}\ 9396900000$$
$$9{,}6716093 = \text{lg.}\ 4694700000.$$

Diese beiden Zahlen verhalten sich fast genau $= 1 : \frac{1}{2}$. Es ist also der cos. der Fläche $a : b : \frac{1}{m}c = \frac{1}{2}$, mithin ihr Zeichen $a : b : \frac{1}{2}c$, d. h. das Rhombenoktaeder ist das zweifach stumpfere.

Die nachfolgenden Formeln dienen zur Berechnung der gewöhnlichsten Fälle.

Zweigliedriges System.

Bei den zweigliedrigen Formen ist es die nächste Aufgabe, die Kantenwinkel des Rhombenoktaeders und seiner drei Paare, so wie das Axenverhältniss festzustellen. Die Messungen beziehen sich theils auf jenes, theils auf die Prismen.

Wir bezeichnen am Rhombenoktaeder mit

2 A die Neigung derFlächen in den stumpferen Endkanten (d. h. a : c).

2 B die Neigung in den schärferen Endkanten (d. h. b : c).

2 C die Neigung in den Seitenkanten (Seitenkantenwinkel).

α die Neigung der stumpferen Endkanten zur Axe c.

β die Neigung der schärferen Endkanten zur Axe c,

γ die Neigung der Seitenkanten zur Axe b.

Nicht selten kann man einzelne dieser Werthe nicht direkt messen. So z. B. in der Combination eines Rhombenoktaeders und seines ersten Paars misst man den Combinationswinkel = m, so ist $C = 90^\circ - m$. Der halbe stumpfe Seitenkantenwinkel n des ersten Paars ist immer $= 90^\circ - \gamma$; mithin $\gamma = 90^\circ - n$. So ist α immer = der halben Neigung der Flächen des dritten Paars über c, während β = der halben Neigung der Flächen des zweiten Paars über c ist.

Berechnung der Prismenwinkel aus den Oktaederwinkeln.

I. Gegeben: Die Neigung der (Oktaeder-) Flächen in den schärferen Endkanten = 2 B, und in den stumpferen = 2 A. Gesucht: Die Neigung der stumpferen Endkanten zur Axe c (der halbe Kantenwinkel des dritten Paars an c) = α.

$$\cos. \alpha = \frac{\cos. B}{\sin. A}$$

II. Gegeben: wie in I. B und A. Gesucht: die Neigung der schärferen Endkanten zur Axe c (d. h. der halbe Kantenwinkel des zweiten Paars an c) = β.

$$\cos. \beta = \frac{\cos. A}{\sin. B}$$

III. Gegeben: die Neigung der Flächen in den schärferen Endkanten = 2 B, und in den Seitenkanten = 2 C. Gesucht: die Neigung der Seitenkanten zur Axe b (d. h. der halbe Kantenwinkel des ersten Paars an b = γ.

$$\cos. \gamma = \frac{\cos. B}{\sin. C}$$

IV. Gegeben: wie in III. B und C. Gesucht die Neigung der schärferen Endkanten zur Axe c (der halbe Kantenwinkel des zweiten Paars) $= \beta$.

$$\sin. \beta = \frac{\cos. C}{\sin. B}$$

V. Gegeben: die Neigung der Flächen in den stumpferen Endkanten $= 2A$, und in den Seitenkanten $= 2C$. Gesucht: die Neigung der stumpferen Endkanten zur Axe c (d. h. der halbe Kantenwinkel des dritten Paars an c) $= \alpha$.

$$\sin. \alpha = \frac{\cos. C}{\sin. A}$$

VI. Gegeben: wie in V. A und C. Gesucht: die Neigung der Seitenkanten zur Axe b (d. h. der halbe Kantenwinkel des ersten Paars an b) $= \gamma$.

$$\sin. \gamma = \frac{\cos. A}{\sin. C}$$

Berechnung der Axen.

Die Axe b wird stets $= 1$ gesetzt,

$a = tg. \gamma$

$c = tg. (90^0 - \beta)$

Berechnung der Oktaederwinkel aus den Axen.

Mit den Axen sind die Winkel der zugehörigen Paare gegeben oder aus jenen leicht zu berechnen, d. h. 2α, 2β, 2γ.

VII. Gegeben: die Neigung der stumpferen Endkanten zur Axe c $= \alpha$, und die der schärferen $= \beta$. Gesucht: die Neigung der Flächen in den schärferen Endkanten $= 2B$.

$$cotg. B = cotg. \alpha \,.\, \sin. \beta$$

VIII. Gegeben: wie in VII. α und β. Gesucht: die Neigung der Flächen in den stumpferen Endkanten $= 2A$,

$$cotg. A = cotg. \beta \,.\, \sin. \alpha$$

IX. Gegeben: die Neigung der schärferen Endkanten zur Axe c $= \beta$, und die Neigung der Seitenkanten zur Axe b $= \gamma$. Gesucht: die Neigung der Flächen in den Seitenkanten $= 2C$.

$$tg. C = \frac{90^0 - tg. \beta}{\sin. \gamma}$$

Die Neigung der Oktaederflächen gegen die drei Axen ist leicht zu finden. Bezeichnet man die gegen a mit x, gegen b mit y, gegen c mit z, so ist:

$x = 90^\circ - B$
$y = 90^\circ - A$
$z = 90^\circ - C.$

Viergliedriges System.

Die Formeln für das Quadratoktaeder unterscheiden sich von den für das Rhombenoktaeder gegebenen nur deshalb, weil Axe $b = a$ wird.

Man misst entweder direkt den End- oder Seitenkantenwinkel, oder den Combinationswinkel von Oktaeder und Prisma oder vom Oktaeder und seinem ersten stumpferen.

Wir bezeichnen am Quadratoktaeder mit
2 A den Endkantenwinkel,
2 C den Seitenkantenwinkel,
α die Neigung der Endkanten zur Axe c (d. h. die Neigung der Flächen des ersten stumpferen zur Axe c).

Dann ist $90^\circ - C$ die Neigung der Flächen zur Axe c; ferner ist $90^\circ + C$ die Neigung der Oktaederfläche zur Fläche des Prismas; ferner ist $90^\circ + A$ die Neigung der Oktaederfläche zu der des ersten stumpferen.

I. Gegeben: der Seitenkantenwinkel = 2 C. Gesucht: der Endkantenwinkel = 2 A.

$$\cos. A = \cos 45^\circ \,.\, \sin. C$$

II. Gegeben: der Endkantenwinkel = 2 A. Gesucht: der Seitenkantenwinkel = 2 C.

$$\sin. C = \frac{\cos. A}{\cos. 45^\circ}$$

III. Gegeben: der Endkantenwinkel = 2 A. Gesucht: die Neigung der Endkanten: Axe c (d. h. die Neigung der Flächen des ersten stumpferen zu dieser Axe = α.

$$\cos. \alpha = \text{cotg. } A$$

IV. Gegeben: die Neigung der Endkanten zur Axe c (d. h. die Neigung der Flächen des ersten stumpferen zu dieser Axe) = α. Gesucht: der Endkantenwinkel = 2 A.

$$\text{cotg. } A = \cos. \alpha$$

V. Gegeben: der Seitenkantenwinkel = 2 C. Gesucht: die Neigung der Endkanten zur Axe c (d. h. der Flächen des ersten stumpferen) = α.

Man sucht nach I. den Werth von A, und verfährt nach III.

Berechnuug der Axen.

Setzt man $c = 1$, so ist $a = tg. \alpha$. Setzt man hingegen $a = 1$, so ist $c = tg. (90^0 - \alpha)$.

Reguläres System.

Einer Mittheilung von Formeln für die Berechnung der einfachen Formen bedarf es hier nicht. Man erinnere sich nur, dass dies System gleichsam ein viergliedriges ist, in welchem $c = a$ wird.

Beim Oktaeder ist für die Neigung der Kante zur Axe sin : cos. $= 1 : 1$ und $1 = tg. 45^0$.

Die Neigung der Oktaederflächen in den Kanten ergiebt sich aus Formel IV. des vorigen Systems

$$cotg. A = cos. 45^0,$$

wonach $2 A = 109^0 28' 16''$ ist.

Die Neigung der Oktaederfläche zur Axe ist $= 90^0 - \frac{109^0 28' 16''}{2} = 35^0 15' 52''$, so dass $70^0 31' 44''$ ($180^0 - 109^0 28' 16''$ = der Neigung zweier in einer Ecke gegenüberliegender Oktaederflächen (in den versteckten Kanten) oder der Tetraederwinkel ist.

Da das Granatoeder gleichsam das erste stumpfere des Oktaeders, und die Neigung seiner Flächen zur Axe gleich der der Oktaederkante, so ist auch für diese sin. : cos. $= 1 : 1 = tg. 45^0$, während für die Neigung der Flächen in den Kanten sin. : cos. $= \sqrt{3} : 1 = 120^0$ ist.

Sechsgliedriges System.

Die Seitenkanten des Dihexaeders sind $= a$ (d. h. eigentlich deren Hälften). Die Senkrechte vom Mittelpunkt auf die Seitenkante sei $= s$, so ist

$$s : a = \sqrt{3} : 2$$

$$s = \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$s^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$a^2 = \frac{4}{3} s^2$$

$$a = \frac{2s}{\sqrt{3}}.$$

Für die Neigung der Dihexaederfläche zur Axe c ist sin. : cos. = s : c; für die Neigung der Endkante aber = a : c. Es hat also die Endkante des Dihexaeders (d. h. die Fläche des ersten stumpferen die $\sqrt{\frac{4}{3}}$ fach schärfere Neigung gegen die Axe als die Fläche selbst.

Berechnung des Dihexaeders.

Wir bezeichnen am Dihexaeder mit:
2A den Endkantenwinkel,
2C den Seitenkantenwinkel,
α die Neigung der Endkante zur Axe c, oder die Neigung des ersten stumpferen zu dieser Axe.

I. Gegeben: der Seitenkantenwinkel = 2C. Gesucht: der Endkantenwinkel = 2A.

$$\cos. A = \frac{\sin. C}{2}.$$

II. Gegeben: der Endkantenwinkel = 2A. Gesucht: der Seitenkantenwinkel = 2C.

$$\sin. C = 2 \cos. A.$$

III. Gegeben: der Endkantenwinkel = 2A. Gesucht: die Neigung der Endkanten zur Axe c = α.

$$\cos. \alpha = \text{cotg. } A \,.\, \text{cotg. } 30^{\circ}.$$

IV. Gegeben: die Neigung der Endkanten zur Axe c = α. Gesucht: der Endkantenwinkel = 2A.

$$\text{cotg. } A = \cos. \alpha \,.\, \text{tg. } 30^{\circ}.$$

Berechnung des Rhomboeders.

Wir bezeichnen am Rhomboeder mit:
2A den Endkantenwinkel,
α die Neigung der Endkanten (d. h. der Flächen des ersten stumpferen) zur Axe c,
γ die Neigung der Flächen zur Axe c.

I. Gegeben: der Endkantenwinkel $= 2A$. Gesucht: die Neigung der Endkanten zur Axe $c = \alpha$.

$$\cos \alpha = \operatorname{cotg.} A \,.\, \operatorname{cotg.} 60^{0}.$$

II. Gegeben: der Endkantenwinkel $= 2A$. Gesucht: die Neigung der Flächen zur Axe $c = \gamma$.

$$\cos. \gamma = \frac{\cos. A}{\sin. 60^{0}}.$$

III. Gegeben: die Neigung der Endkanten zur Axe $c = \alpha$. Gesucht: der Endkantenwinkel $= 2A$.

$$\operatorname{cotg.} A = \cos. \alpha \,.\, \operatorname{tg.} 60^{0}.$$

IV. Gegeben: die Neigung der Flächen zur Axe $c = \gamma$. Gesucht: der Endkantenwinkel $= 2A$.

$$\cos. A = \cos. \gamma \,.\, \sin. 60^{0}.$$

Berechnung der Axen.

Für die Neigung von a : c ist beim Dihexaeder, wenn $c = 1$ gesetzt wird, $a = \operatorname{tg.} \alpha$.

Für das Rhomboeder berechnet man die Axen leicht, wenn man den Werth von α für das zugehörige Dihexaeder aufsucht.

Zwei- und eingliedriges System.

Die Berechnung der schiefwinkligen Axensysteme ist viel umständlicher als die der rechtwinkligen. Will man z. B. das als Grundform angenommene zwei- und eingliedrige Oktaeder einer Substanz berechnen, so setzt dies drei von einander unabhängige Winkelmessungen voraus. Vorzüglich bedarf es der Bestimmung des Neigungswinkels der Axen a und c, so wie der Winkel je zweier Axenebenen. Kann man die Neigung von $c : \infty a : \infty b$ gegen $a : \infty b : \infty c$ messen, so ist jene Axenneigung dadurch gefunden.

Wir bezeichnen an einem augitartigen Paar, welches dem spitzen Neigungswinkel der Axen a und c gegenüberliegt, (also dem hinteren oberen $a' : b : c$, oder dem vorderen unteren) mit:

X die Neigung der Fläche gegen die Axenebene ac,
Y die Neigung gegen die Ebene bc,
Z die Neigung gegen die Ebene ab,
μ die Neigung der Endkante a'c zur Axe c,
ν die Neigung der Endkante a'c zur Axe a',
ϱ die Neigung der Kante bc zur Axe c,
σ die Neigung der Kante a'b zur Axe a,
o den spitzen Neigungswinkel der Axen a und c.

Und für das augitartige Paar a : b : c, welches dem stumpfen Winkel 180° — o gegenüberliegt, setzen wir jene Werthe = X', Y', Z' μ' und ν'.

I. $\text{tg.}\,\mu = \frac{\text{a . sin. o}}{\text{c — a . cos . o}}$ $\quad$ $\text{tg.}\,\mu' = \frac{\text{a . sin. o}}{\text{a + c . cos. o}}$

II. $\text{tg.}\,\nu = \frac{\text{c . sin. o}}{\text{a — c . cos. o}}$ $\quad$ $\text{tg.}\,\nu' = \frac{\text{c . sin. o}}{\text{a + c . cos. o}}$

III. $\text{tg.}\,\varrho = \frac{\text{b}}{\text{c}}$ $\quad$ $\text{tg.}\,\sigma = \frac{\text{b}}{\text{a}}$

IV. $\text{tg. X} = \frac{\text{tg.}\,\sigma}{\text{sin.}\,\nu} = \frac{\text{tg.}\,\varrho}{\text{sin.}\,\mu}$ $\quad$ $\text{tg. X}' = \frac{\text{tg.}\,\sigma}{\text{sin.}\,\nu'} = \frac{\text{tg.}\,\varrho}{\text{sin.}\,\mu'}$

V. $\text{tg. Y} = \frac{\text{tg.}\,\mu}{\text{sin.}\,\varrho}$ $\quad$ $\text{tg. Y}' = \frac{\text{tg.}\,\mu'}{\text{sin.}\,\varrho}$

VI. $\text{tg. Z} = \frac{\text{tg.}\,\nu}{\text{sin.}\,\sigma}$ $\quad$ $\text{tg. Z}' = \frac{\text{tg.}\,\nu'}{\text{sin.}\,\sigma}$

Bezeichnen wir an der Combination beider Paare, d. h. dem Oktaeder, die Neigung der Flächen in den hinteren Endkanten (a' : c) mit A, in den vorderen mit B, in den Endkanten b : c mit C, und in den Seitenkanten mit D, so ist:

$$\text{A} = 2\text{X};\ \text{B} = 2\text{X}';\ \text{C} = \text{Y} + \text{Y}';\ \text{D} = \text{Z} + \text{Z}'.$$

Zur Berechnung des Winkels o dienen die Formeln:

$$\text{tg. o} = \frac{2\ .\ \text{sin.}\,\mu\ .\ \text{sin.}\,\mu'}{\text{sin.}\,(\mu - \mu')} = \frac{2\ .\ \text{sin.}\,\nu\ .\ \text{sin.}\,\nu'}{\text{sin.}\,(\nu - \nu')}.$$

Zur Berechnung der übrigen Winkel dienen:

$\text{cos.}\,\mu = \frac{\text{cos. Y}}{\text{sin. X}}$ $\quad$ $\text{cos.}\,\mu' = \frac{\text{cos. Y}'}{\text{sin. X}'}$

$\text{cos.}\,\nu = \frac{\text{cos. Z}}{\text{sin. X}}$ $\quad$ $\text{cos.}\,\nu' = \frac{\text{cos. Z}'}{\text{sin. X}'}$

$\text{cos.}\,\varrho = \frac{\text{cos. X}}{\text{sin. Y}} = \frac{\text{cos. X}'}{\text{sin. Y}'}$ $\quad$ $\text{cos.}\,\sigma = \frac{\text{cos. X}}{\text{sin. Z}} = \frac{\text{cos. X}'}{\text{sin. Z}'}.$

Ist der Winkel o bekannt, so ergeben sich μ, ν, μ', ν', da $\mu + \nu + \text{o} = 180°$; und $\mu' + \nu' = \text{o}$.

Ist o und sind die Winkel zweier Axenebenen bekannt, so sind die Axen leicht zu berechnen, wobei wieder b = 1 gesetzt wird.

Wenn zwei- und eingliedrige Krystalle nur von Flächen a : b : ∞c und c : ∞a : ∞b gebildet werden, so kann man nur den Winkel o und das Axenverhältniss a : b berechnen.

Dieser kurze Abriss der rechnenden Krystallographie genügt für die gewöhnlichsten Fälle. Ausführliche Belehrung findet man in:

Naumann, Lehrbuch der Krystallographie. Leipzig 1830.
Naumann, Anfangsgründe der Krystallographie. Dresden und Leipzig 1841.

Bildung der Krystalle.

Ein Krystall kann sich bilden, indem die Substanz in einer Flüssigkeit (gewöhnlich Wasser) aufgelöst war, und durch gewisse Umstände eine Abscheidung eines Theils derselben erfolgt. Häufig verdampft ein Theil des Lösungsmittels; es krystallisirt in Folge dessen eine gewisse Menge des Aufgelösten. Geschieht das Verdampfen sehr allmälig, so kann sich die ganze Menge von jenem in krystallinischer Form abscheiden. Zuweilen ist aber eine Verminderung des Lösungsmittels nicht nothwendig, sondern entweder bewirkt das Hinzukommen neuer Stoffe, oder die Entfernung anderer aus der Auflösung das Krystallisiren einer Substanz. Denn in der Natur dürfte der Fall sehr selten sein, dass nur eine Substanz in dem Lösungsmittel vorhanden wäre. Wenn z. B. eine Auflösung von Zucker in Kalkwasser Kohlensäure aufnimmt, so scheidet sich kohlensaurer Kalk in Krystallen aus. Wenn umgekehrt eine Auflösung von kohlensaurem Kalk in kohlensäurehaltigem Wasser die freie Kohlensäure verliert, so findet eine Absonderung des kohlensauren Kalks statt. Sehr häufig ist der Fall, dass der krystallisirende Stoff sich erst beim Zusammentreffen der Auflösung anderer aus diesen in Folge gegenseitiger Zerlegung bildet. Ist seine Löslichkeit oder die Menge des Lösungsmittels nicht sehr gross, so scheidet er sich ab. Der Chemiker erhält auf diese Art seine Niederschläge, welche, je langsamer sie entstehen, um so deutlicher die Krystallform der einzelnen Individuen, wenn auch oft nur mit Hülfe der Loupe oder des Mikroskops wahrnehmen lassen; nicht selten werden die einzelnen Krystalle aber auch schon für das Auge kenntlich (Beispiele am Gips, Alaun, phosphorsaurer Ammoniak-Talkerde u. s. w.). Bei der Bildung krystallisirter Mineralien aus wässerigen Lösungen scheint der Vorgang ganz derselbe zu sein, nur hat der langsame Verlauf des Prozesses dazu beigetragen, die Krystalle grösser zu machen. So scheint es, dass Kalkspathkrystalle sich bildeten, indem z. B. die Auflösungen von Gips und von kohlensaurem Alkali zusammentrafen. Die Krystalle des phosphorsauren Eisenoxyduls sind unstreitig aus der gegenseitigen Wirkung von löslichem Eisenoxydulsalz und von phosphorsaurem Alkali oder Kalk entstanden

Man findet viele krystallisirte Mineralien unter Verhältnissen, welche eine andere Bildung als die auf nassem Wege ausschliessen, indem entweder die umgebenden Massen offenbar bei Gegenwart von Wasser sich gebildet haben, oder die Substanz der Krystalle durch höhere Temperaturen eine Veränderung erleidet, so dass jene bei ihrer Bildung nicht geherrscht haben kann.

Dessen ungeachtet hat man oft behauptet, dass z. B. die Ausfüllung von Erzgängen auf einer Sublimation beruhe, d. h. dass die Mineralien in Dampfgestalt aus der Tiefe emporgestiegen seien. Die Chemie lehrt aber, dass Kalkspath, Spatheisenstein, zwei sehr gewöhnliche Begleiter der Erze auf Gängen, für sich ohne Zersetzung nicht erhitzt werden können, und noch weniger bei Gegenwart von Quarz (Kieselsäure) und anderen.

Wie ist es aber möglich, dass Kalkspath, Spatheisenstein, Quarz, Bleiglanz, Zinkblende, Kupferkies auf nassem Wege, d. h. aus Auflösungen, krystallisirt sind? Alle diese Verbindungen sind ja im Wasser unauflöslich.

Bei genauerer Beobachtung zeigt sich, dass absolute Unauflöslichkeit keinem Stoff zukommt, nur der Grad der Löslichkeit ist verschieden, denn selbst die unlöslichsten aller bekannten Verbindungen, wie z. B. Chlorsilber und schwefelsaurer Baryt, können nicht mehr aus Flüssigkeiten gefällt werden, sobald die Verdünnung eine gewisse Grenze überschreitet. Vor Allem aber darf man sich nicht vorstellen, dass die auf nassem Wege krystallisirten Mineralien schon fertig gebildet in dem Lösungsmittel vorhanden waren; sie haben sich gewiss in der Mehrzahl der Fälle ebenso, nur langsamer gebildet, wie die Niederschläge, indem die Auflösung eines Stoffs mit einem anderen in Berührung kam, wodurch eine neue Verbindung, schwerlöslicher als die vorhandenen, sich bilden konnte. Auch bei chemischen Versuchen setzt zuweilen eine Flüssigkeit Krystalle ab, welche man durch Erhitzen des Ganzen nicht wieder aufzulösen vermag.

Dass Substanzen, wie schwefelsaurer Baryt und Kieselsäure, welche für gewöhnlich, obwohl mit Unrecht, als unlöslich betrachtet werden, dennoch aus wässerigen Auflösungen krystallisiren können, beweisen die natürlichen Schwerspath- und Quarzkrystalle, welche zuweilen in Höhlungen eine wässerige Flüssigkeit eingeschlossen enthalten.

Obwohl die Umstände, unter denen die Bildung der natürlichen Krystalle erfolgte, der Beobachtung unzugänglich sind, so sind sie doch ohne Zweifel denjenigen analog, unter welchen wir künstlich so viele Körper krystallisiren lassen, wie auch die Entstehung noch fortdauernder Bildungen im Mineralreich beweist.

Ausser der Krystallisation auf nassem Wege ist aber noch eine auf trocknem Wege möglich. Wenn ein Körper aus dem geschmolzenen Zustande in den festen übergeht, oder wenn er gas- oder dampfförmig war, und seine Dämpfe sich verdichten, so nimmt er unter günstigen Bedingungen Krystallform an. Durch Schmelzen von Schwefel, Metallen, Schwefelmetallen und ruhiges Abkühlen kann man diese Körper und noch viele andere in Krystallen erhalten. Die Dämpfe von Jod, Chlorquecksilber, Salmiak etc. verdichten sich zu deutlichen Krystallen; dieser

Vorgang ist eine Sublimation. Viele Mineralien sind unstreitig auf beiderlei Art entstanden. Indem wir sehen, dass geschmolzene, feurigflüssige Lava nach dem Erkalten Krystalle von Feldspath, Augit oder Hornblende etc. zeigt, schliessen wir, dass auch ältere Gesteine einstmals geschmolzen waren, und dass Feldspath, Augit, Hornblende, Olivin, die wir darin antreffen, durch Abkühlung krystallisirt sind. Eine grosse Stütze erhält diese Vermuthung durch chemische Versuche, welche bewiesen haben, dass die Bestandtheile des Augits, des Olivins etc., in dem richtigen Verhältniss zusammengeschmolzen, beim Abkühlen Krystalle liefern, die in Form und Zusammensetzung mit den natürlichen übereinstimmen. Sehr wichtig ist in dieser Hinsicht die Kenntniss der bei metallurgischen Schmelzprozessen entstehenden Produkte, insbesondere der Schlacken und Steine, die zum Theil krystallisirt sind, und oft die Natur gewisser Mineralien haben. Sehr strengflüssige Körper, welche für sich unschmelzbar erscheinen, können mittelst eines flüchtigen Flussmittels geschmolzen gewesen sein, denn Ebelmen hat gezeigt, dass, wenn man die Bestandtheile des Spinells, Pleonasts, Chromeisens etc. mit Borsäure schmilzt, diese Verbindungen in der Form und mit allen Eigenschaften der natürlichen erhalten werden können.

Durch Sublimation können krystallisirte Körper entstehen, welche an und für sich dennoch nicht oder kaum flüchtig sind. Auch in diesem Falle sind sie nicht direkt in Dampfform vorhanden gewesen, sondern, wie die meisten Bildungen auf nassem Wege, in Folge einer chemischen Zersetzung erst gebildet worden. Eisenoxyd (Eisenglanz), Zinnoxyd (Zinnstein), Titansäure (Rutil) finden sich unter Verhältnissen, die eine Sublimation bei ihrer Bildung wahrscheinlich machen (Eisenglanz im Krater von Vulkanen, in Töpferöfen); und dennoch sind diese Körper nach unserer Erfahrung nicht flüchtig. Wenn aber die Dämpfe von Eisenchlorid, Zinnchlorid, Titanchlorid mit Wasserdämpfen in der Glühhitze in Berührung kommen, so bilden sich Sublimate jener Oxyde in Krystallen, welche die Eigenschaften der natürlichen besitzen, so dass man schliessen darf, es haben bei deren Bildung ähnliche Verhältnisse stattgefunden.

Es scheint selbst, als ob ein Körper ohne Veränderung des festen Zustandes krystallisiren könne. So weiss man, dass Eisen und Stahl durch fortgesetzte Erschütterung oder gelindes Glühen krystallinisch werden; dass die amorphen Massen des Zuckers und der arsenigen Säure nach und nach in den krystallinischen Zustand übergehen, und es liegt die Vermuthung nicht fern, dass in früheren Perioden der Erde grosse Massen, vielleicht unterstützt durch lange dauernde Erhitzung, krystallinisch wurden, oder einzelne Theile selbst krystallisirten.

Die allmälige Vergrösserung eines Krystalls erfolgt durch Ansatz neuer Masse auf seiner Oberfläche. Wir sehen eine Sub-

stanz bald in einfachen Formen, bald in Combinationen anschiessen, und bemerken leicht, dass äussere Umstände darauf Einfluss haben, obgleich es noch nicht gelungen ist, diesen Einfluss speciell für einzelne Fälle nachzuweisen. Die Beschaffenheit, die Temperatur und die Concentration des Lösungsmittels sind jedenfalls von Bedeutung. So weiss man, dass künstliche Krystalle einfacher ausfallen, wenn in dem Lösungsmittel eine fremde Substanz (Thon) vertheilt ist, und es ist bekannt, dass gerade diejenigen Quarzkrystalle am regelmässigsten ausgebildet sind, welche grössere Mengen Chlorit oder Eisenglanz in ihrer Masse einschliessen, dass die Schwefelkieskrystalle aus dem Mergel oft die einfache Form des Würfels zeigen. Kochsalz krystallisirt aus reinem Wasser in Würfeln; enthält das Wasser aber Borsäure, so treten die Granatoederflächen hinzu. Versuche über diesen Gegenstand können hier noch viel Licht verbreiten.

Indem die Masse eines Krystalls bei seinem Fortwachsen durch unendlich dünne Schichten vergrössert wird, welche die krystallinischen Richtungen (Spaltungsflächen) fortsetzen, verwachsen diese Schichten so innig mit der früheren Masse, dass sie nur selten wahrzunehmen sind. Dies scheint nur dann der Fall zu sein, wenn ein fremder Stoff, vielleicht nur in unendlich geringer Menge, sich auf die Flächen des in Bildung begriffenen Krystalls angesetzt hatte. Es entsteht dann die schalige Absonderung (Vesuvian, Epidot, Wolfram, Quarz). Ja man bemerkt sogar zuweilen das ältere Individuum in der später gebildeten Masse (sogenannter Kappquarz).

Wenn die Bedingungen, welche die Bildung gewisser Flächen zur Folge haben, während des Fortwachsens sich ändern, so lässt sich zuweilen ein Kern und eine Hülle, beide von verschiedener Form, unterscheiden. (Quarzkrystalle von Zinnwald, deren Kern die Trapezflächen hat. Schwerspathkrystalle von Annaberg, deren Kern braun und deren Hülle gelb ist; letztere hat aber die Abstumpfungsflächen der Ecken in der Richtung der anstossenden Flächen überzogen. Grüne Flussspathoktaeder von demselben Fundort, in Combination mit dem Granatoeder; auf den Ecken und den drusigen Oktaederflächen sind kleine blaue Flussspathwürfel aufgewachsen. In Krystallen von Kalkspath ist zuweilen der Kern blassblau, die äussere Masse weiss; letztere erscheint als Combination des ersten stumpferen Rhomboeders und des ersten Prismas, während der Kern das Hauptrhomboeder zeigt u. s. w.).

So wie es bei künstlichen Krystallisationen oft geschieht, so haben sich häufig auch natürliche Krystalle in Flüssigkeiten gebildet, welche noch andere Verbindungen aufgelöst enthielten. In allen solchen Fällen sind die Krystalle nicht vollkommen rein, sondern enthalten grössere oder geringere Mengen jener fremden Stoffe, aber sie sind, erfahrungsmässig, um so reiner, je kleiner

sie sind. Selbst durchsichtige Krystalle können fremde Beimengungen enthalten, die nur in dem Fall sichtbar werden, wenn sie gefärbt sind. Deshalb findet man auch oft in den besten Mineralkrystallen fremdartige Einschlüsse, die oft selbst wieder krystallisirt sind. (Rutil, Chlorit, Eisenglanz in Quarz; Apophyllitkrystalle in der Mitte von Analcimkrystallen, Eisenglanz in Schwefelkies u. s. w.)

Unregelmässige äussere Formen.

Wenn grössere Massen Krystalle bilden, und die einzelnen Individuen sich in der Ausbildung stören, oder die Formen nicht deutlich ausgeprägt sind, so entstehen mannigfache Aggregate, wohin die nadelförmigen, strahligen, faserigen, kugeligen, die dendritischen, haarförmigen Massen gehören. Die körnige, stängelige und schalige Textur ist nur eine Folge davon, dass die einzelnen Individuen nach einer oder mehreren Richtungen vorzugsweise ausgedehnt sind, wobei von äusseren Krystallflächen oft nichts mehr zu bemerken ist. Derbe Massen zeigen gar keine äussere bestimmte Form; sie können deshalb sowohl beim krystallinischen als auch beim amorphen Zustande vorkommen. Als eingesprengt und angeflogen bezeichnet man kleine Theilchen einer Substanz, die in oder auf anderen sich finden. Erdig nennt man die Masse eines Minerals, deren Theilchen keinen festen Zusammenhang haben.

Die Pseudomorphosen.

Die Erfahrung hat gelehrt, dass es Krystalle giebt, deren Form einem Mineral, deren Masse aber ihrer Natur nach einem anderen angehört. So findet man Rhomboeder und Drei- und Dreikantner des Kalkspaths, aber nicht aus Kalkspath, sondern aus Quarz bestehend. Würfel von Schwefelkies aus Brauneisenstein, reguläre Oktaeder des Rothkupfererzes aus Malachit, Quarzkrystalle aus Specksteinmasse u. s. w.

In allen solchen Fällen haben die Krystalle der ursprünglichen Substanz eine Veränderung erlitten; diese ist mit Beibehaltung ihrer Form in eine andere umgewandelt worden, und die so erscheinenden Krystalle, deren äussere Gestalt der Masse nicht zukommt, heissen Pseudomorphosen.

Soweit sich aus der Form die Natur der ursprünglichen Substanz ergiebt, zerfallen sämmtliche Pseudomorphosen in zwei Abtheilungen: 1) solche, deren Masse mit der ursprünglichen

einen oder mehrere Bestandtheile gemein hat; und 2) solche, wo dies nicht der Fall ist.

Was die erste Abtheilung betrifft, so kann die Substanz der Pseudomorphose entweder mehr oder weniger Bestandtheile als die ursprüngliche enthalten. Enthält sie deren mehr, so sind offenbar bei dem Umwandlungsprozesse Bestandtheile hinzugetreten. Z. B. wenn Gips in der Form des Anhydrits, Bleivitriol in der des Bleiglanzes, Eisenoxyd in der des Magneteisens, Malachit in der des Rothkupfererzes vorkommen, sind Wasser, Sauerstoff und Kohlensäure aufgenommen worden. Enthält aber die Pseudomorphose weniger Bestandtheile als die ursprüngliche Substanz, so sind deren abgeschieden worden. Z. B. wenn Eisenoxyd in der Form des Brauneisensteins, Kalkspath in der des Gay-Lussits, Silberglanz in der des Rothgültigerzes auftreten, sind Wasser, kohlensaures Natron, Schwefelantimon fortgenommen worden.

Eine besondere Unterabtheilung bilden aber jene zahlreichen Pseudomorphosen, bei deren Bildung offenbar gewisse Bestandtheile der ursprünglichen Substanz fortgenommen, dafür aber neue hinzugetreten sind. So findet sich Kalkspath in der Form von Gips, Kaolin in der des Feldspaths, Speckstein in der des Spinells, Brauneisenstein in der des Schwefelkieses. Hier ist Schwefelsäure gegen Kohlensäure, Kali (und ein Theil Kieselsäure) gegen Wasser, Thonerde gegen Kieselsäure, Schwefel gegen Sauerstoff und Wasser gleichsam ausgetauscht worden.

Die zweite Abtheilung der Pseudomorphosen sind diejenigen, wo die ursprüngliche Substanz, deren Form sich erhalten hat, ganz andere Bestandtheile enthielt (abgesehen von dem Sauerstoff in Verbindung zweiter oder höherer Ordnung), als diejenige, welche jetzt die Form ausfüllt. Man hat diese Fälle Verdrängungspseudomorphosen genannt. So findet sich Gips in der Form von Steinsalz, Quarz nach Flussspath, Manganit nach Kalkspath, Zinnstein nach Feldspath u. s. w.

Oft ist die Umwandlung einer Substanz nicht vollendet, es sind noch Theile der ursprünglichen Masse vorhanden. So findet man Turmalinkrystalle, an dem einen Ende in Glimmer verwandelt, Feldspath theilweise in Kaolin, Cordierit theilweise in Aspasiolith u. s. w.

Durch das äussere Ansehen verrathen sich die meisten pseudomorphischen Krystalle als solche, indem die Flächen matt oder rauh, die Kanten und Ecken oft nicht mehr scharf sind. Der Zusammenhang der Masse ist minder gross, sie ist weich und undurchsichtig; der Bruch ist erdig; die Spaltungsflächen fehlen. Oft sind die Krystalle hohl, weil es an Masse zu ihrer Ausfüllung fehlte; ihr Aeusseres ist wie zerfressen. Allein diese Kennzeichen können auch fehlen. So hat der in Datolithform gefundene Quarz, der sogenannte Haytorit, Glanz und Durchsichtig-

keit beibehalten; der Vivianit, ursprünglich farbloses Eisenoxydulphosphat, wird zu blauem Oxydoxydulsalz, behält aber Durchsichtigkeit und Spaltbarkeit vollkommen bei.

Die Bildung der Pseudomorphosen ist ein chemischer Prozess, dessen Details sich freilich oft schwer errathen lassen. Er hat in den meisten Fällen unstreitig unter Mitwirkung von Wasser stattgefunden, und läuft im Allgemeinen darauf hinaus, dass eine krystallisirte schwerlösliche Verbindung mit der Auflösung anderer Körper in Wechselwirkung getreten ist; jene wurde zum Fällungsmittel für andere. Pseudomorphosen durch Verlust von Bestandtheilen können entstehen, wenn auf eine Verbindung zweier Stoffe ein dritter wirkt, welcher einen Bestandtheil derselben aufnimmt, wie dies dem Gesetz der einfachen Wahlverwandschaft gemäss ist. Wenn z. B. auf kieselsauren Kalk kohlensäurehaltiges Wasser trifft, so wird sich kohlensaurer Kalk bilden, der durch das Wasser aufgelöst und fortgeführt wird, während Kieselsäure zurückbleibt. Bildete der kieselsaure Kalk Krystalle, so kann es geschehen, dass diese, indem die Zersetzung sehr langsam von Theilchen zu Theilchen fortschreitet, sich erhalten, und das Resultat wird eine Pseudomorphose sein, d. h. Kieselsäure in der Form von kieselsaurem Kalk; mithin eine solche, wo ein Verlust von Bestandtheilen stattgefunden hat.

Die Bildung dieser Pseudomorphosen kann aber auch in einzelnen Fällen eine Folge von Verflüchtigung eines Stoffes, z. B. des Wassers, durch höhere Temperatur sein. (Rotheisenstein nach Brauneisenstein.)

Die Pseudomorphosen, bei denen ein oder mehrere Bestandtheile hinzugetreten sind, stellen sich offenbar als Oxydationsprozesse, Hydratbildungen dar, welche auch künstlich leicht zu wiederholen sind, und die entweder auf trocknem oder auf nassem Wege erfolgen, wobei Wasser, Sauerstoff und Kohlensäure der Luft ihre Wirkung äussern. Beispiele sind häufig.

Die Pseudomorphosen, bei denen ein Austausch von Bestandtheilen stattgefunden hat, lassen sich als das Resultat der Wechselzerlegung zweier Verbindungen in Folge doppelter Wahlverwandschaft erklären. Man findet z B. Kalkspath in der Form des Gipses. Waren die ursprünglichen Gipskrystalle lange Zeit hindurch mit einem Wasser in Berührung gekommen, welches kohlensaures Natron enthielt, so musste dieses einen Angriff auf die Theilchen des Gipses ausüben, sie nach und nach in kohlensauren Kalk verwandeln, wobei ihre Form sich erhielt, während das Wasser schwefelsaures Natron fortführte.

Die Entstehung der sogenannten Verdrängungspseudomorphosen, bei welchen die ursprüngliche Substanz gar nicht mehr vorhanden ist, ist zwar für einzelne Fälle nicht so unzweifelhaft nachzuweisen, findet jedoch gleichfalls in sehr gewöhnlichen chemischen Zersetzungserscheinungen ihre Erklärung.

Wenn eine Auflösung von Eisenchlorid mit kohlensaurem Kalk in Berührung kommt, so schlägt sich Eisenoxyd nieder, während sich Chlorcalcium bildet. Findet man nun Rhomboeder, welche unzweifelhaft einstmals Kalkspath waren, aus Brauneisenstein bestehend, so lässt sich die Pseudomorphose erklären, indem Gewässer, welche kohlensaures Eisenoxydul vermittelst freier Kohlensäure aufgelöst enthielten, bei Gegenwart von Sauerstoff (Luft) lange Zeit auf Kalkspathkrystalle einwirkten; das Eisenoxydul wurde Oxydhydrat, und der kohlensaure Kalk fand in dem kohlensäurehaltigen Wasser ein Lösungsmittel, welches ihn allmälig fortführte. Die einst dem Flussspath angehörigen Würfel, welche jetzt von Quarzmasse erfüllt sind, lassen sich so erklären, dass über Flussspathkrystalle Wasser floss, welches kieselsaures und kohlensaures Natron enthielt; es musste sich Fluornatrium neben kieselsaurem Kalk bilden; letzterer wurde durch das kohlensaure Natron zersetzt, kohlensaurer Kalk aufgelöst und fortgeführt, und Kieselsäure blieb in der Form des Flussspaths zurück. Allerdings sind in vielen Fällen die Erklärungen schwierig, ja oft nicht möglich, weil es noch an Versuchen fehlt, diese Vorgänge künstlich nachzuahmen.

Indessen sind durch die Bemühungen von Chemikern schon viele Fälle künstlicher Pseudomorphosenbildung auf trocknem und nassem Wege bekannt geworden, welche die Vorgänge im Mineralreiche erläutern.

Wenn man z. B. Schwefelwasserstoffgas bei einer zwischen 100° und der Glühhitze liegenden Temperatur fortdauernd über Krystalle von Eisenoxyd, Eisenoxydhydrat oder kohlensaurem Eisenoxydul leitet, so erhält man das Bisulfuret (Schwefelkies) in der Form von Eisenglanz, Braun- oder Spatheisenstein.

Krystalle von Metallsalzen, in Ammoniakgas erhitzt, liefern bestimmte Verbindungen, wobei die Form oft unverändert bleibt.

Lässt man Gipskrystalle wochenlang in der Auflösung von kohlensaurem Natron bei 50°, so verwandeln sie sich in Kalkspath.

Kalkspath, mit verdünnten Auflösungen von schwefelsaurem Eisenoxydul und Luft in Berührung, verwandelt sich an der Oberfläche mit Beibehaltung der Form, in Eisenoxydhydrat, und es ist denkbar, dass in sehr langer Zeit die Umwandlung die ganze Masse ergreifen werde.

Man findet Silberglanz (Schwefelsilber) in der Form von Rothgültigerz (Schwefelantimonsilber). Diese Umwandlung lässt sich in Zeit von einigen Stunden nachweisen, wenn man Krystalle von Rothgültigerz in die Auflösung von Schwefelalkalien bringt, welche das Schwefelantimon ausziehen.

Die in der Regel bei den Pseudomorphosen des Mineralreiches so ausgezeichnete Erhaltung der Form beweist, dass die Umwandlungsprozesse mit grosser Ruhe, innerhalb langer Zeiträume, und vermittelst sehr verdünnter Auflösungen von statten

gegangen sind, und dass hohe Temperaturen keinen Antheil daran gehabt haben können.

Dieselben Zersetzungsprozesse, welche die Pseudomorphosen hervorbringen, sind so allgemein verbreitet, dass viele auch nicht krystallisirte Mineralien dadurch in ihrer Natur verändert wurden. Ist diese Veränderung so weit fortgeschritten, dass sie die ganze Masse gleichmässig umgewandelt hat, so kann es den Anschein gewinnen, als habe man es mit einem neuen selbstständigen Mineral zu thun, und in der That sind manche angeblich neue Mineralien nichts als Zersetzungs- oder Umwandlungsprodukte anderer. Hat aber die Umwandlung erst begonnen, und lässt sie sich durch äussere Merkmale nicht sogleich wahrnehmen, so muss die chemische Zusammensetzung von der dem Mineral in seinem unveränderten Zustande eigenthümlichen mehr oder weniger abweichen. Hieraus entspringt ein grosser Theil der Differenzen in den analytischen Resultaten, und in Folge dessen eine Unsicherheit in Betreff der wahren Zusammensetzung, so dass diese letztere nur an frischen, durchaus unveränderten Exemplaren bestimmt werden kann.

Die wichtigsten Schriften über diesen Gegenstand sind:

Blum, die Pseudomorphosen des Mineralreiches. Stuttgart 1843. Nachtrag dazu. 1847.

Bischof, Lehrbuch der physikalischen und chemischen Geologie. Bonn 1847—51.

II. KRYSTALLOPHYSIK.

Spaltbarkeit.

Fast alle krystallisirte und krystallinische Substanzen zeigen, wie dies schon früher erwähnt wurde, nach gewissen Richtungen merkliche Unterschiede der Cohäsion, indem sie sich nach denselben mehr oder minder leicht zerschlagen oder spalten lassen, so dass glatte Bruchflächen entstehen. Diese Eigenschaft heisst Spaltbarkeit (blättriger Bruch, Blätterdurchgang); die einzelnen Stücke sind Spaltungsstücke.

Die Spaltungsrichtungen sind einer oder mehreren äusseren Krystallflächen genau parallel, und deshalb eine stetige Wiederholung derselben in der Masse des Krystalls. Theoretisch sollte parallel jeder Krystallfläche auch Spaltbarkeit vorhanden sein, da aber diese sehr verschiedene Grade der Deutlichkeit zeigt, so scheint es, als sei letztere in vielen Richtungen oft so gering, dass sie für die sinnliche Wahrnehmung verschwindet. Der innige Zusammenhang zwischen Begrenzungs- und Spaltungsflächen wird aber dadurch erwiesen, dass allen gleichwerthigen Flächen auch gleiche Spaltbarkeit entspricht.

Dies gilt jedoch nur für eine und dieselbe Substanz. Denn es spaltet z. B. der Würfel des Bleiglanzes am deutlichsten nach den Würfelflächen, der des Flussspaths nach den Oktaederflächen.

Die Spaltbarkeit ist für die Erkennung der Formen von grosser Wichtigkeit, besonders wenn diese unsymmetrisch ausgebildet sind. Ist ein rechtwinklig vierseitiges Prisma parallel seinen Flächen, also in drei aufeinander senkrechten Richtungen, gleich vollkommen spaltbar, so ist es ein Würfel. Ist es in gleicher Weise in zwei Richtungen gleich vollkommen, in der dritten aber besser oder weniger oder gar nicht, oder ist nur in einer Richtung Spaltbarkeit vorhanden, so ist es ein quadrati-

sches (viergliedriges) Prisma. Ist der Grad der Spaltbarkeit in allen drei Richtungen ungleich, so ist es ein rektanguläres (zweigliedriges) Prisma. Dasselbe gilt für die übrigen Hexaide. Bei dreifacher gleicher Spaltbarkeit hat man es mit einem Rhomboeder zu thun, wenn auch die Flächen keine Rhomben, sondern Rhomboide sind. Bei zweifacher gleicher Spaltbarkeit ist es ein zwei- und eingliedriges, bei verschiedener Spaltbarkeit in allen drei Richtungen ein eingliedriges Hexaid.

Es ist leicht einzusehen, dass kein Krystall des regulären Systems nur eine oder zwei Spaltungsrichtungen haben kann.

Die Spaltbarkeit wird durch mechanische Mittel (Zerschlagen, Spalten) erforscht, und findet sich an Krystallen häufig durch Sprünge, abgestossene Theile angedeutet.

Zuweilen sind Varietäten derselben Substanz in Hinsicht auf Spaltbarkeit verschieden.

Die verschiedenen Arten der Spaltbarkeit sind nun folgende:

I. Eine Spaltungsrichtung.

Besonders im viergliedrigen und sechsgliedrigen System, parallel der Endfläche. Glimmer, Apophyllit.

II. Zwei Spaltungsrichtungen:

1) rechtwinklig:
   a) gleich vollkommen. Im viergliedrigen System parallel den Flächen $a : b : \infty c$ oder $a : \infty b : \infty c$. Rutil, Skapolith, Zirkon.
   b) ungleich. Im zwei- und eingliedrigen System parallel $a : c : \infty b$ und $b : \infty a : \infty c$. Feldspath; jener entspricht die vollkommnenere Spaltungsrichtung. Auch im zweigliedrigen System parallel zweien Hexaidflächenpaaren.
2) schiefwinklig:
   a) gleich. Im zwei- und eingliedrigen System nach den Flächen eines Prismas oder augitartigen Paars. Hornblende. Auch im zweigliedrigen System parallel den Flächen eines zugehörigen Paars.
   b) ungleich. Im eingliedrigen System. Cyanit. Im zwei- und eingliedrigen System, parallel zwei schiefen Endflächen. Epidot.

III. Drei Spaltungsrichtungen:

1) sämmtlich rechtwinklig:
   a) sämmtlich gleich, Würfelstruktur. Am Würfel. Bleiglanz, Steinsalz.
   b) sämmtlich verschieden. Im zweigliedrigen System parallel den drei Hexaidflächenpaaren. Anhydrit.
2) zwei rechtwinklig, eine schiefwinklig. Im zwei- und eingliedrigen System parallel einer schiefen Endfläche, den Flächen $b : \infty a : \infty c$ und $a : \infty b : \infty c$.

3) **zwei schiefwinklig, die dritte rechtwinklig gegen beide.**

a) die beiden schiefwinkligen gleich. Im zweigliedrigen System parallel den Flächen eines zugehörigen Paars und einer Hexaidfläche. Schwerspath.

b) die beiden schiefwinkligen unter sich verschieden. Im zwei- und eingliedrigen System, parallel zwei schiefen Endflächen und der Fläche $b : \infty a : \infty c$, oder parallel dieser, einer schiefen Endfläche und der Fläche $a : \infty b : \infty c$. Gips.

4) **sämmtlich schiefwinklig:**

a) sämmtlich gleich:

α) sich in parallelen Kanten schneidend. Im sechsgliedrigen System parallel den Flächen der sechsseitigen Prismen.

β) sich nicht in parallelen Kanten schneidend. In demselben System am Rhomboeder. Kalkspath, Spatheisenstein.

b) zwei gleich, von der dritten gegen jene gleich geneigten verschieden. Im zweigliedrigen und zwei- und eingliedrigen System parallel den Flächen der rhombischen Prismen und der Abstumpfung einer der Seitenkanten; oder jener und einer der schiefen Endflächen in letzterem System.

c) sämmtlich verschieden. Im eingliedrigen System.

IV. Vier Spaltungsrichtungen:

1) **gleich.**

Im regulären, im viergliedrigen und zweigliedrigen System rallel den Oktaederflächen. Flussspath, Zirkon, Schwefel.

2) **Ungleich.**

a) je zwei gleich.

α) Mit parallelen Kanten. Im viergliedrigen System die beiden quadratischen Prismen. Rutil.

β) Mit nicht parallelen Kanten. Im zweigliedrigen System zwei zugehörige Paare. Im zwei- und eingliedrigen System zwei Flächen der horizontalen Zone und ein augitartiges Paar oder zwei der letzteren.

b) Zwei gleich, die beiden anderen verschieden. Im zwei- und eingliedrigen System zwei Flächen der horizontalen Zone und zwei schiefe Endflächen. Epidot. Oder jene, und je zwei Hexaidflächen.

c) drei gleich, die vierte verschieden.

α) Jene in parallelen Kanten sich schneidend. Im sechsgliedrigen System parallel den Flächen eines sechsseitigen Prismas und der Endfläche. Beryll, Apatit.

d) sämmtlich ungleich:

α) in parallelen Kanten sich schneidend. Im einglie-

drigen System ein zugehöriges Paar und zwei Hexaidflächen;

β) nicht in parallelen Kanten sich schneidend. In demselben System parallel den Flächen des Oktaids.

V. Sechs Spaltungsrichtungen.

Sämmtlich gleich. Parallel den Flächen des Granatoeders, Blende; oder eines Dihexaeders, Quarz; eines Pyritoeders oder eines Drei- und Dreikantners.

Für die Kenntniss der Combinationen ist die Lage der Spaltungsflächen oft von dem grössten Nutzen. So wird man sich an einem complicirten Kalkspathkrystall leicht orientiren, wenn man die Lage der dem Hauptrhomboeder entsprechenden Spaltungsflächen wahrnimmt. Dasselbe ist der Fall bei undeutlich krystallisirten Körpern (Feldspath, Hornblende, Augit in Gesteinen), überhaupt für die Unterscheidung ähnlicher Substanzen, wenn sie derb oder undeutlich krystallisirt vorkommen (die verschiedenen Feldspäthe, Augit und Hornblende).

Cohäsion.

Der Grad der Festigkeit oder der Cohäsion ist bei den krystallinischen und den amorphen Körpern ein sehr verschiedener. und äussert sich vorzugsweise in ihrer Härte. Der Grad der Härte lässt sich jedoch nur relativ angeben, und wird dadurch ermittelt, dass man die zu prüfende Substanz auf einer Krystall- oder Spaltungsfläche mit der scharfen Kante einer anderen zu ritzen versucht. Bisher hat man Härtebestimmungen fast nur an Mineralien gemacht, bei künstlichen Krystallen aber fast immer vernachlässigt, daher das Folgende sich hauptsächlich auf jene bezieht. Indem man nun gewisse Mineralien, welche die hauptsächlichsten Härtegrade darstellen, so ordnet, dass man mit dem weichsten beginnt, und mit dem härtesten schliesst, wird es leicht, die Härte eines zu prüfenden Mininerals mit derjenigen eines dieser Typen zu vergleichen, und anzugeben, welchem sie gleichkommt, oder zwischen welche sie fällt. Als eine solche Härteskale hat man fast allgemein folgende gewählt:

1) Talk,
2) Gips,
3) Kalkspath,
4) Flussspath,
5) Apatit,
6) Feldspath,
7) Quarz,
8) Topas,
9) Korund,
10) Diamant.

Doch ist der Abstand zwischen den einzelnen Gliedern nicht gleich. Man giebt die Härte eines Minerals der Kürze halber gewöhnlich durch die Zahl an, welche dem gleichharten in der Skale zukommt, dazwischenliegende Grade durch die beiden nächsten Zahlen. Z. B. Spinell = 8; Leucit 5—6, heisst: jener hat die Härte des Topases, dieser ist härter als Apatit, weicher als Feldspath.

Die Angaben über die Härte eines Minerals haben nur einen sehr allgemeinen Werth, da nur gleichwerthige Flächen und diese auch nur in gleichen Richtungen gleiche Härte besitzen. So z B. sind am Flussspath die Würfelflächen härter als die Oktaederflächen, beim Kalkspath die Prismenflächen härter als die des Hauptrhomboeders. An dem unregelmässig sechsseitigen Prisma des Cyanits zeigt die eine Fläche (Hauptspaltungsfläche) die geringste Härte, die zweite gegen jene unter 106° geneigte ist härter, und die dritte besitzt die Härte des Quarzes. Die den vollkommensten Spaltungsrichtungen parallelen Flächen scheinen die geringste Härte zu haben. Anch zeigen sich Unterschiede, je nachdem man eine Fläche parallel ihren Kanten oder in der Richtung der Diagonalen ritzt.

Wenn ein Mineral sehr häufig schon in einem veränderten Zustande sich findet, so ist natürlich die Härte dann geringer. (Andalusitvarietäten zeigen Apatit- und Quarzhärte.) Deshalb dürfen zur Prüfung nur möglichst unveränderte Exemplare benutzt werden.

Neuerlich hat Franz mittelst eines eigenen Instruments die Härte genauer zu bestimmen versucht, und gefunden, dass die Ursache ihrer Verschiedenheit auf einer und derselben Krystallfläche durch die Spaltungsrichtungen bedingt wird, und dass die grösste Härte in der den letzteren parallelen Richtung, die geringste aber in derjenigen stattfindet, welche auf der Spaltungsrichtung senkrecht steht in der Fläche, welche die Spaltungsflächen durchschneiden *).

Je nach der Art, wie sich die Theilchen eines Körpers bei Anwendung äusserer Gewalt, um sie zu trennen, verhalten, ist dasselbe geschmeidig, spröde, biegsam, elastisch u. s. w.

Wenn man eine Substanz zerschlägt, so erscheinen, wenn sie krystallinisch ist, Spaltungsflächen und Bruchflächen, wenn sie amorph ist, nur die letzteren.

Es sind dies keine Ebenen, sondern unbestimmte unebene Begrenzungen, deren Beschaffenheit jedoch in Betracht zu ziehen ist. Amorphe Massen besitzen muschligen Bruch, d. h. dem Innern einer Muschelschale entsprechend; bei krystallinischen ist er eben, uneben, körnig, splittrig u. s. w. Dehnbare, geschmeidige Substanzen, wie z. B. die gediegenen Metalle, bieten nur Zerreissungsflächen dar, die gewöhnlich sehnig oder hakig sind.

*) Poggend. Ann. der Phys. u Chemie. Bd. 80. S. 37.

Verhalten der Krystalle gegen das Licht.

Optische Eigenschaften.

Jeder Körper ist für das Auge nur dann wahrnehmbar, wenn seine Oberfläche oder Masse sich gegen den Lichtstrahl anders verhält als das umgebende Medium.

Die Körper sind in dieser Beziehung entweder durchsichtig oder undurchsichtig; mittlere Grade bezeichnet man mit durchscheinend. Aber die in grösserer Masse undurchsichtigen sind in Blättchen von gehöriger Dünne stets durchsichtig (alle schwarze Turmaline z. B. sind eigentlich braun, roth, violet, blau, grün). Oft zeigt sich dies schon an dünnen Splittern, oder an scharfen Kanten und Ecken. Dass selbst Metalle Licht hindurchlassen, weiss man vom Golde, und bei vielen metallischen Mineralien verhindert nur die Sprödigkeit, sie in gehörig dünnen Blättchen zu beobachten. Ein und dasselbe Mineral kann durchsichtig, und in Varietäten, welche färbende Bestandtheile enthalten, selbst undurchsichtig erscheinen. Augit, Hornblende, Feldspath, Turmalin.

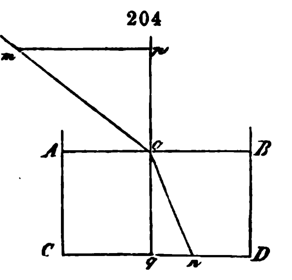
Strahlenbrechung. Alle durchsichtige Körper, feste, flüssige und gasförmige, haben die Eigenschaft, einen Lichtstrahl, welcher unter einem schiefen Winkel auf ihre Oberfläche fällt, bei seinem Durchgange durch ihre Masse von seiner ursprünglichen Richtung abzulenken, d. h. ihn zu brechen. Das Phänomen selbst heisst Strahlenbrechung oder Refraction.

Hierbei herrschen folgende Gesetze: der einfallende und der gebrochene Strahl liegen in einer und derselben, auf der Trennungsfläche beider Medien senkrechten Ebene. Ferner: Der Sinus des Einfallswinkels steht für dieselben zwei Medien zum Sinus des Brechungswinkels stets in demselben Verhältniss, welches auch ihre absolute Grösse sein mag. Der Quotient aus dem sin. des Brechungswinkels in den des Einfallswinkels, diese für eine Substanz constante Grösse, heisst der Brechungsexponent. Ferner weiss man, dass wenn der Lichtstrahl aus einem dünneren Medium in ein dichteres tritt, der Brechungswinkel und sein Sinus stets kleiner sind als der Einfallswinkel und dessen Sinus.

Ist z. B. in Fig. 204. das Gefäss ABCD bis AB mit Wasser gefüllt, und fällt ein Lichtstrahl mo durch die atmosphärische Luft in o auf die Wasserfläche, so wird er im Wasser nach on, d. h. der Senkrechten pq näher, abgelenkt. Ist $op = oq$, so ist mp der sin. des Einfallswinkels mop, und qn

der sin. des Brechungswinkels q o n. Ist der Raum über A B luftleer, so verhält sich p m : q n = 1,0000 : 0,7485; d. h. der Brechungsexponent ist = 1,336.

204



Gewöhnlich geht man vom luftleeren Raum aus, den man zur Einheit wählt. Auf diese Weise hat man den Brechungsexponenten folgendermaassen gefunden:

Atmosphär. Luft	= 1,00028
Eis	= 1,308
Wasser	= 1,336
Flussspath	= 1,436
Crownglas	= 1,535
Bergkrystall	= 1,547
Steinsalz	= 1,557
Flintglas	= 1,584
Boracit	= 1,701
Adular	= 1,764
Granat	= 1,815
Zirkon	= 1,961
Schwefel	= 2,115
Phosphor	= 2,255
Zinkblende	= 2,260
Diamant	= 2,506
Rothbleierz	= 2,737

Diese Art von Strahlenbrechung heisst einfache Strahlenbrechung. Sie findet sich bei allen amorphen Körpern (gasförmigen, flüssigen, festen, dem Glas, allen Gläsern) und bei denen des regulären Systems.

Alle anderen krystallisirten Körper, so wie auch gewisse amorphe (gepresstes oder rasch gekühltes Glas etc.), besitzen doppelte Strahlenbrechung, d. h., wenn ein Lichtstrahl in schiefer Richtung auf ihre Flächen fällt, so wird er gleichsam in zwei Strahlen gespalten, von denen der eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetze folgt, der andere aber eine ungewöhnliche Richtung nimmt. Jener heisst der ordentliche, dieser der ausserordentliche Strahl. Der Winkel, welchen beide bilden, ist für die nämliche Substanz constant. Die vier-, zwei-, zwei- und ein-, ein- und sechsgliedrigen Krystalle, d. h. sämmtliche ungleichaxige, haben mithin sämmtlich doppelte Strahlenbrechung.

Sieht man durch zwei parallele Flächen eines Kalkspathrhomboeders oder eines rhomboedrischen Spaltungsstücks, so erscheint von jedem darunter befindlichen Körper ein doppeltes Bild (Doppelspath). Fällt ein Lichtstrahl senkrecht auf eine Rhomboederfläche, also in der Richtung des Hauptschnitts (S. 101.), so geht der ordentliche Strahl geradlinig hindurch, während der ausserordentliche Strahl zwar gleichfalls in der Ebene des Hauptschnitts bleibt, aber von der senkrechten Richtung so abgelenkt wird, dass er mit dieser einen Winkel von 6° 12′ 38″ bildet.

Fällt der Lichtstrahl zwar noch in der Ebene des Hauptschnitts, jedoch nicht mehr senkrecht, auf eine Rhomboederfläche, so wird der ordentliche Strahl nach dem Gesetz der einfachen Strahlenbrechung in dieser Ebene abgelenkt, und der ausserordentliche bleibt gleichfalls in dieser Ebene.

Fällt der Lichtstrahl in jeder anderen Richtung auf die Rhomboederfläche, so dass die Einfallsebene (gebildet durch den Strahl und die Senkrechte im Einfallspunkt) nicht zugleich der Hauptschnitt ist oder ihm parallel geht, so wird der ordentliche Strahl in der Einfallsebene, wie vorher, gebrochen, der ausserordentliche aber tritt aus der Einfallsebene heraus.

Wenn man daher auf einen auf Papier gezeichneten senkrechten Strich ein Kalkspathrhomboeder so legt, dass er der kürzeren Diagonale parallel geht, so erscheint er einfach, während durch Drehung des Rhomboeders zwei Bilder zum Vorschein kommen.

In jedem doppeltbrechenden Krystall giebt es entweder eine oder zwei Richtungen, in welchen keine Doppelbrechung des Lichtstrahls stattfindet. Hiernach zerfallen alle Krystalle mit doppelter Strahlenbrechung in optisch einaxige und optisch zweiaxige.

Die viergliedrigen und sechsgliedrigen Krystalle, d. h. diejenigen, in welchen eine Axe (Hauptaxe) neben zwei oder drei unter sich gleichen Axen vorhanden ist, sind zugleich optisch einaxige Krystalle, und die Hauptaxe ist zugleich jene Richtung, jene optische Axe.

Die zweigliedrigen, zwei- und eingliedrigen und eingliedrigen Krystalle, d. h. die mit drei ungleichwerthigen Axen, sind optisch zweiaxig, und die eine ihrer Axen (gewöhnlich c) liegt zwischen den beiden optischen Axen, so dass diese mit zwei Krystallaxen in eine Ebene fallen.

Wenn man daher beim Kalkspath einen Lichtstrahl in schiefer Richtung auf die gerade Endfläche fallen lässt, so findet Doppelbrechung statt, fällt der Lichtstrahl dagegen senkrecht auf, so wird er nicht gebrochen. Im ersten Fall wird der ausserordentliche Strahl weniger gebrochen als der ordentliche, gleichsam als ob die optische Axe ihn abstosse.

Stellt man denselben Versuch am Quarz (Bergkrystall) an,

so ergiebt sich, dass der ausserordentliche Strahl stärker gebrochen wird als der ordentliche, gleichsam als ob die optische Axe ihn anziehe.

Da alle optisch einaxigen Krystalle sich in dieser Beziehung entweder wie der Kalkspath oder wie der Quarz verhalten, so zerfallen sie in repulsive oder positive, und attractive oder negative.

Der Brechungsexponent für den ordentlichen Strahl wird gewöhnlich mit O, der für den ausserordentlichen mit E bezeichnet. So z. B. ist beim

Kalkspath	O = 1,6533	E = 1,4833
Quarz	= 1,548	= 1,557

Bei den optisch zweiaxigen Krystallen muss der Winkel, welchen die beiden optischen Axen machen, bestimmt werden. Derselbe ist z. B. bei

Salpeter	= 5° 20′
Weissbleierz	= 17° 30′
Aragonit	= 18° 18′
Schwerspath	= 37° 42′
Anhydrit	= 44° 41′
Gips	= 60°
Epidot	= 84° 19′
Olivin	= 87° 56′
Eisenvitriol	= 90°

Auch hier zerfällt jeder nicht in der Richtung der beiden optischen Axen einfallende Strahl in einen ordentlichen und ausserordentlichen, wenngleich genaue Beobachtungen gezeigt haben, dass der erstere eigentlich nicht ganz dem gewöhnlichen Gesetz folgt.

Wenn nun auch diese optischen Verhältnisse für die Charakteristik der einzelnen Mineralien und der Krystalle überhaupt von grösster Wichtigkeit sind, so ist man doch, theils wegen der Beschaffenheit der Substanz, theils wegen der schwierigen oder umständlichen Art der Beobachtung selten in dem Fall, sie zu zu benutzen. Weil dieser Gegenstand mehr der rein wissenschaftlichen Forschung anheimfällt, ist er hier nur im Allgemeinen zu behandeln. Allein man darf nicht vergessen, dass das optische Verhalten unter Umständen zur Kenntniss des krystallographischen Charakters verhilft.

Ist es z. B. in Folge von unsymmetrischer Ausbildung der Krystalle und wegen der Unmöglichkeit genauer Messungen zweifelhaft, ob ein Mineral in der Form des Dodekaids dem regulären oder dem viergliedrigen (zweigliedrigen) System angehört, so giebt die optische Untersuchung Aufschluss, insofern es, wenn es einfache Strahlenbrechung zeigt, ins reguläre System gehört. Der Cordierit bildet gewöhnlich sechsseitige Prismen, aber es ist schwer zu entscheiden, ob dieselben regelmässige

sind, d. h. sechsgliedrig, oder nur symmetrische, d. h. zweigliedrig, da die nicht genau zu messenden Winkel sich 120° nähern. Nun ist das Mineral aber optisch zweiaxig, woraus nach dem Früheren folgt, dass die Prismen symmetrische sind, und also die Form eine zweigliedrige ist.

Bekanntlich kann das Licht durch Reflektion und Refraktion polarisirt werden, d. h. die Eigenschaft erlangen, nach gewissen Richtungen nicht mehr reflektirt oder gebrochen zu werden; dies geschieht nun auch durch jede doppelte Strahlenbrechung. Dabei zeigt sich aber, dass der ordentliche und der ausserordentliche Strahl in einer aufeinander senkrechten Richtung polarisirt sind.

Wenn man z. B. einen Lichtstrahl senkrecht auf eine Rhomboederfläche des Kalkspaths fallen lässt, und den ordentlichen Strahl unter $35\frac{1}{2}$° mit einer geschwärzten Glasplatte auffängt, so wird er von ihr reflektirt, wenn der Hauptschnitt des Krystalls und die Reflektionsebene parallel sind; er wird dagegen absorbirt, wenn beide senkrecht gegen einander stehen. Umgekehrt aber verhält sich der ausserordentliche Strahl.

Der Turmalin, dem sechsgliedrigen Krystallsystem angehörig, ist optisch einaxig. Schneidet man zwei Platten von ihm (am besten von der grünen Varietät) parallel der Axe c, d. h. der optischen Axe, so lassen sie Licht hindurch, wenn sie so übereinander gelegt werden, dass die Richtung der Axe in beiden parallel ist. Dreht man aber die eine Platte um 90° gegen die andere, so dass die Axen rechtwinklig stehen, so erscheinen sie da, wo sie sich decken, undurchsichtig. Denn das Licht, welches durch die eine Platte polarisirt ist, kann durch die zweite nicht hindurchgehen, wenn beide Polarisationsebenen senkrecht zu einander stehen. Wenn man aber zwischen beide Platten in der Stellung, wo sie kein Licht hindurchlassen, eine durchsichtige, das Licht gleichfalls polarisirende Platte einer anderen Substanz bringt, so ändern sich die Polarisationsrichtungen, und der Lichtstrahl geht durch die Platten hindurch.

Statt der zweiten Turmalinplatte dient ebensogut ein geschwärzter Spiegel. Bei richtiger Stellung beider erscheint der Turmalin dunkel. Hält man zwischen Platte und Spiegel eine Platte eines einfachbrechenden Körpers (von Glas, Krystallen des regulären Systems), so bleibt der Turmalin dunkel; hält man dagegen eine Platte eines doppelt brechenden Körpers dazwischen, so lässt der Turmalin Licht hindurch, gleichsam als wäre er um 90° gedreht worden. Dies kommt daher, dass bei Körpern von doppelter Strahlenbrechung beide Strahlen rechtwinklig gegeneinander polarisirt sind.

Wenn man optisch einaxige Substanzen zwischen zwei rechtwinklig aufeinanderstehende Polarisationsebenen bringt, und in einer zur optischen Axe senkrechten Richtung hindurchsieht, so bemerkt

man concentrische farbige Ringe, von einem rechtwinkligen schwarzen Kreuz durchschnitten. Optisch zweiaxige Substanzen geben unter denselben Umständen farbige Ringe, die von einem schwarzen geraden Streifen oder zwei schwarzen Hyperbeln durchschnitten werden.

Auch hierdurch ist also ein Hülfsmittel gegeben, das Krystallsystem einer Substanz zu bestimmen. Die Glimmer z. B. erweisen sich dadurch zum Theil optisch einaxig, d. h. sechsgliedrig, theils zweiaxig, d. h. zwei- und eingliedrig.

Glanz. Je nach der Art und der Vollkommenheit, mit welcher die Oberfläche eines Minerals die Lichtstrahlen reflektirt, ist ihr Glanz verschieden.

In Betreff der verschiedenen Arten unterscheidet man gewöhnlich:

Metallglanz, den gediegenen Metallen auf reinen Flächen eigen, von der Undurchsichtigkeit der Masse bedingt.

Diamantglanz, die höchsten Grade des Glanzes.

Fettglanz,

Glasglanz,

Seidenglanz,

Perlmutterglanz, zur Vergleichung mit dem Glanz der gleichnamigen Körper.

Je nach dem Grade variirt der Glanz vom stark Glänzenden bis zum Schimmernden und Matten,

Bei der nämlichen Substanz findet man oft, dass der Glanz ungleichwerthiger Krystallflächen verschieden ist, und diese Art ihrer physikalischen Differenz findet vielleicht, streng genommen, zwischen allen solchen Flächen statt, ist aber wegen ihrer Feinheit nicht überall wahrzunehmen.

So zeigen die Endflächen beim Apophyllit und Kalkspath Perlmutterglanz, die Prismen Glasglanz.

Farbe. Unter den physikalischen Merkmalen, welche der Beobachtung in allen Fällen und leicht zugänglich sind, steht die Farbe eines Körpers obenan.

Es ist indessen unmöglich, die Art einer Farbe mit Worten zu bezeichnen, da es der Nuancen unzählige giebt, und nicht jedes Auge von derselben Farbe den nämlichen Eindruck erhält. Obwohl man nun seit Werner in der Mineralogie sich bemüht hat, die Farbenunterschiede möglichst genau zu bezeichnen, so sind doch alle diese Bezeichnungen von sehr geringem Werth, und können die eigene Anschauung in keinem Fall ersetzen. Was ist z. B. eisenschwarz, messinggelb, smalteblau, apfelgrün, kirschroth, haarbraun u. s. w.? da Eisen und Aepfel nicht schwarz oder grün sind, Messing, Smalte, Kirschen, Haare in ihrer Farbe unendlich variiren. Es ist deshalb ganz ausreichend, die gewöhnlichen Farben des Spektrums oder Regenbogens, allenfalls mit den Zusätzen: hell oder dunkel zur Bezeichnung zu gebrau-

chen, und durch fleissiges Betrachten der Körper selbst ihre Farben dem Auge einzuprägen.

Während viele Mineralien beständig nur eine Farbe zeigen (Kupferlasur, Realgar, viele Zeolithe) kommen andere in sehr mannigfach gefärbten Varietäten vor. (Flussspath, Granat, Turmalin.)

Die Ursache der Farben liegt theils in der chemischen Natur der Körper, theils in der Beschaffenheit ihrer Masse und Oberfläche. Deshalb bringen Unterschiede in der Zusammensetzung gewöhnlich auch Farbenunterschiede hervor. (Kalkgranaten und Eisengranaten; gelbe und schwarze, d. h. eisenhaltige Zinkblende, u. s. w.). Oft ist eine färbende Substanz freilich in so geringer Menge beigemischt, dass sie die chemische Zusammensetzung nicht ändert (farbloser Bergkrystall, brauner Rauchtopas, violetter Amethyst; farbloser, gelber, grüner, blauer Flussspath etc.).

Wenn die Oberfläche eine andere Farbe zeigt, als die Masse, so ist gewöhnlich eine fremde Substanz die Ursache; man nennt dann jene angelaufen. Dies zeigt sich bei Metallen durch Bildung dünner Oxydschichten (gediegen Arsenik, Kupfer) oder durch Schwefelung (gediegen Silber). Die bunt angelaufenen Oberflächen entstehen, wenn die Ueberzüge äusserst dünn sind, und dann wie alle durchsichtige dünne Blättchen mit Farben spielen.

Das Opalisiren, Irisiren, Schillern ist ein Licht- und Farbenwechsel in gewissen Richtungen der Masse, durch Lichtbrechung entstehend, wenn jene ungleichartig ist, Risse und Sprünge sie durchziehen, fremde Körper regelmässig oder regellos darin eingemengt sind. Beispiele: Opal, Schillerspath, Feldspath (Adular, Labrador und Sonnenstein).

Pleochroismus. Häufig zeigt sich eine Substanz in gewissen Richtungen mit gewissen verschiedenen Farben durchsichtig. Diese Erscheinung heisst Pleochroismus; wenn sie sich auf zwei Farben beschränkt, Dichroismus, auf drei Farben, Trichroismus u. s. w.

Wenn man durch gewisse optisch einaxige Krystalle in der Richtung der optischen Axe (d. h. der krystallographischen Axe c, Hauptaxe) sieht, oder wenn man durch Platten derselben sieht, die senkrecht gegen die Axe (parallel der Endfläche) geschnitten sind, so erscheint eine andere Farbe, als wenn man sie in einer darauf senkrechten Richtung betrachtet, oder in Platten, die parallel der Axe (d. h. den Prismenkanten) geschnitten sind.

So zeigt sich bei vielen schwarzen Turmalinen, dass die erstere blau, die letztere röthlichbraun ist; beim Korund (Rubin) jene blau, diese gelblichweiss; beim Anatas und Zirkon blau und gelb.

Bei vielen optisch zweiaxigen Krystallen herrscht Trichrois-

mus in drei bestimmten Richtungen. Der Cordierit (mit Unrecht Dichroit genannt) erscheint in der Richtung der Axe c blau, in der von a bläulichgrau, in der von b gelblich.

Haidinger, welchem man vorzüglich die Kenntniss des Pleochroismus verdankt, hat gezeigt, dass die Beobachtung desselben auch an einem einzelnen Flächenpaar möglich ist, wenn man sich des polarisirten Lichtes bedient, indem man dann je nach der Lage der Polarisationsebene zwei verschiedene Farben bemerkt. Hierzu benutzt man seine dichroskopische Loupe (Dichroskop), d. h. ein in eine Röhre eingeschlossenes Kalkspathrhomboeder, an beiden Enden mit Glasprismen von 18°, und vorn mit einer einfachen Loupe versehen. Eine kleine Oeffnung an der entgegengesetzten Seite erscheint dann doppelt.

Betrachtet man durch dieses Instrument ein senkrecht gestelltes Turmalinprisma, oder Platten, welche parallel der Axe c geschnitten sind, so erscheint ein oberes Bild mit der Farbe der Endfläche, d. h. mit derselben Farbe, welche in der Richtung der Axe c oder an Platten sich zeigt, die senkrecht auf diese geschnitten sind, und ein unteres Bild mit der Farbe der Prismen, d. h. mit derjenigen, welche in der Richtung der Axen a vorhanden ist *).

Strich. Sehr häufig besitzt das feine Pulver eines Minerals eine andere Färbung als die compakte Masse. Ritzt man es in diesem Fall mit einem Messer oder einer scharfen Feile, so lässt sich durch den Strich diese Differenz wahrnehmen, indem an der geritzten Stelle sich etwas feines Pulver erzeugt. Selbst bei geschmeidigen oder dehnbaren Substanzen, d. h. bei vielen metallischen Verbindungen, ist die Farbe des Strichs eine bestimmte. Dieses Merkmal kann zur Unterscheidung mehrerer äusserlich ähnlicher Mineralkörper dienen.

Verhalten der Krystalle zur Wärme.

Thermische Eigenschaften.

Ausdehnung der Krystalle durch die Wärme. Es ist ein von Mitscherlich aufgefundenes Gesetz, dass sich die Krystalle beim Erwärmen in der Richtung gleichwerthiger Axen gleichmässig, in der Richtung ungleichwerthiger Axen ebenso ungleich ausdehnen. Danach dehnen sich nur die Formen des regulären Systems beim Erwärmen gleichmässig aus, während in

*) Specieller ist dieser Gegenstand behandelt in Poggend. Annal. d. Phys. und Chem. Bd. 65. S. 1.

den übrigen Systemen sich Richtungen grösster und kleinster Ausdehnung je nach der Lage der ungleichen Axen einstellen, welche zur Folge haben, dass gewisse Neigungswinkel grösser, andere kleiner werden. In Krystallen des vier- und sechsgliedrigen Systems sind mithin zwei solche Richtungen gegeben, die eine nach der Axe c, die andere nach den Axen a, während in den übrigen Systemen drei verschiedene Richtungen sich nachweisen lassen.

Wird ein Würfel erwärmt, so dehnt er sich aus, jedoch gleichmässig nach allen Richtungen, und die Kantenwinkel ändern ihren Werth nicht.

Wird aber ein Rhomboeder von Kalkspath erwärmt, so wird der Endkantenwinkel kleiner, das Rhomboeder wird schärfer, d. h. es findet eine Ausdehnung in der Richtung der Axe c statt. Nach Mitscherlich ändert sich jener Winkel, wenn man die Temperatur auf 100° steigert, von 105° 5′ um 8′ 34″,5; er beträgt also dann nur noch 104° 56′ 25″,5, Beim Bitterspath beträgt die Differenz unter gleichen Umständen 4′ 6″. Bei anderen Substanzen desselben Systems findet das Entgegengesetzte statt. Beim Quarz z. B. wird der Rhomboeder- (oder Dihexaeder-)winkel durchs Erwärmen stumpfer; die Richtung der grössten Ausdehnung liegt also in den Axen a.

Bei zweigliedrigen Krystallen werden durch Erwärmung die stumpfen Winkel der ersten Paare noch stumpfer, indem eine Ausdehnung nach b erfolgt, während die der zweiten Paare schärfer werden. Beim Aragonit z. B. vergrösserte sich der Winkel von a : b : ∞c, welcher bei 17°,5 = 116° 11′ 46″ war, für 100° Erwärmung um 3′ 42″, wurde also = 116° 15′ 28″, während der Zuschärfungswinkel in der Endigung für 100° um 5′ 29″ kleiner wurde.

Bei Krystallen des zwei- und eingliedrigen Systems ist der Erfolg ein ähnlicher. Mitscherlich fand, dass beim Gips die Neigung der Flächen a : b : ∞c um 10′ 50″, die des gewöhnlichen augitartigen Paars um 8′ 25″, und der Kanten beider Flächenpaare um 7′ 26″ sich ändert, und dass diese Winkel sämmtlich stumpfer werden.

Diese Erscheinungen stehen mit dem optischen Verhalten der Krystalle im Zusammenhang, indem die optisch einaxigen nur nach der Richtung der optischen Axe sich ändern, und bei den optisch zweiaxigen die Lage der beiden optischen Axen sich ändert. Beim Gips z. B, wo diese für gewöhnlich einen Winkel von 60° machen, tritt bei 92° ein Zusammenfallen beider Axen, bei höherer Temperatur ein Divergiren nach entgegengesetzten Richtungen ein *).

*) Ausführlicher in Poggend. Ann. der Phys. u. Chem. Bd. 1. S. 125., Bd. 10. S. 137., Bd. 41. S. 213.

Das Wärmeleitungsvermögen der Krystalle ist natürlich sehr verschieden. In wiefern dabei die Krystallform von Einfluss ist, haben die Beobachtungen von Senarmont erwiesen, ein Gegenstand, der indessen Beobachtungen voraussetzt, die mehr dem Physiker als dem Mineralogen und Chemiker anheimfallen.

Die Diathermie der Körper, d. h. die Fähigkeit, die Wärmestrahlen ganz oder theilweise durchzulassen, ist zuerst von Melloni untersucht worden. Sie steht in keiner nothwendigen Beziehung zur Diaphanie, oder dem gleichartigen Verhalten gegen das Licht, indem z. B. das Steinsalz vollkommen diatherman ist, sämmtliche Wärmestrahlen hindurchlässt, während andere ebenso durchsichtige Substanzen nur partiell diatherman sind, oder nur einem Theil der Wärmestrahlen den Durchgang verstatten. Auch diese Verhältnisse, so wie die Bestimmungen der specifischen Wärme an Mineralien sind mehr physikalischer als mineralogischer und chemischer Natur.

Phosphorescenz. Manche Substanzen leuchten oder phosphoresciren im Dunklen, wenn sie entweder gerieben werden (Quarz, Dolomit, Zucker), oder wenn man sie erwärmt (Flussspath, Apatit, Harmotom), oder wenn sie zuvor dem Sonnenlicht ausgesetzt wurden (Diamant, Schwefelbaryum, Schwefelcalcium). Gewöhnlich kommt nur gewissen Varietäten diese Eigenschaft zu, welche vielleicht ein elektrisches Phänomen ist.

Verhalten der Krystalle zur Elektricität.

Jeder Körper, mithin auch jedes Mineral, kann durch geeignete Behandlung elektrisch werden, und zeigt dann entweder positive oder negative Elektricität. Um dies zu untersuchen, reibt man die zu prüfende Substanz, nöthigenfalls isolirt (im Fall sie ein guter Leiter ist), mit Tuch und nähert sie einem an einem Seidenfaden aufgehängten Drath, welcher am einen Ende mit einem Knöpfchen versehen ist, dem man durch eine geriebene Glas- oder Siegellackstange zuvor freie positive oder negative Elektricität mitgetheilt hatte. Die Anziehung oder Abstossung der Nadel entscheidet über die Art der in der Substanz freigewordenen Elektricität.

Diese Untersuchung hat jedoch nur geringen Werth für die Charakteristik, da die nämliche Substanz je nach der Beschaffenheit der Oberfläche, des Reibzeuges etc. bald positiv bald negativ elektrisch werden kann.

Pyroelektricität. Wenn ein Krystall durch Erwärmung oder, richtiger gesagt, bei einer Aenderung seiner Temperatur an entgegengesetzten Stellen positiv und negativ elektrisch wird, so

nennt man ihn pyroelektrisch. Solche entgegengesetzte Stellen heissen elektrische Pole, und eine sie verbindende Linie eine elektrische Axe. Jeder Pol zeigt nach und nach beide Elektricitäten, denn während der eine bei steigender Temperatur positiv, bei der Abkühlung negativ elektrisch wird, wird der andere gleichzeitig beim Erwärmen negativ, beim Abkühlen positiv elektrisch Zur Unterscheidung nennt man den bei steigender Temperatur positiv werdenden Pol den analogen, den aber negativ werdenden den antilogen Pol.

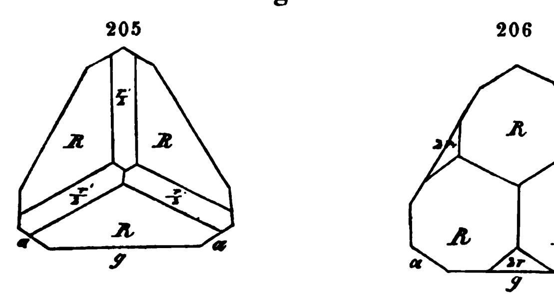
Am besten untersucht man die Pyroelectricität, wie sie sich bei der Abkühlung zeigt, indem man den zu prüfenden Krystall in feinem Bleischrot anwärmt, und während des Abkühlens an ein gutes Elektroskop (zweckmässig ist das Behrens'sche mit trockner Säule, nach Fechner's Einrichtung) bringt.

Schon längst wusste man, dass der Turmalin sehr ausgezeichnet pyroelektrisch wird, und dass die beiden Enden der Turmalinkrystalle die entgegengesetzte Elektricität zeigen. Nun ist dieses Mineral zugleich hemiedrisch, und da man auch bei anderen hemiedrischen Krystallen, z. B. denen des Boracits, Kieselzinkerzes, dieselbe Erscheinung wahrnahm, so glaubte man in der elektrischen Polarität dieser Körper die Ursache ihrer Hemiedrie zu finden. Das Umgekehrte aber konnte nicht stattfinden, da viele andere hemiedrische Krystalle nicht polarisch-elektrisch werden. Haüy, Köhler, Hankel, Becquerel, insbesondere aber Riess und G. Rose haben diesen Gegenstand näher untersucht.'

Pyroelektrische Krystalle können entweder nur eine oder mehrere elektrische Axen haben. Die elektrischen Axen können entweder durch den Krystall von einem Punkt der Oberfläche bis zu dem gegenüberliegenden hindurchgehen, oder im Innern des Krystalls nur bis zu gewissen Punkten reichen. Die ersteren heissen terminal-polarische, die letzteren central-polarische Krystalle.

Zu den terminal-polarischen Krystallen gehört vor allen der Turmalin. Dieses Mineral hat als Grundform ein Rhomboeder (Hauptrhomboeder) mit Endkantenwinkeln von 133° 26'. Ausserdem kommen das erste stumpfere und erste schärfere, mehrere Drei- und Dreikantner, so wie das erste und zweite sechsseitige und ein zwölfseitiges Prisma vor. Die Hemiedrie des Turmalins zeigt sich nun darin, dass das erste sechsseitige Prisma nur als dreiseitiges auftritt, und dass die verschiedenen Rhomboeder oft nur an dem einen Ende des Krystalls vorhanden sind. Von den hemiedrischen Formen ist bald die eine, bald die andere Hälfte da, oder auch beide gleichzeitig, in welchem Fall sie sich durch Grösse und Glanz merklich unterscheiden. Das Hauptromboeder

ist selten hemiedrisch. So z. B. die Turmalinkrystalle von Käringbricka in Schweden. Fig. 205. und 206.



Die Seitenflächen sind: das erste sechsseitige Prisma $g = a : a : \infty a : \infty c$, hälftflächig als dreiseitiges Prisma; das zweite $a = a : \frac{1}{2}a : a : \infty c$. An dem einen Ende erscheint das Hauptrhomboeder $R = a : a : \infty a : c$, und das erste stumpfere $\frac{r'}{2} = a' : a' : \infty a : \frac{1}{2}c$; an dem anderen Ende das Hauptrhomboeder und das erste schärfere $2r' = a' : a' : \infty a : 2c$.

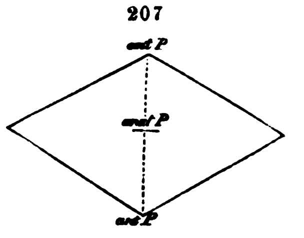
G. Rose hat gezeigt, dass bei allen Turmalinkrystallen die elektrische Axe mit der krystallographischen Axe c znsammenfällt, und dass der analoge Pol auf der Seite liegt, wo die Flächen des Hauptrhomboeders auf die Flächen des dreiseitigen Prismas aufgesetzt sind, der antiloge aber, wo jene auf die Kanten des letzteren aufgesetzt erscheinen. Hiernach bedarf es also keiner besonderen Prüfung, sondern die Lage der Pole ergiebt sich aus der Krystallform von selbst.

Zu den terminal-polarischen Krystallen gehören ferner die des Kieselzinkerzes, welche zweigliedrig sind; ihre elektrische Axe ist die Axe c; an dem analogen Pole (dem gewöhnlich freistehenden Ende der Krystalle) herrschen die zweiten und dritten Paare, die Rhombenoktaeder sind untergeordnet; an dem antilogen Pol (dem aufgewachsenenEnde) erscheint vorherrschend nur ein Rhombenoktaeder $a : \frac{1}{2}b : c$. Aehnlich, doch in Betreff der Lage der Pole entgegengesetzt, verhält sich der Scolecit.

Der Boracit hat vier elektrische Axen, welche die gegenüberliegenden Ecken des Würfels verbinden; die analogen Pole liegen da, wo diese Ecken nicht abgestumpft sind, oder die matten Tetraederflächen vorkommen; die antilogen Pole aber da, wo die glatten Flächen des Gegentetraeders sich finden.

Zu den central-polarischen Krystallen gehören die des Prehnits und Topases. Der erstere hat zwei gegeneinander gekehrte elektrische Axen in der Richtung der Krystallaxe a, so

dass die beiden antilogen Pole längs den stumpfen Seitenkanten der ersten Paare oder deren Abstumpfungsflächen liegen, die scharfen dagegen unelektrisch sind. Fig. 207. Der Topas hat gleichfalls zwei elektrische Axen in derselben Richtung wie der Prehnit.



Bei anderen Krystallen hat sich die Lage der elektrischen Axen noch nicht bestimmen lassen. Titanit, Schwerspath, Bergkrystall.

Ausführlicher behandeln diesen Gegenstand: Becquerel in Poggend. Ann. Bd. 13. S. 629. Köhler ebendas., Bd. 17. S. 148. Hankel ebendas., Bd. 49. S. 493., Bd. 50. S. 237. G. Rose, über den Turmalin, ebendas., Bd. 39. S. 285. P. Riess und G. Rose ebendas., Bd. 59, S. 353.

Das Verhalten metallischer Mineralien gegen den elektrischen Strom ist neuerlich von v. Kobell untersucht worden, um daraus unterscheidende Merkmale ähnlicher Substanzen abzuleiten. Wenn man ein Mineral zwischen zwei Zinkplatten klemmt, und das Ganze in eine Auflösung von Kupfervitriol eintaucht, so überzieht es sich um so schneller mit metallischem Kupfer, je besser es die Elektricität leitet Ausser den gediegenen Metallen zeigten sich als gute Leiter z. B. Fahlerz, Arsenikkies, Bleiglanz, Graphit, Kupferkies, Magneteisen, Schwefelkies, Speisskobalt u. s. w. Weniger gut leiten: Rothgültigerz, Bournonit, Titaneisen, Zinkblende. Nichtleiter sind: Antimonglanz, Eisenglanz, Chromeisen, Rothkupfererz, Rutil, Realgar, Manganit, Pyrolusit, silberhaltiges Fahlerz, Wolfram, Zinnober etc.

Auf diese Weise kann man leicht unterscheiden: Magneteisen von Titaneisen und Chromeisen; Bleiglanz von den Schwefelantimonbleiverbindungen, Fahlerz von Bournonit, Graphit von Molybdänglanz etc.

Die meisten Metalloxyde und nicht metallischen Mineralien lassen sich als Nichtleiter betrachten.

Anthracite und fossile Kohlen, vor dem Löthrohre geglüht, werden zu Leitern, was in geologischer Beziehung von Interesse ist.

Vgl. v. Kobell im Journ. für prakt. Chemie, Bd. 50. S. 76.

Verhalten der Krystalle gegen Magnetismus.

Wenn ein Körper auf die Magnetnadel wirkt, so zieht er entweder beide Pole an, oder er zieht nur einen an, und stösst den anderen ab. Im letzteren Fall ist er polarisch (vieles Magneteisen, Titaneisen, Eisenglanz).

Ein anderer Unterschied ergiebt sich, wenn man Substanzen zwischen beide Pole eines starken Magnets frei aufhängt. Einige stellen sich dabei longitudinal, andere transversal; die letzteren nennt man diamagnetisch. Unter den Metallen sind Eisen, Nickel, Kobalt, Mangan, Platin etc. magnetisch; hingegen Wismuth, Antimon, Arsenik, Zinn, Quecksilber, Gold, Zink, Blei diamagnetisch.

Delesse hat gezeigt, dass Mineralien der verschiedensten Art, nicht blos eisenhaltige, polarisch sind, wenn auch in verschiedenem Grade; er bestimmte die Intensität der Polarität durch das Gewicht der sich an einen Magnetpol anhängenden Menge des feinen Pulvers der Substanzen.

Durch Versuche von Faraday und Plücker hat sich eine Beziehung der magnetischen Polarität zu den krystallographischen und optischen Axen der Krystalle ergeben.

Vgl. Faraday in Poggend. Ann. Bd. 70. S. 24.; Bd. 76. S. 144. Delesse in den Ann. des mines. T. 14. p. 81.; T. 15. p. 497. Plücker in Poggend. Ann. Bd. 76. S. 576.; Bd. 77. S. 447.; Bd. 78. S. 421. Knoblauch und Tyndall ebendas. Bd. 79. S. 233. Hankel ebendas. Bd. 75. S. 110.

Specifisches Gewicht.

Das specifische Gewicht, welches die relative Dichtigkeit verschiedener Substanzen, oder das Gewicht gleicher Volume von ihnen angiebt, und wobei (für feste und flüssige Körper) das Wasser als Einheit angenommen wird, bildet ein wichtiges Merkmal für die Charakteristik der Körper, und hat um so grössere Bedeutung erlangt, als man in neuerer Zeit eine Beziehung der Dichtigkeit zu der chemischen Zusammensetzung aufgefunden hat. Es muss deshalb mit grösster Sorgfalt bestimmt werden.

Bekanntlich ermittelt man das specifische Gewicht eines festen und in Wasser unauflöslichen Körpers (wie es die grosse

Mehrzahl der Mineralien ist) durch doppelte Wägung, in der Luft und in Wasser. Die Wägung in der Luft giebt das absolute Gewicht, die in Wasser die Differenz zwischen jenem und dem Gewicht eines gleichen Volums Wasser, da jeder Körper, in einer Flüssigkeit gewogen, soviel an seinem Gewicht verliert, als dasjenige der verdrängten Flüssigkeit beträgt. Der Quotient aus diesem Gewicht des Wasservolums in das absolute Gewicht stellt das specifische Gewicht dar.

Es leuchtet ein, dass eigentlich das Gewicht eines Körpers in der Luft auch nicht sein wahres Gewicht sein kann, sondern dass es die Differenz zwischen seinem wirklichen absoluten Gewicht im luftleeren Raum und dem Gewicht eines gleichen Luftvolums sein muss. Ist nun auch bei sehr genauen Bestimmungen eine Reduktion auf den leeren Raum nöthig, so pflegt man doch eine solche für gewöhnliche Fälle nicht vorzunehmen, da die betreffende Correction immer nur eine sehr kleine Grösse ist.

Andererseits hat die Temperatur bei der Bestimmung des specifischen Gewichts einen merklichen Einfluss, da sie das Volum oder die Dichtigkeit der Körper modificirt. Stets ist es gut, sie zu beobachten, und den Resultaten beizufügen, damit, wenn es nöthig scheint, eine Reduktion jener gemacht werden könne. Man setzt dann die Dichtigkeit des Wassers von 4°, d. h. die grösste Dichtigkeit, oder auch die von $0^{\circ} = 1$, und reducirt die beobachtete Temperatur auf diese beiden.

Wenn die Bestimmung des specifischen Gewichts richtig ausfallen soll, so muss die zu wägende Substanz homogen und rein sein. Wendet man sie in grösseren Stücken an, so bleibt gewöhnlich etwas Luft in feinen Rissen und Spalten zurück, wenn dieselben in Wasser gewogen werden, wodurch das specifische Gewicht zu niedrig ausfällt. Es ist daher vorzuziehen, grobes Pulver oder ganz kleine Bruchstücke zu benutzen

Unter den vielen Methoden ist folgende eine der besten:

Die Substanz wird grob gepulvert, das Feine abgesiebt, und eine beliebige Menge von dem Gröberen in ein kleines dünnes Platinschälchen geschüttet, worauf man es mit destillirtem Wasser übergiesst, und das Ganze einige Zeit kocht, um alle anhängende Luft aus dem Pulver und dem Wasser fortzuschaffen, Alsdann senkt man das Schälchen in ein grösseres mit Wasser gefülltes Gefäss, taucht es unter, und schwemmt durch Bewegen und Blasen alle leichteren Pulvertheilchen fort. Durch mehrmalige Wiederholung erhält man schnell das Pulver frei von diesen, und das überstehende Wasser klar. Das Schälchen wird dann mittelst dünner Platindrähte, die oben mit einem Pferdehaar verknüpft sind, in einen Cylinder mit ausgekochtem destillirtem Wasser eingesenkt, und mittelst des Haars an der einen Seite einer genauen Waage aufgehängt und gewogen, nachdem man

zuvor den kleinen Apparat auf gleiche Art unter Wasser leer gewogen hat. Die Differenz ist das Gewicht des Körpers in Wasser. Man zieht nun das Schälchen aus dem Cylinder, entfernt durch vorsichtiges Neigen den grössten Theil des Wassers und trocknet das Pulver entweder im Luftbade bei einer bestimmten Temperatur, oder im Exsiccator über Schwefelsäure aus, indem man Schälchen und Inhalt so oft wägt, als das Gewicht sich noch ändert Endlich schüttet man das Pulver aus, und wägt das leere Schälchen (was zweckmässig schon vorher ein für alle Mal geschieht); hieraus ergiebt sich das absolute Gewicht.

Gesetzt, das Platinschälchen mit seinem Gehänge wiege in Wasser von 15° 4,468 Grm., und das Schälchen für sich in der Luft 6,326 Grm. Nun betrage das Gewicht von jenem, sammt dem Mineralpulver, in Wasser 6,633 Grm., so wiegt das Mineral in Wasser

$$\begin{array}{r} 6{,}633 \\ -\ 4{,}468 \\ \hline =\ 2{,}165 \text{ Grm.} \end{array}$$

Ferner wiege das Schälchen mit dem trocknen Mineral in der Luft 9,345 Grm,; mithin ist das absolute Gewicht des Minerals

$$\begin{array}{r} 9{,}345 \\ -\ 6{,}326 \\ \hline =\ 3{,}019 \text{ Grm.} \end{array}$$

Nun ist 3,019 — 2,165 = 0,854 Grm. der Gewichtsverlust in Wasser, oder das Gewicht eines gleichen Volums Wasser, so dass das specifische Gewicht $= \frac{3{,}019}{0{,}854} = 3{,}535$ bei 15° ist.

Durch diese Methode lässt sich auch das specifische Gewicht von Niederschlägen bestimmen; nur erfordert es dann längere Zeit, ehe sich dieselben zu Boden setzen, und das darüberstehende Wasser klar erscheint.

Substanzen, welche in Wasser auflöslich sind (lösliche Salze), müssen in einer Flüssigkeit von bekanntem specifischem Gewicht gewogen werden, z. B. in Alkohol, Steinöl, Terpentinöl u. s. w.

Da die Dichtigkeit einer Substanz nicht unter allen Umständen dieselbe ist, so zeigen auch die verschiedenen Varietäten eines Minerals gewöhnlich merkliche Differenzen im specifischen Gewicht.

Bestimmt man dasselbe an Körpern, welche sich in äusserst feiner Zertheilung befinden, wie z. B. Metalle, durch reducirende Substanzen aus Auflösungen gefällt, überhaupt Niederschläge, so fällt die Dichtigkeit, nach den Beobachtungen von G. Rose, zu gross aus.

Vgl. über specifische Gewichtsbestimmung: G. Rose in Poggend. Ann. Bd. 42. S. 355.; Bd. 73. S. 1.; Bd. 75. S. 403. Scheerer ebendas. Bd. 67. S. 120.

III. KRYSTALLOCHEMIE.

Die Form, die Cohäsionsverhältnisse, die Dichtigkeit, das optische, thermische, elektrische und magnetische Verhalten der Körper bilden den Inbegriff ihrer geometrischen und physikalischen Eigenschaften, welche sich entweder direkt beobachten lassen, oder durch Versuche gefunden werden, bei welchen die chemische Natur der Substanz keine Veränderung erfährt.

Die chemischen Eigenschaften dagegen beziehen sich immer auf die verschiedenen Arten von Materie, welche es überhaupt giebt, und lassen sich nur durch Versuche erforschen. Sie stehen aber mit den physikalischen, insbesondere jedoch mit der Krystallform, in einem wichtigen Zusammenhang.

Die Körper sind theils einfache Stoffe, theils chemische Verbindungen. Von jenen kommt aber nur die geringere Zahl im freien Zustande als Mineralien vor (Schwefel, Kohlenstoff, manche Metalle).

Die unorganischen Verbindungen, zu denen auch die Mineralien (mit wenigen Ausnahmen) gehören, sind:

1) Verbindungen erster Ordnung. Hierher gehören die Verbindungen zweier Metalle; die Oxyde; die Schwefel-, Selen-, Tellurmetalle; die Haloidsalze.

2) Verbindungen zweiter Ordnung. Verbindungen je zweier Oxyde (Sauerstoffsalze), je zweier Schwefel-, Selen- oder Tellurmetalle (Schwefel-, Selen-, Tellursalze); Verbindungen von Oxyden mit Wasser; Verbindungen je zweier Haloidsalze (doppelte Haloidsalze).

3) Verbindungen dritter Ordnung. Verbindungen je zweier Sauerstoff-, Schwefel-, Selen-, oder Tellursalze (doppelte Amphidsalze).

Ausserdem vereinigen sich Verbindungen der verschiedenen Ordnungen unter sich. Z. B. Sauerstoffsalze mit Wasser, mit Haloidsalzen; Doppelsalze mit Wasser etc.

Die chemische Natur eines Körpers wird durch die chemische Analyse gefunden, welche zunächst die Natur seiner Bestandtheile und sodann ihre relativen Mengen ermittelt, und deshalb eine qualitative und quantitative ist.

Die Art und Weise, wie dies geschieht, lehrt die analytische Chemie, deren Methoden auch der Mineralog genau kennen muss, um die chemische Natur jedes Minerals durch Versuche bestimmen zu können. In sofern nun die chemische Natur eines Körpers durch Zusammenbringen desselben mit anderen Körpern (Reagentien) und häufig mit Unterstützung durch höhere Temperaturen verändert wird, treten gewisse sinnlich wahrnehmbare Erscheinungen (Reaktionen) ein, deren Gesammtheit das chemische Verhalten eines Körpers bildet, welches zur Unterscheidung der einzelnen, und namentlich der Mineralien, von grosser Wichtigkeit ist, und daher zu ihrer Charakteristik gehört.

Hieraus leuchtet der Unterschied zwischen der für die Charakteristik nothwendigen chemischen Prüfung und der vollständigen Analyse ein. Jene bezweckt nur die Hervorbringung gewisser unterscheidender Reaktionen, die oft nicht einmal von den Hauptbestandtheilen ausgehen, kann aber ebendeswegen auch nicht z. B. alle Mineralien von einander unterscheiden, da viele qualitativ und quantitativ so ähnlich zusammengesetzt sind, dass erst eine vollständige Analyse sie zu trennen vermag. Verbindet man aber die chemische Prüfung mit der Beobachtung physikalischer Eigenschaften, so lässt sich die Natur der meisten Substanzen dadurch bestimmen.

Unter den Schriften, welche diesen Gegenstand für die Mineralien behandeln, ist vorzüglich zu nennen: v. Kobell, Tafeln zur Bestimmung der Mineralien mittelst einfacher chemischer Versuche auf trocknem und nassem Wege. 2te Auflage. 1835.

Die chemische Prüfung eines Körpers kann auf trocknem und nassem Wege geschehen.

Auf trocknem Wege ermittelt man sein Verhalten in der Hitze (Schmelzbarkeit, Flüchtigkeit, Entwicklung gasförmiger Bestandtheile) für sich oder bei Gegenwart anderer Stoffe (Reagentien), indem man ihn z. B. mit Kohle glüht, mit sogenannten Flussmitteln zusammenschmilzt.

In der Regel stellt man derartige Versuche mit ganz kleinen Mengen des Körpers an, und bedient sich zur Hervorbringung einer hohen Temperatur des Löthrohrs, eines Instruments, dessen Gebrauch durch Gahn und Berzelius in die Mineralogie eingeführt, und dessen Anwendung vorzüglich durch Plattner vervollkommnet wurdé, Seine Einrichtung und Handhabung fällt aber der Chemie anheim, da es ein wesentliches Hülfsmittel für die die qualitative Analyse überhaupt ist. Hier darf nur ganz allgemein von seiner Anwendung für die chemische Prüfung insbesondere der Mineralien die Rede sein.

Die besten Schriften sind: Berzelius, die Anwendung des Löthrohrs in der Chemie und Mineralogie. 4te Auflage.
Plattner, die Probirkunst mit dem Löthrohr. 2te Auflage. 1847.

Vermöge der verschiedenen Beschaffenheit, welche man der Löthrohrflamme ertheilen kann, ist man im Stande, vermittelst derselben blos zu erhitzen, oder eine Oxydation oder Reduktion zu bewirken, wenn die Substanz einer solchen fähig ist. Man unterscheidet daher das Verhalten eines Körpers in der äusseren oder Oxydationsflamme, und in der inneren oder Reduktionsflamme.

Die chemische Prüfung auf trocknem Wege wird im Allgemeinen durch eine gewisse Reihenfolge von Versuchen ausgeführt.

a) Man erhitzt die Substanz in einer unten verschlossenen Glasröhre (kleinen Glaskolben), d. h. für sich, bei Ausschluss der Luft, und beobachtet ihr Verhalten. Man bedient sich hierbei entweder einer kleinen Weingeistlampe oder der Löthrohrflamme. Leicht schmelzbare Körper schmelzen hierbei. Viele verlieren einen Bestandtheil ganz oder theilweise (Sauerstoff, Wasser, Oxyde des Stickstoffs, Schwefel, Arsenik, Quecksilber) oder verflüchtigen sich, sublimiren (arsenige Säure, antimonige Säure, Ammoniaksalze).

b) Man erhitzt die Substanz bei Luftzutritt; man röstet sie. Dies geschieht in einer an beiden Enden offenen und schräg gehaltenen Glasröhre, wobei der atmosphärische Sauerstoff hinzutritt, oxydirend wirkt, und flüchtige Stoffe austreibt. Gasförmige Stoffe, welche sich dabei bilden, ergeben sich durch den Geruch (schweflige Säure aus Schwefelverbindungen), oder durch Reagenzpapier (Ammoniak, Fluorwasserstoffsäure) oder durch beide Kennzeichen. Verdichten sie sich an den kälteren Stellen des Glasrohrs, so bilden sie ein Sublimat, dessen Beschaffenheit beobachtet wird (antimonige und arsenige Säure aus Antimon- und Arsenikverbindungen; Quecksilber, Chlorblei etc.).

c) Man erhitzt die Substanz in einer Pincette mit Platinspitzen oder auf Platindraht vor dem Löthrohr in der äusseren Flamme. Hierdurch wird die Schmelzbarkeit oder Unschmelzbarkeit, das Ansehen der gesinterten oder geschmolzenen Probe beurtheilt. Man hat selbst versucht, wie für die Härte, so auch für die Schmelzbarkeit der Mineralien eine Skale aufzustellen, doch ist es schwer, danach geringere Unterschiede zu bestimmen. Scharfkantige Splitter sind hierbei die beste Form für die Probe, welche leicht schmelzbar ist, oder nur wenig sintert, oder nur an den Kanten schmilzt, oder unschmelzbar ist.

Manche Substanzen verändern beim Erhitzen ihre Farbe; durchsichtige werden undurchsichtig. Solche, die leichtflüssig

sind, oder beim Erhitzen in einer Glasröhre viel flüchtige Stoffe geben, pflegt man nicht auf diese Art zu prüfen.

Beim Erhitzen eines Körpers in der Pincette kann eine Färbung der äusseren Löthrohrflamme eintreten (gelb durch Natron, roth durch Lithion, Strontian, Kalk); ferner kann man ein Leuchten der Probe (bei Erden, Zinkoxyd etc.) wahrnehmen.

d) Man erhitzt die Substanz vor dem Löthrohr auf Kohle. Je nachdem man die äussere oder innere Flamme anwendet, wird bei vielen der Erfolg verschieden sein. In jener kann eine Oxydation erfolgen, und in Folge deren die Entwicklung flüchtiger Stoffe (Schwefelmetalle geben schweflige Säure; Arsenikmetalle geben Arsenikdämpfe; Antimonverbindungen geben antimonige Säure). In der inneren Flamme reduciren sich manche Oxyde und Salze, wobei die Wirkung durch die Kohle unterstützt wird (Bleioxyd, Wismuthoxyd, Zinnoxyd, arseniksaure Metallsalze etc.). In allen Fällen beobachtet man die Farbenveränderung und die Schmelzbarkeit der Probe.

e) Behandlung der Probe mit Flüssen. Viele zu klaren Gläsern schmelzende Substanzen haben die Eigenschaft, Metalloxyde in der Schmelzhitze aufzulösen, und davon gewöhnlich eine bestimmte Färbung anzunehmen, aus der man dann auf die Gegenwart des einen oder anderen schliesst. Zu Löthrohrversuchen dienen Borax und Phosphorsalz als Flussmittel, die man zuvörderst zu einer Glasperle schmilzt, worauf man etwas von dem zu prüfenden Körper darin auflöst. Häufig wirken beide gleich, zuweilen aber auch verschieden. Boraxperlen schmilzt man gewöhnlich an das Oehr eines dünnen Platindrahts, Phosphorsalzperlen auf Kohle. Das Einschmelzen der Probe geschieht stets mit der äusseren Flamme; man beobachtet die Färbung der Perle und setzt sie dann der inneren Flamme aus, wobei ihre Farbe häufig sich ändert, indem das Oxyd zu einer niedrigeren Oxydationsstufe reducirt wird. Solche Unterschiede zeigen z. B. die Verbindungen folgender Metalle:

	Boraxperle.		Phosphorsalzperle.	
	Aeussere Flamme.	Innere Flamme.	Aeussere Flamme.	Innere Flamme.
Mangan	violet	farblos	violet	farblos
Eisen	gelb	grün	gelb	röthlich
Kobalt	blau	blau	blau	blau
Nickel	rothbraun	grau	röthlich	röthlich
Uran	gelb	grün	gelbgrün	grün
Kupfer	blaugrün	roth	blau	roth
Titan	farblos	gelbbraun	farblos	violet
Wolfram	farblos	gelblichbraun	farblos	blau
Molybdän	farblos	braun	farblos	grün
Chrom	gelbgrün	grün	grün	grün.

Auf Kohle wird natürlich immer die Reduktion begünstigt; auch ein Zusatz von ein wenig Zinn zu der auf Kohle liegenden Perle in der inneren Flamme bewirkt oft fast augenblickliche Reduktion oder bestimmte Färbungen. Prüft man Schwefel- oder Arsenikmetalle, so röstet man sie vor der Behandlung mit den Flüssen, indem man sie gepulvert auf Kohle mit der äusseren Flamme so erhitzt, dass sie dabei nicht schmelzen.

Das Phosphorsalz hat noch eine specielle Anwendung zur Erkennung der Kieselsäure, welche darin unauflöslich ist. Befestigt man an eine klare Phosphorsalzperle einen dünnen Splitter einer kieselsauren Verbindung (eines Silikats), so lösen sich beim Blasen nach und nach die Basen auf, und es bleibt zuletzt die Kieselsäure in der Gestalt des Splitters (als Kieselskelett) durchscheinend zurück.

f) Behandlung mit Soda (kohlensaurem Natron). Sie dient zur Redution von Metalloxyden, und geschieht dies so, dass man die gepulverte Probe mit Soda mengt, und auf Kohle mittelst der inneren Flamme erhitzt. Dann zeigt sich ein leichtflüssiges Metall als Kugeln (Blei, Wismuth, Zinn), ein strengflüssiges als Pulver oder Blättchen, welche nach dem Absprengen der Kohle, Zerreiben im Achatmörser und Abschlemmen mit Wasser sichtbar werden (Kupfer, Eisen); ein flüchtiges aber verdampft ganz oder theilweise, und oxydirt sich in der Luft, so dass sich das Oxyd ringsum die Probe als Beschlag absetzt, dessen Farbe oft charakteristisch ist (Blei, Wismuth, Antimon, Zink). Manganhaltige Körper, mit Soda auf Platinblech mittelst der äusseren Flamme geschmolzen, liefern eine grüne Masse.

Für die Prüfung der Mineralien auf trocknem Wege ist das Löthrohr unentbehrlich, obwohl sich oft die wesentlichsten Bestandtheile dadurch schwer oder gar nicht auffinden lassen.

Auf nassem Wege prüft man eine Substanz, indem man ihr Verhalten zu Wasser, zu den Säuren und Alkalien untersucht.

Nur wenige Mineralien sind die Wasser löslich (Steinsalz, Salmiak, Eisenvitriol, Alaun etc.). Man pflegt daher bei ihrer Charakteristik in den meisten Fällen die Unlöslichkeit in Wasser nicht besonders anzuführen.

Von Säuren werden sehr viele Mineralien zersetzt, indem sie sich entweder ganz oder theilweise auflösen. Man prüft die Substanz gewöhnlich zunächst mit Chlorwasserstoffsäure, mit der man sie im gepulverten Zustande erhitzt. Man achtet dabei auf die Entwicklung gasförmiger Stoffe (Wasserstoffgas, Kohlensäure, Chlor, Schwefelwasserstoffgas); ferner auf die Farbe der Auflösung, die für gewisse Metallverbindungen charakteristisch ist. Sodann auf die Abscheidung von Bestandtheilen oder schwerlöslichen Chlorverbindungen (Chlorblei, Chlorsilber). Diejenigen Silikate, welche durch Säuren zersetzbar sind, scheiden

hierbei die Kieselsäure ab, entweder als Gallerte (sie gelatiniren), oder schleimig, oder pulverig.

Salpetersäure, welche in vielen Fällen wie Chlorwasserstoffsäure wirkt, wendet man gewöhnlich bei metallischen Verbindungen an. Schwefelmetalle geben dabei Abscheidungen von Schwefel; Schwefelblei setzt schwefelsaures Bleioxyd, Antimonverbindungen setzen antimonsaures Antimonoxyd ab.

Königswasser, eine Mischung jener beiden Säuren, wirkt wie freies Chlor, löst Schwefelmetalle oft vollkommen, andere unter Abscheidung schwerlöslicher Chlorüre auf.

Concentrirte Schwefelsäure dient in der Regel nur zur Zersetzung von Silikaten, welche den übrigen Säuren Widerstand leisten. Sie zerlegt Fluorverbindungen unter Entwicklung von Fluorwasserstoffsäure, welche Glas ätzt.

Kali, d. h. eine concentrirte Auflösung von Kalihydrat, zerlegt Metallsalze, indem es die Basen abscheidet, im Fall sie nicht auflöslich in Kali sind (Zinkoxyd, Bleioxyd). Schwefelalkalien oder Sulfhydrate (Ammoniumsulfhydrat) färben metallische Verbindungen und zersetzen natürliche Schwefelsalze, indem sie deren Basis abscheiden.

Alle weitere Prüfungen, so werthvoll sie auch für die nähere Kenntniss der Bestandtheile sein mögen, fallen doch schon in das Gebiet der chemischen Analyse, und werden besser durch ein systematisches Verfahren ersetzt, welches alle Bestandtheile auffinden und sie ihrer Menge nach bestimmen lehrt.

Berechnung von Analysen *).

Ist die Zusammensetzung eines Minerals durch die Analyse ermittelt, so müssen die erhaltenen Zahlen berechnet werden.

Jedes eigenthümliche selbstständige Mineral ist eine chemische Verbindung, und hat als solche nicht bloss eine constante Zusammensetzung, sondern es stehen auch die relativen Gewichtsmengen seiner Bestandtheile in demjenigen Verhältniss zu einander, welches durch die Aequivalente (Atomgewichte) oder deren Vielfache ausgedrückt wird. Dies aus der Analyse zu ermitteln, ist Gegenstand der stöchiometrischen Berechnung. Ist jene richtig, so müssen sämmtliche Bestandtheile ein solches einfaches Verhältniss zeigen, und ist dies nicht der Fall, so war

*) Da die vorliegende Schrift zugleich den Zweck hat, als Einleitung in das Studium der Mineralogie zu dienen, so ist in diesem Abschnitt auf die Mineralien besondere Rücksicht genommen. Es ist aber leicht einzusehen, dass die darin entwickelten Lehren auf alle chemische Verbindungen Anwendung finden.

das Untersuchte keine selbstständige chemische Verbindung, sondern ein Gemenge, wie es deren im Mineralreiche viele giebt, da theils viele Substanzen innig mit einander verwachsen vorkommen, selbst Krystalle fremde Einschlüsse enthalten, sondern auch viele Mineralien in einem mehr oder weniger zersetzten Zustande sich finden, wobei Theile der ursprünglichen und der neu entstandenen Substanz gleichzeitig neben einander liegen können.

Die qualitative Ermittelung der Bestandtheile ist oft nur der Vorläufer der quantitativen Analyse, ohne welche die Natur keiner chemischen Verbindung, sei sie ein Mineral oder künstlich erhalten, als festgestellt betrachtet werden kann.

Das vorzüglichste Werk für diesen Theil der Chemie ist: H. Rose, ausführliches Handbuch der analytischen Chemie. 2. Bände. 1851.

Um Anfängern das Verständniss dieses wichtigen Werkes zu erleichtern, schrieb der Verfasser:

1) Leitfaden für die qualitative chemische Analyse. 2te Auflage. 1847.
2) Anfangsgründe der quantitativen mineralogisch- und metallurgisch-analytischen Chemie. 1845. Das chemische Verhalten der Mineralien und eine vollständige Sammlung der Analysen derselben ist enthalten in des Verfassers: Handwörterbuch des chemischen Theils der Mineralogie. 1841. Nebst vier Supplementen. 1843—1849.

Die Resultate selbst der besten Analysen werden aber, da sie gewöhnlich aus vielfachen Operationen hervorgehen, niemals der Ausdruck der Wahrheit sein, sondern sich ihr nur mehr oder weniger nähern. Die Werthe für die Aequivalente oder Atomgewichte sind freilich auch nicht absolut richtig, aber da sie aus möglichst einfachen und mit der grössten Genauigkeit angestellten und wiederholten Versuchen abgeleitet wurden, so kommen sie doch der Wahrheit verhältnissmässig näher, als die Zahlen einer gewöhnlichen Analyse.

Nachfolgende Tafel giebt die Atomgewichte der einfachen Stoffe nach den neuesten Bestimmungen, sämmtlich bezogen auf das = 100 gesetzte Atomgewicht (Atg.) des Sauerstoffs.

Aluminium	Al	342,33	Chlor	Cl	443,28
Antimon	Sb	1612,90	Chrom	Cr	328,59
Arsenik	As	940,08	Didym		
Baryum	Ba	856,88	Eisen	Fe	350,53
Beryllium	Be	58,08	Fluor	Fl	233,80
		(190,05)	Gold	Au	2458,33
Blei	Pb	1294,50	Jod	J	1586,00
Bor	B	136,20	Iridium	Ir	1233,26
Brom	Br	999,62	Kadmium	Cd	696,76
Calcium	Ca	251,50	Kalium	K	488,85
Cer	Ce	575,00	Kiesel	Si	277,31

Kobalt	Co	369,00	Sauerstoff	O	100,00
Kohlenstoff	C	75,415	Schwefel	S	200,75
Kupfer	Cu	395,69	Selen	Se	494,58
Lanthan	La		Silber	Ag	1349,66
Lithium	Li	82,03	Stickstoff	N	175,06
Magnesium	Mg	150,00	Strontium	Sr	547,28
Mangan	Mn	345,89	Tantal	Ta	
Molybdän	Mo	575,83	Tellur	Te	802,12
Natrium	Na	290,90	Thorium	Th	744,90
Nickel	Ni	369,67	Titan	Ti	303,68
Niobium			Uran	U	746,36
Osmium	Os	1244,21	Vanadin	V	855,84
Palladium	Pd	665,84	Wasserstoff	H	12,50
Pelopium			Wismuth	Bi	1330,38
Phosphor	P	392,28	Wolfram	W	1183,00
Platin	Pt	1233,26	Yttrium	Y	402,51
Quecksilber	Hg	1250,00	Zink	Zn	406,59
Rhodium	R	651,40	Zinn	Sn	735,29
Ruthenium			Zirkonium	Zr	840,40

Man erhält nun die relative Anzahl der Atome (Aequivalente) einer Verbindung, indem man die relativen Gewichtsmengen der Bestandtheile durch das Gewicht eines Atoms (Aequivalents) derselben dividirt. Die Quotienten müssen dann unter einander in einem einfachen Verhältniss stehen, so dass, wenn der kleinste = 1 gesetzt wird, die anderen einfache ganze Zahlen sind.

Beispiele. Der Kupferkies enthält nach einer Analyse von H. Rose:

Schwefel	35,87
Kupfer	34,40
Eisen	30,47
	100,74

Es ist nun die Frage: Welches ist die relative Anzahl der Atome (Aequivalente) von Schwefel, Kupfer und Eisen in diesem Mineral?

Das Atg. des Schwefels ist = 200,75, das des Kupfers = 395,69, und das des Eisens = 350,53.

Nun ist:

$$\frac{35,87}{200,75} = 0,178 \ldots ; \quad \frac{34,40}{395,69} = 0,087 \ldots ; \quad \frac{30,47}{350,53} = 0,087 \ldots$$

Das Verhältniss 0,178 : 0,087 : 0,087 ist aber = 2,046 : 1 : 1; dies kommt dem einfachen Verhältniss 2 : 1 : 1 so nahe, dass offenbar letzteres das wahre ist, und die geringe Abweichung in den unvermeidlichen Versuchsfehlern ihren Grund hat. Man weiss nun, dass im Kupferkies 1 At. Kupfer, 1 At. Eisen

und 2 At. Schwefel enthalten sind. Drückt man dies durch die Aneinanderreihung der Symbole aus, so ist Cu, Fe, S^2 die empirische Formel des Kupferkieses.

Es ist nun leicht, zu berechnen, welches die Zusammensetzung des Kupferkieses sein muss, wenn gar kein Fehler der Analyse vorausgesetzt wird, und die Atomgewichtszahlen als streng richtig betrachtet werden. Man addirt die Gewichte von 1 At. Kupfer, 1 At. Eisen und 2 At. Schwefel, und berechnet die relativen Mengen auf 100 Theile der Verbindung.

2 At.	Schwefel	= 401,50
1 -	Kupfer	= 395,69
1 -	Eisen	= 350,53
		1147,72

$$1147{,}72 : 401{,}50 = 100 : x \quad x = 34{,}98 \text{ Schwefel}$$
$$1147{,}72 : 395{,}69 = 100 : y \quad y = 34{,}48 \text{ Kupfer}$$
$$1147{,}72 : 350{,}53 = 100 : z \quad z = 30{,}54 \text{ Eisen}$$
$$100.$$

Diese Zahlen bilden die theoretische oder die berechnete Zusammensetzung des Kupferkieses, welche man der gefundenen gegenüberzustellen pflegt, um die Abweichungen übersehen zu können.

	Gefunden:	Berechnet:
Schwefel	35,87	34,98
Kupfer	34,40	34,48
Eisen	30,47	30,54
	100,74	100.

Es wurden mithin 0,89 p. C. Schwefel zu viel, dagegen 0,08 p. C. Kupfer und 0,07 p. C. Eisen zu wenig gefunden.

Für die grosse Klasse der Sauerstoffsalze, zu denen sehr viele Mineralien gehören, ist es am bequemsten, die Atomgewichte der wichtigsten Basen und Säuren in einer Tabelle zu haben, so wie auch die Menge des Sauerstoffs, welche 100 Th. von ihnen enthalten.

	Formel	Atg. (Aeq.)	Sauerstoffprozente
Arseniksäure	$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\overline{\mathrm{As}}}$	1440,08	34,72
Baryterde	$\dot{\mathrm{Ba}}$	956,88	10,45
Bleioxyd	$\dot{\mathrm{Pb}}$	1394,50	7,15
Borsäure	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\overline{\mathrm{B}}}$	436,20	68,78
Chromoxyd	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{\overline{\mathrm{Cr}}}$	957,18	31,34
Chromsäure	$\dddot{\mathrm{Cr}}$	628,59	47,73

	Formel	Atg. (Aeq.)	Sauerstoffprozente
Eisenoxydul	$\dot{Fe}$	450,53	22,20
Eisenoxyd	$\overset{\cdots}{\overline{Fe}}$	1001,05	29,97
Kali	$\dot{K}$	588,85	16,98
Kalkerde	$\dot{Ca}$	351,50	28,45
Kieselsäure	$\overset{\cdots}{Si}$	577,31	51,96
Kohlensäure	$\ddot{C}$	275,415	72,62
Kupferoxyd	$\dot{Cu}$	495,69	20,17
Manganoxydul	$\dot{Mn}$	445,89	22,43
Natron	$\dot{Na}$	390,90	25,58
Phosphorsäure	$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\overline{P}}$	892,28	56,04
Salpetersäure	$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\overline{N}}$	675,06	74,07
Schwefelsäure	$\overset{\cdots}{S}$	500,75	59,91
Strontianerde	$\dot{Sr}$	647,29	15,45
Talkerde	$\dot{Mg}$	250,00	40,00
Thonerde	$\overset{\cdots}{\overline{Al}}$	642,33	46,70
Wasser	$\dot{\overline{H}}$	112,50	88,90
Zinkoxyd	$\dot{Zn}$	506,59	19,74

Beispiel. Nach der Analyse von Berthier besteht der Orthoklas (Feldspath) aus:

Kieselsäure	64,20
Thonerde	18,40
Kali	16,95
	99,55

Die hier zu berechnenden Quotienten sind:

für Kieselsäure $\frac{64,20}{577,31} = 0,111 \ldots$

Thonerde $\frac{18,40}{642,33} = 0,028 \ldots$

Kali $\frac{16,95}{588,85} = 0,029 \ldots$

Setzt man den kleinsten 0,028 = 1 so bilden sie das Verhältniss 3,96 : 1 : 1,03, was dem einfachen Verhältniss 4 : 1 : 1 so nahe kommt, dass dies unstreitig das richtige sein muss, und dass dieser Feldspath 1 At. Kali, 1 At. Thonerde und 4 At. Kieselsäure enthält, was die empirische Formel $\dot{K}$, $\overset{\cdots}{\overline{Al}}$, $\overset{\cdots}{Si}^{4}$ ausdrückt.

Die berechnete Zusammensetzung ist in diesem Fall:

4 At.	Kieselsäure	= 2309,24 =	65,22
1 -	Thonerde	642,33 =	18,15
1 -	Kali	588,85 =	16,63
		3540,42	100.

welche man leicht mit der gefundenen vergleichen kann.

Die Berechnung der Sauerstoffsalze kürzt man gewöhnlich dadurch ab, dass man die Sauerstoffmengen der Bestandtheile berechnet. Diese müssen in einem einfachen Verhältniss stehen.

Wählt man die zuletzt angeführte Analyse des Feldspaths als Beispiel, und entnimmt aus der obigen Tabelle, dass die Kieselsäure 51,96 p. C., die Thonerde 46,7 p. C. und das Kali 16,98 p. C. Sauerstoff enthalten, so hat man die Proportionen:

$$100 : 51,96 = 64,20 : x \quad x = 33,35$$
$$100 : 46,70 = 18,40 : y \quad y = 8,59$$
$$100 : 16,98 = 16,95 : z \quad z = 2,88$$

Es ist mithin in:

64,20	Kieselsäure	33,35	Sauerstoff
18,40	Thonerde	8,59	-
16,95	Kali	2,88	-

Es verhält sich aber 2,88 : 8,59 : 33,35 = 1 : 2,98 : 11,58, was dem einfachen Verhältniss 1 : 3 : 12 am nächsten kommt. Dies muss folglich als das wahre betrachtet werden. Nun enthält 1 At. Kali 1 At. Sauerstoff, 1 At. Thonerde 3 At. Sauerstoff, und 1 At. Kieselsäure gleichfalls 3 At. Sauerstoff; es müssen daher im Feldspath 1 At. Kali, 1 At. Thonerde und 4 At. Kieselsäure enthalten sein, was auch das Resultat der früheren Berechnung war.

Chemische Constitution der Verbindungen, insbesondere der Mineralien. Wenn eine chemische Verbindung nur aus zwei Elementen besteht, so giebt es im Allgemeinen nur eine Vorstellung von der Art und Weise ihrer gegenseitigen Verbindung. Wenn aber, wie so häufig, die Zahl der Elemente drei oder mehr beträgt, so entsteht die Frage, auf welche Weise dieselben mit einander vereinigt seien, da jede Verbindung, der elektrochemischen Theorie gemäss, eine binäre sein, d. h. aus zwei näheren Bestandtheilen bestehen muss. Die Erfahrung kann hierüber keinen Aufschluss geben, und es ist daher jede Vorstellung über die Art und Weise, wie in solchen Verbindungen die Elemente unter sich verbunden sind, d. h. ihre chemische Constitution, der Ausdruck einer Hypothese. Für die Sauerstoffsalze wird allgemein angenommen, dass in ihnen Säure und Basis als solche existiren, und wenn wir daher bei der Analyse des Feldspaths voraussetzten, dass dies Mineral aus Kieselsäure, Thonerde und Kali bestehe, so war dies schon

in Folge der herrschenden, obwohl streng genommen nicht zu beweisenden Hypothese geschehen, da man eigentlich nur berechtigt ist, zu sagen, der Feldspath bestehe aus 1 At. Kalium, 1 At. Aluminium, 4 At. Kiesel und 16 At. Sauerstoff.

Aber mit der Annahme von Kali, Thonerde und Kieselsäure ist die Constitution des Feldspaths noch nicht gegeben. Wie soll man sich dieselben gegenseitig verbunden denken? Eine Verbindung wie diese, aus einer Säure und zwei Basen bestehend, ist ein Doppelsalz. Welches sind nun die beiden einfachen Salze in demselben? Die Analyse des Feldspaths giebt darüber keinen Aufschluss, denn sie scheidet kein kieselsaures Kali und keine kieselsaure Thonerde aus ihm ab. Da Kali, Thonerde und Kieselsäure hier in dem Atomverhältniss von 1 : 1 : 4 stehen, so sind drei Fälle möglich; es können nämlich verbunden sein:

1 At. Kali mit 1 At. Kiesels.; 1 At. Thonerde mit 3 At. Kiesels.
oder
1 - - - 2 - - ; 1 - - - 2 - -
oder
1 - - - 3 - - ; 1 - - - 1 - -

Ein Fall unter diesen muss angenommen werden, aber welcher?

Bei einer näheren Vergleichung findet man leicht, dass der erste Fall der einfachste und wahrscheinlichste ist, denn bei ihm stehen beide einfache Silikate auf gleicher Sättigungsstufe (d. h. beide haben das nämliche Sauerstoffverhältniss von Basis und Säure, das von 1 : 3), was in den beiden anderen Fällen nicht eintrifft. Es verhält sich nämlich der Sauerstoff der Basis zu dem der Säure

	im Kalisilikat	im Thonerdesilikat
im ersten Fall	= 1 : 3	1 : 3
im zweiten Fall	= 1 : 6	1 : 2
im dritten Fall	= 1 : 9	1 : 1

Aus dem Grunde grösserer Wahrscheinlichkeit denkt man sich also den Feldspath als ein Doppelsilikat, in welchem 1 At. Kali mit 1 At. Kieselsäure, 1 At. Thonerde aber mit 3 At. Kieselsäure verbunden sei.

Die rationelle Formel einer chemischen Verbindung drückt ihre Constitution aus.

Die rationelle Formel des Feldspaths wird also $\dot{K}\,\dddot{Si} + \ddot{Al}\,\ddot{Si}^3$ sein.

In ähnlicher Weise gilt es nun, die rationelle Formel des Kupferkieses festzustellen, dessen empirische Cu, Fe, S^2 war. (S. 171.) Auch hier haben wir es mit drei Elementen zu thun, von denen je zwei und zwei mit einander verbunden sein müs-

sen. Da jedes der beiden Metalle ohne Zweifel als Schwefelmetall in dem Mineral vorhanden ist, so scheint es das einfachste, 1 At. Schwefel dem Kupfer, und 1 At. dem Eisen zuzutheilen, und dem Kupferkies die rationelle Formel $CuS + FeS = \overset{\prime}{Cu}\,\overset{\prime}{Fe}$ zu geben. Dies ist in der That früher geschehen; allein da man weiss, dass das Schwefelkupfer, welches in die Zusammensetzung ähnlicher Mineralien eingeht, nicht das dem Oxyd proportionale Bisulfuret $CuS = \overset{\prime}{Cu}$, sondern das Sulfuret $Cu^2S = \overset{\prime}{\not{C}u}$ ist, so nimmt man dies auch im Kupferkies an, erhöht mithin das Atg. desselben auf das Doppelte (2 At. Kupfer, 2 At. Eisen und 4 At. Schwefel), und theilt $\frac{1}{4}$ seines Schwefelgehalts dem Kupfer, $\frac{3}{4}$ dem Eisen zu. Hiernach ist seine rationelle Formel $Cu^2S + Fe^2S^3 = \overset{\prime}{\not{C}u}\,\overset{\prime\prime\prime}{\not{F}e}$, und sein Atg. = 2295,44.

Die rationelle Formel einer Verbindung giebt daher die relative und absolute Anzahl der Atome ihrer Bestandtheile an,

Aus dem Vorhergehenden folgt, dass die Constitution einer Verbindung, so nothwendig es ist, sie aufzusuchen, doch immer hypothetisch bleibt, und es Fälle geben kann, in denen es zweifelhaft ist, welcher Ansicht der Vorzug gebühre. Dies findet nun ganz vorzüglich bei den unter den Mineralien sehr zahlreichen Doppelsalzen der Kieselsäure statt,

Wenn sich beim Feldspath die Ansicht zu Gunsten des ersten Falls entschieden hatte, so kam dies daher, weil dann beide Silikate zu gleichen Sättigungsstufen wurden. Eine derartige Vertheilung der Säure unter die beiden Basen ist aber oft gar nicht möglich. Gesetzt, man habe durch die Analyse eines Minerals gefunden, dass es aus 3 At. Kali, 2 At. Thonerde und 7 At. Kieselsäure bestehe, oder dass sich die Sauerstoffmengen dieser Körper = 3 : 6 : 21 = 1 : 2 : 7 verhalten, so sind streng genommen sechs Formeln möglich, nämlich:

		Sauerstoffverhältniss von Basis und Säure im Kalisilikat:	im Thonerdesilikat:
1)	$\dot{K}^3\dddot{Si} + 2\dddot{Al}\dddot{Si}^3$	1 : 1	1 : 3
2)	$\dot{K}^3\dddot{Si}^2 + \dddot{Al}^2\dddot{Si}^5$	1 : 2	2 : 5
3)	$3\dot{K}\,\dddot{Si} + 2\dddot{Al}\,\dddot{Si}^2$	1 : 3	1 : 2
4)	$\dot{K}^3\dddot{Si}^4 + \dddot{Al}^2\dddot{Si}^3$	1 : 4	2 : 3
5)	$\dot{K}^3\dddot{Si}^5 + 2\dddot{Al}\,\dddot{Si}$	1 : 5	1 : 1
6)	$3\dot{K}\,\dddot{Si}^2 + \dddot{Al}^2\dddot{Si}$	1 : 6	2 : 1

In keiner einzigen stehen aber beide Glieder auf derselben Sättigungsstufe. No. 2. und 5. würden ganz unwahrscheinliche Verbindungen voraussetzen; diese bleiben also unberücksichtigt.

No. 4. und 6. würden Verbindungen sehr saurer Salze mit sehr basischen darstellen, eine Vertheilung der Säure, die gleichfalls weder wahrscheinlich noch den Gesetzen der chemischen Anziehung gemäss ist. No. 1. stellt das Kali, eine starke Basis, auf eine niedere, die Thonerde aber, eine schwache Basis, auf eine höhere Sättigungsstufe, was gleichfalls ihren Affinitäten widerspricht. Es bleibt also nur der Fall No. 3. übrig, so dass diese Formel als die bei weitem wahrscheinlichste betrachtet wird.

Es ist daher eine allgemeine Regel, den gemeinsamen elektronegativen Bestandtheil unter zwei elektropositive so zu vertheilen, dass die einzelnen Glieder eine möglichst einfache, dabei entweder gleichartige oder doch nicht sehr verschiedene Zusammensetzung erhalten, und dass dabei die Stärke der Affinitäten in Betracht kommt. Bei Sauerstoffdoppelsalzen muss daher darauf gesehen werden, dass das Sauerstoffverhältniss in beiden Gliedern ein wahrscheinliches, d. h. möglichst einfaches sei; dass beide entweder auf gleicher Sättigungsstufe oder wenigstens auf naheliegenden stehen, und dass im letzteren Fall der stärkeren Basis mehr Säure zugetheilt werde, als der schwächeren.

Beziehungen zwischen Krystallform und Zusammensetzung.

Heteromorphie.

Die grosse Mehrzahl der krystallisirenden Substanzen, sie seien einfache oder chemische Verbindungen, hat nur eine bestimmte Krystallform nebst den krystallographisch davon ableitbaren Formen. Einige jedoch zeigen die merkwürdige Erscheinung, dass ihre Krystalle, wenn sie sich unter verschiedenen äusseren Umständen bilden, bei gleicher chemischer Beschaffenheit geometrisch und physikalisch verschieden sind. Solche Substanzen nennt man heteromorphe. Die geometrische Verschiedenheit zeigt sich entweder darin, dass die Krystallformen der Substanz verschiedenen Krystallsystemen angehören, oder darin, dass, wenn auch ihr System (ein ungleichaxiges) dasselbe ist, die verschiedenen Formen sich nicht geometrisch von einander ableiten lassen, d. h., dass ihre Axenverhältnisse irrational sind. Am gewöhnlichsten ist der Fall zweier verschiedenen Formen, oder die Dimorphie; man kennt jedoch auch Beispiele von Trimorphie.

Heteromorphe Körper zeigen nothwendig eine Verschiedenheit in ihren physikalischen Eigenschaften, zunächst in denjenigen, welche an die Krystallform gebunden sind, wie z. B. in den optischen. Sodann aber auch in anderen, wie Farbe, Härte,

Dichtigkeit, specifischer Wärme u. s. w., und zwar sind diese Unterschiede zuweilen so gross, dass ihr Ansehen durchaus nicht an die Identität ihrer chemischen Beschaffenheit erinnert.

Das erste von Mitscherlich nachgewiesene Beispiel von Dimorphie lieferte der Schwefel. Diejenigen Schwefelkrystalle, welche durch Schmelzung und langsame Abkühlung sich bilden, gehören zum zwei- und eingliedrigen System, und stellen gewöhnlich nadelförmig verlängerte rhombische Prismen mit schiefer Endfläche dar. Löst man dagegen Schwefel in einem passenden Lösungsmittel, z. B. in Schwefelkohlenstoff, auf, und lässt ihn bei gewöhnlicher Temperatur herauskrystallisiren, so erhält man ihn in Rhombenoktaedern, d. h. in Formen des zweigliedrigen Systems. Beide Formen sind durchaus verschieden, und lassen keine Ableitung der einen aus der anderen zu.

Der natürliche Schwefel besitzt die zweigliedrige Form, und seine Krystalle haben sich, wie man auch aus anderen Gründen schliessen darf, gleichfalls bei Temperaturen unterhalb seines Schmelzpunkts (111°) gebildet. Beide Arten von Schwefelkrystallen unterscheiden sich physikalisch, z. B. im specifischen Gewicht und in der specifischen Wärme; die zwei- und eingliedrigen verlieren sehr bald Glanz und Durchsichtigkeit, was bei den zweigliedrigen nicht der Fall ist.

Ein anderes sehr interessantes Beispiel eines dimorphen Körpers ist der kohlensaure Kalk. Am häufigsten und am längsten bekannt ist er in der Form des Kalkspaths, d. h. rhomboedrisch krystallisirend, und obwohl er als solcher einen ausserordentlichen Formenreichthum zeigt, so stehen doch alle seine Formen in geometrischer Beziehung zu einander, und lassen sich von einem als Grundform gewählten Rhomboeder, dessen Endkantenwinkel = 105° 5′ ist, leicht und bequem ableiten. Später entdeckte man ein nach dem ersten Fundort Aragonit genanntes Mineral, welches dem Kalkspath nicht im geringsten ähnlich ist, im zweigliedrigen System (in rhombischen Prismen von 116° u. s. w.) krystallisirend, von eigenthümlichem optischem Verhalten, von anderer Härte, anderem Glanz, specifischem Gewicht u. s. w., allein die chemische Untersuchung bewies, dass es gleich dem Kalkspath kohlensaurer Kalk, und zwar ebenfalls eine Verbindung von je 1 Atom beider Bestandtheile ist. Da man zu jener Zeit an dem Grundsatz festhielt, dass Ungleichheit der Krystallform eine Folge von Verschiedenheit in der Zusammensetzung sei, so bemühte man sich, eine solche beim Kalkspath und Aragonit nachzuweisen, und dies schien in der That durch Analysen von Stromeyer erreicht zu sein, indem sich im Aragonit ein freilich nur sehr geringer Gehalt von kohlensaurem Strontian fand. Da nun dieses Salz für sich (als Strontianit) fast genau die Form des Aragonits hat, so nahm man an, dass jene kleinen Mengen von kohlensaurem Strontian dem kohlensauren

Kalk ihre eigene Form, d. h. die Aragonitform, gleichsam aufgedrungen hätten.

Allein spätere Untersuchungen bewiesen, dass nicht alle Aragonite strontianhaltig sind, und endlich zeigte G. Rose, dass man den kohlensauren Kalk willkührlich in der Form von Kalkspath oder von Aragonit erhalten kann, je nachdem man Auflösungen von einem Kalksalze und einem kohlensauren Alkali kalt oder siedendheiss vermischt. Der Niederschlag besteht, unter dem Mikroskop betrachtet, im ersten Fall aus Rhomboedern, im letzten aus zweigliedrigen Prismen.

Die wichtigsten Beispiele von Heteromorphie sind folgende:

A. Dimorphie.

Schwefel. a) zweigliedrig; sp. Gew. = 2,045 — 2,066. b) zwei- und eingliedrig; sp. Gew. = 1,982. Die specifische Wärme beider ist = 1,021 : 1.

Kohlenstoff. a) regulär als Diamant; sp. Gw. = 3,55; b) sechsgliedrig (?) als Graphit; sp. G. = 2,09.

Bleioxyd. Aus der Auflösung in Kali krystallisirt es theils in gelben Rhombenoktaedern, theils in rothen schuppigen Massen, deren Form noch nicht bekannt ist.

Zinnoxyd. a) viergliedrig als Zinnstein; b) zweigliedrig bei der Zersetzung von Zinnchlorid durch Wasserdampf (nach Daubrée).

Arsenige Säure. a) regulär, als Oktaeder, b) seltener zweigliedrig von der Form des Weissspiessglanzerzes.

Antimonige Säure. a) selten regulär, neuerlich auch als Mineral (in Algerien) gefunden. b) zweigliedrig als Weissspiessglanzerz.

Kupfersulfuret. a) zweigliedrig als Kupferglanz; b) regulär (Oktaeder) bei künstlicher Bildung durch Erhitzen von Kupfer mit Schwefel.

Eisenbisulfuret. a) regulär als Eisenkies (Schwefelkies); sp. G. = 4,8 — 5,0. b) zweigliedrig (Prismen von 106°) als Strahlkies; sp. G. = 4,7 — 4,8.

Quecksilberchlorid. a) das sublimirte, und b) das aus Alkohol krystallisirte sind zwar beide zweigliedrig, erscheinen jedoch verchieden.

Quecksilberjodid.) a) rothes, aus einer Auflösung oder durch Sublimation in gelinder Wärme erhalten, ist viergliedrig; b) gelbes, in stärkerer Hitze sublimirt, ist zweigliedrig.

Kohlensaurer Kalk. a) sechsgliedrig-rhomboedrisch, als Kalkspath; sp. G. =2,72. b) zweigliedrig, als Aragonit; sp. G. = 2,95.

Salpetersaures Kali. a) zweigliedrig; b) selten rhomboedrisch.

Einfach phosphorsaures Natron (sogenanntes saures ph. N.). a) zweigliedrig, Prisma a : b : ∞c : = 93° 54′; b) zweigliedrig, Prisma a : b : ∞c = 101° 30′.

Drittelsilikat von Basen $\dot{R}$ und $\dddot{R}$, nach der Formel $\dot{R}^3 \dddot{S}i + \dddot{R}\dddot{S}i$. a) regulär als Granat; sp. Gew. = 3,5 — 4,3. b) viergliedrig als Vesuvian; sp. G. = 3,3 — 4,0. Dieser Fall von Dimorphie bedarf jedoch noch näherer Untersuchung, da es scheint, als habe der Vesuvian eine andere Zusammensetzung.

B. Trimorphie.

Titansäure. a) zweigliedrig als Brookit (Arkansit) *); sp. Gew. = 4,0 — 4,2. b) viergliedrig als Anatas; a : c = 1 : 1,77; sp. Gw. = 3,8 — 4,0. c) viergliedrig als Rutil; a : c = 1 : 0,63; sp. G. = 4,2 — 4,3.

Schwefelsaures Nickeloxyd ($\dot{N}i\dddot{S} + 7\dot{H}$). a) viergliedrig, bei 15—20° aus sauren Lösungen krystallisirend; a : c = 1 : 1,906; b) zweigliedrig, aus neutralen Lösungen; Prisma a : b : ∞c = 90° 38′. c) zwei- und eingliedrig, wenn das Salz mit schwefelsaurem Eisenoxydul zusammen krystallisirt.

Die Ursache der Heteromorphie ist zunächst in einer Verschiedenheit der äusseren Umstände beim Krystallisiren zu suchen, und besonders in Temperaturunterschieden, wie die Beispiele vom Schwefel, Quecksilberjodid, kohlensaurem Kalk und der antimonigen Säure beweisen, obwohl auch noch andere Einflüsse dabei wirksam sind.

Zuweilen lässt sich eine Form eines heteromorphen Körpers in eine andere überführen, ohne dass der Aggregatzustand des letzteren dabei verändert wird.

Die durch Schmelzung erhaltenen zwei- und eingliedrigen Schwefelkrystalle verlieren sehr bald ihre Durchsichtigkeit, wobei es scheint, als ob sie sich in ein Aggregat sehr kleiner zweigliedriger Krystalle verwandelten. Die zweigliedrigen Krystalle des schwefelsauren Nickeloxyds werden am Licht, besonders im direkten Sonnenlicht, trübe, und bestehen dann aus einem Aggregat von Quadratoktaedern, wobei der Wassergehalt derselbe bleibt. Die gelben Krystalle von Quecksilberjodid werden beim Berühren, Ritzen, Reiben oder Erwärmen roth. Der aus heisser Auflösung in der Aragonitform gefällte kohlensaure Kalk verwandelt sich in der erkaltenden Flüssigkeit in Rhomboeder des Kalkspaths, was jedoch nicht geschieht, wenn man ihn sogleich nach seiner Bildung von der Flüssigkeit trennt und trocknet.

---

*) Auch die durch Zersetzung von Titanchlorid durch Wasserdampf erhaltene Titansäure soll diese Form haben.

Berzelius beobachtete schon, dass Aragonitkrystalle beim Erhitzen aufschwellen, und in ein grobes Pulver zerfallen, und G. Rose bewies, dass letzteres das specifische Gewicht des Kalkspaths hat, obgleich man die rhomboedrische Form an ihm noch nicht beobachten konnte.

Isomorphie.

Man hat früher ganz allgemein angenommen, dass Körper von gleicher Krystallform auch chemisch gleich, d. h. identisch seien.

Dieser Satz musste indessen von jeher auf die ungleichaxigen Krystalle beschränkt bleiben, denn die Formen des regulären Systems bieten zahlreiche Belege dafür, dass dieselbe Form ganz verschiedenen Körpern zukommt. So sehen wir Flussspath, Steinsalz, Bleiglanz, Würfelerz, Jodkalium, Gold, Silber in Würfeln, Spinell, Magneteisen, Alaun, Diamant, Kaliumplatinchlorid, arsenige Säure, salpetersaures Bleioxyd in Oktaedern, Fahlerz Kupferchlorür und Natriumsulfantimoniat in Tetraedern, Leucit und Granat in Leucitoedern krystallisiren.

Später fand man jedoch auch in den übrigen Krystallsystemen bei Mineralien und künstlichen Verbindungen zahlreiche Beweise, dass zwei oder mehrere chemisch verschiedene Körper gleiche Krystallform besitzen. Beispiele von Mineralien sind: Apatit und Pyromorphit; Korund und Eisenglanz; Kalkspath, Spatheisenstein, Zinkspath, Manganspath, Magnesit und Bitterspath; lichtes und dunkles Rothgültigerz; Zinnstein und Rutil; Aragonit, Strontianit, Witherit und Weissbleierz; Schwerspath, Cölestin und Bleivitriol. Unter den künstlichen Verbindungen nennen wir: schwefelsaures, selensaures und chromsaures Kali; schwefelsaures Natron (wasserfrei) und schwefelsaures Silberoxyd; Bittersalz und Zinkvitriol; Kupfervitriol und schwefelsaures Manganoxydul (mit 5 At. Wasser); phosphorsaures und arseniksaures Natron. Selbst unter den einfachen Körpern giebt es Fälle der Art. Arsenik, Antimon, Tellur und Wismuth haben dieselbe Form.

Dass Gleichheit der Krystallform bei chemisch verschiedenen Substanzen nichts Zufälliges sei, lässt sich schon aus ihrem häufigen Vorkommen schliessen. Das Gesetz aber, welches den inneren Grund dieser Erscheinung ausspricht, ist erst von Mitscherlich gefunden worden, und hat auf die Chemie und Mineralogie den grössten Einfluss gehabt. Es ist das Gesetz der Isomorphie, welches heisst: Wenn chemische Verbindungen aus einer gleichen Anzahl von (chemisch verschiedenen) Elementaratomen bestehen, welche auf gleiche

Weise mit einander verbunden sind, so haben sie gleiche Krystallform. Da die Art und Weise, wie man sich die einfachen Atome einer Verbindung gruppirt denkt, ihre Constitution bedingt, so kann man auch das Gesetz der Isomorphie so ausdrücken: Körper von gleicher Constitution (analoger Zusammensetzung) haben gleiche Krystallform.

Man nennt solche Körper isomorphe (gleichgestaltete).

So vielfach man auch dieses Gesetz angewandt hat, selbst als ein Hülfsmittel, die relative und absolute Anzahl der Atome in einer Verbindung zu bestimmen, so muss man sich doch daran erinnern, dass unsere Vorstellungen über die Constitution chemischer Verbindungen fast immer rein hypothetisch sind.

Man hat z. B. gefunden, dass die neutralen Salze des Kalis von Schwefelsäure, Selensäure und Chromsäure gleiche Krystallform besitzen, d. h. isomorph sind, woraus dem obigen Gesetze gemäss folgt, dass alle diese Säuren eine analoge Zusammensetzung haben müssen. Da nun die Schwefelsäure als eine Verbindung von 1 At. Schwefel und 3 At. Sauerstoff betrachtet werden muss, so folgt, dass auch Selensäure und Chromsäure aus 1 At. Radikal und 3 At. Sauerstoff bestehen, dass jene Salze den allgemeinen Ausdruck $\dot{K}\dddot{R}$ haben, und sich also nur durch die Beschaffenheit des Säureradikals unterscheiden. Diese Folgerungen sind um so wahrscheinlicher, als auch anderweitige Gründe dafür sprechen, dass Selensäure und Chromsäure aus 1 At. Radikal und 3 At. Sauerstoff bestehen.

Ein anderes sehr schönes Beispiel liefern die phosphorsauren und arseniksauren Salze. Das gewöhnliche phosphorsaure Natron hat dieselbe Krystallform wie das arseniksaure Natron. Beide enthalten gegen 2 At. Natron 1 At. Säure und 25 At. Wasser, und der Sauerstoff von Basis und Säure ist bei beiden = 2 : 5. Phosphorsaures und arseniksaures Bleioxyd, welche im Mineralreich mit Chlorblei verbunden als Pyromorphit und Mimetesit vorkommen, und in denen der Sauerstoff von Basis und Säure sich = 3 : 5 verhält, haben dieselbe sechsgliedrige Form. Nun sprechen alle Gründe dafür, dass beide Säuren aus 1 At. Radikal und 5 At. Sauerssoff bestehen, so dass ihre Constitution und die jener isomorphen Salze eine gleiche ist.

Das Eisenoxyd findet sich in der Natur krystallisirt als Eisenglanz in Formen, denen ein Rhomboeder mit dem Endkantenwinkel von 86° zum Grunde liegt. Die Thonerde krystallisirt als Korund in demselben Rhomboeder. Da das Eisenoxyd anderthalbmal so viel Sauerstoff als das Eisenoxydul enthält, und dieses als eine Verbindung von 1 At. Eisen und 1 At. Sauerstoff betrachtet wird, so muss jenes nothwendig aus 2 At. Eisen und 3 At. Sauerstoff bestehen. Seine Isomorphie mit der Thonerde hat nun die Annahme zur Folge gehabt, dass auch sie aus

2 At. Aluminium und 3 At. Sauerstoff bestehe, ungeachtet keine niedrigere Oxydationsstufe des Aluminiums bekannt ist.

In allen diesen Fällen hat man offenbar den Schluss gezogen: Wenn Körper gleiche Krystallform haben, so sind sie analog zusammengesetzt, oder von gleicher chemischer Constitution, d. h. sie enthalten eine gleiche Anzahl in gleicher Art mit einander verbundener Atome.

Wie schon im Früheren bemerkt wurde, findet dieser Satz auf die Formen des regulären Systems keine Anwendung. Allein dennoch giebt es auch unter ihnen Fälle von wahrer Isomorphie. Die verschiedenen Alaunarten bilden eine isomorphe Gruppe; ihre Zusammensetzung lässt sich ganz allgemein durch die Formel $(\dot{R}\dddot{S} + \dddot{\bar{R}}\dddot{S}^3) + 24\dot{H}$ ausdrücken, worin $R = 1$ At. Kalium, Natrium oder Ammonium; $\bar{R} = 2$ At Aluminium, Eisen oder Chrom ist. Unter den Mineralien findet sich eine andere Gruppe vorzugsweise oktaedrisch krystallisirender Substanzen von der allgemeinen Formel $\dot{R}\dddot{\bar{R}}$, in welcher das erste Glied Talkerde oder Eisenoxydul oder Zinkoxyd, das zweite Thonerde oder Eisenoxyd oder Chromoxyd ist, und wohin Spinell, Magneteisen, Chromeisen, Gahnit u. s. w. gehören. Auch Verbindungen von entfernterer Analogie ihrer Bestandtheile, wie Chlornatrium, Flussspath (Fluorcalcium, CaFl) und Bleiglanz (Schwefelblei, PbS), die vorherrschend in Würfeln krystallisiren, scheinen isomorph zu sein, da sie sämmtlich aus 1 At. Metall und 1 At. des elektronegativen Elements bestehen.

Es giebt indessen auch in den übrigen Systemen Fälle, wo die gleiche chemische Constitution dennoch keine Isomorphie, d. h. Gleichheit der Krystallform zur Folge hat. Das Manganoxyd ($\dddot{\bar{Mn}}$) hat die Zusammensetzung des Eisenoxyds, des Chromoxyds und der Thonerde; allein das natürlich vorkommende, der Braunit, ist viergliedrig. Das Manganoxydoxydul, der Hausmannit, krystallisirt in demselben System, obwohl es mit dem Eisenoxydoxydul (Magneteisen) und überhaupt mit der Gruppe $\dot{R}\dddot{\bar{R}}$ isomorph sein sollte. Wasserfreies schwefelsaures Natron ist nicht isomorph mit schwefelsaurem Kali, ungeachtet doch beide Alkalien die grösste Analogie haben. Der Eisenvitriol $(\dot{F}e\dddot{S} + 7\dot{H})$ krystallisirt nicht wie der Zinkvitriol $(\dot{Z}n\dddot{S} + 7\dot{H})$, und solcher Fälle giebt es noch manche andere.

Der Grund dieser Erscheinung liegt offenbar in einer Heteromorphie der betreffenden Verbindungen. Wahrscheinlich kennen wir von dem einen Körper nur die eine, von dem anderen nur die andere Form. Man muss daher glauben, dass es ein rhomboedrisches Manganoxyd, oder ein viergliedriges Eisenoxyd giebt; dass das schwefelsaure Natron auch in der Form von

schwefelsaurem Kali, und umgekehrt, existirt, dass sowohl der Eisenvitriol als auch der Zinkvitriol wenigstens dimorph sind u. s. w.

Die Erfahrung hat dies in der That schon nachgewiesen. Wäre der kohlensaure Kalk nur als Kalkspath bekannt, so müsste es befremden, warum der kohlensaure Baryt (Witherit) und der kohlensaure Strontian (Strontianit) nicht mit ihm isomorph sind. Nun haben aber diese beiden Carbonate die Form des Aragonits, welcher die andere Form des dimorphen kohlensauren Kalks ist. Aehnlich würde es sein, wenn man die arsenige Säure nur regulär, die antimonige Säure nur zweigliedrig kennte, während man später jene auch zweigliedrig, diese regulär krystallisirt gefunden hat.

Man hat oft aus der Isomorphie von Verbindungen auf die Isomorphie ihrer Bestandtheile geschlossen, obwohl mit Unrecht. Phosphor- und arseniksaure Salze sind isomorph, nicht aber Phosphor und Arsenik. Talkerde- und Zinkoxydsalze sind isomorph, nicht aber beide Basen für sich. Möglicherweise kann auch diese Erscheinung eine Folge von Heteromorphie sein, da auch Beispiele vom Gegentheil bekannt sind (arsenige Säure und antimonige Säure; Arsenik und Antimon).

Isomorphe Körper haben gleiche Krystallform. Was heisst aber gleiche Krystallform?

Jeder Körper erscheint in einer mehr oder minder grossen Zahl einfacher Formen und deren Combinationen. Alle bei ihm vorkommenden einfachen Formen stehen unter sich in der bestimmten Beziehung, dass die Axenverhältnisse ihrer Flächen rational sind.

Isomorph im weitesten Sinne des Worts sind folglich alle Körper, deren Krystallformen gleiche oder rationale Axenverhältnisse haben. Hierbei kann der Fall eintreten, dass die äussere Form beider keineswegs gleich ist, dass der eine Flächen zeigt, die bei dem anderen zwar krystallonomisch möglich, jedoch bisher noch nicht beobachtet sind.

Ein Beispiel dieser Art sind Augit und Hornblende. Bei jenem findet man fast ausschliesslich ein rhombisches Prisma von 87° und 93°, bei dieser ein solches von $124\frac{1}{2}$° und $55\frac{1}{2}$°. Das gewöhnliche augitartige Paar des Augits hat einen Winkel von fast 121°, das der Hornblende einen von $148\frac{1}{2}$°. Die Formen beider Mineralien sind daher durchaus nicht gleich. Allein das Augitprisma ist das zweifach schärfere von dem Hornblendeprisma, und in demselben gegenseitigen Verhältniss stehen die beiden Augitpaare. Mit einem Worte, die Axen beider Körper stehen in dem Verhältniss, dass a und c gegenseitig gleich, b beim Augit aber nur $\frac{1}{2}$b der Hornblende ist. Von den übrigen vorkommenden Flächen sind einige beiden gemeinschaftlich, andere dagegen hat man nur bei dem einen oder dem anderen

Körper beobachtet. Augit und Hornblende sind folglich isomorph, ungeachtet die Ausbildung ihrer Krystalle verschieden ist.

Indessen haben viele Mineralogen und Chemiker den Begriff von Isomorphie nicht in diesem weiteren Sinne aufgefasst, sondern nur solche Körper isomorph genannt, welche 1) wirklich gleiche Formen (d. h. ein und dasselbe Axenverhältniss), und 2) gleiche Spaltbarkeit besitzen. Dieser letztere Punkt ist es besonders, auf den man Werth gelegt hat. Man kann die Körper, welche diese Bedingungen erfüllen, isomorph im engeren Sinne des Worts nennen. Sie sind es auch vorzüglich gewesen, welche die Kenntniss der Isomorphie hervorgerufen und erweitert haben.

Aber auch in diesem Fall ist die Isomorphie keine vollständige, wenigstens bei den ungleichaxigen Formen. Nur im regulären System darf man eine solche suchen, während sie sonst eigentlich nur eine Homöomorphie ist, da die Neigungswinkel gleichwerthiger Flächen bei isomorphen Krystallen, weit entfernt, immer gleich zu sein, in der Regel Differenzen bis zu einem Grad, ja nicht selten bis zu mehreren Graden zeigen, ihre Axenverhältnisse also nur annähernd gleich oder proportional sind.

So ist z. B. der Endkantenwinkel des Hauptrhomboeders bei der schönen Gruppe isomorpher Carbonate durchaus nicht gleich, sondern differirt um $2\frac{1}{2}°$.

Kalkspath	105°	5′
Manganspath	106	51
Eisenspath	107	0
Magnesitspath	107	25
Zinkspath	107	40

Der Winkel des Prismas $a : b : \infty c$ ist bei den zweigliedrigen Carbonaten:

Aragonit	116°	16′
Weissbleierz	117	14
Strontianit	117	16
Witherit	118	30

Diese Differenzen sind nicht blos auf Rechnung von Beobachtungsfehlern oder unvollkommener Flächenausbildung zu setzen, sondern sie haben einen bestimmten Grund. Entweder liegt derselbe in der chemischen Verschiedenheit der Atome, in Folge deren die Richtung, in welcher sie sich regelmässig gruppirt haben, nicht ganz dieselbe war, oder in Temperaturunterschieden bei der Bildung isomorpher Krystalle. Aus dem Früheren ist bekannt, dass durch Erwärmung eines Krystalls die Winkel, d. h. die Axen sich ändern; es ist daher wohl anzunehmen, dass isomorphe Krystalle, welche ursprünglich bei verschiedenen Temperaturen sich gebildet haben, auch wirklich gleiche Form besassen, später aber, als sie sämmtlich eine und dieselbe Temperatur annahmen, ungleich werden mussten.

Hat sich z. B. Zinkspath bei einer höheren Temperatur als Kalkspath gebildet, so kann sein ursprünglicher Rhomboederwinkel von 105° 5′ durch die Abkühlung sich möglicherweise bis auf 107° 40′ vergrössert haben.

Isomorphe Mischungen. Befinden sich zwei oder mehrere isomorphe Körper in einer gemeinsamen Auflösung, so erhält man aus derselben Krystalle, deren jeder sämmtliche isomorphe Substanzen enthält. Bringt man einen Krystall in die Auflösung einer isomorphen Verbindung, so vergrössert sich jener durch die Masse der letzteren, als wäre sie seine eigene. *Isomorphe Körper krystallisiren zusammen,* und bilden so *isomorphe Mischungen.*

Beispiele. Löst man Zinkvitriol und Bittersalz gemeinschaftlich in Wasser auf, so erhält man Krystalle von der Form dieser beiden isomorphen Salze, deren jeder einzelne sowohl Zinkoxyd wie Talkerde enthält. Dasselbe ist der Fall, wenn eine Mischung von schwefelsaurem und chromsaurem Kali krystallisirt. Bringt man ein Oktaeder von Chromalaun in die gesättigte Auflösung von gewöhnlichem Alaun, so wird es sich vergrössern, gerade wie in seiner eigenen Auflösung; das so entstandene Oktaeder, welches einen violetten Kern in einer durchsichtigen farblosen Hülle einschliesst, wird in einer Auflösung von Eisenalaun sich von neuem vergrössern.

In diesem letzteren Fall besteht der Krystall der isomorphen Mischung offenbar aus einzelnen Schichten der isomorphen Körper; er ist in seinen einzelnen Theilen nicht von homogener Mischung. Ob es sich bei den aus gemeinsamer Auflösung erhaltenen Krystallen ebenso verhält, oder ob hier die isomorphen Atome sich berühren, ist bisjetzt nicht untersucht, und würde sich auch schwer ermitteln lassen, da ein solcher Krystall in der Regel nicht gross genug ist, um ihn an einzelnen Stellen analysiren zu können.

Unter den Mineralien, besonders unter den Silikaten, kommen die zahlreichsten Fälle von isomorphen Mischungen vor. Die *Augite* sind z. B. solche, in denen Kalkbisilikat, Talkerdebisilikat und Eisenoxydulbisilikat gewöhnlich sich vereinigt finden. Aber auch unter den übrigen finden sie sich. Der Bitterspath ist eine Mischung der isomorphen Verbindungen $\dot{Ca}\ddot{C}$ und $\dot{Mg}\ddot{C}$; der Spatheisenstein enthält stets neben $\dot{Fe}\ddot{C}$ das isomorphe $\dot{Mn}\ddot{C}$; viele sogenannte Braunbleierze enthalten neben $\dot{Pb}^3\overset{\cdot\cdot\cdot}{\ddot{P}}$ auch $\dot{Pb}^3\overset{\cdot\cdot\cdot}{\ddot{As}}$.

In allen gleichförmigen isomorphen Mischungen (aus gemeinschaftlicher Auflösung krystallisirt) findet man die isomorphen Glieder häufig in sehr einfachen Atomverhältnissen.

So besteht der *Bitterspath* aus kohlensaurem Kalk und

kohlensaurer Talkerde in dem Verhältniss von 1 At. : 1 At., 3 At. : 2 At., 2 At. : 1 At., 1 At. : 3 At. u. s. w. Es giebt Augite, welche 1 At. $\dot{Ca}^3\ddot{Si}^2$ gegen 1 At. $\dot{Mg}^3\ddot{Si}^2$ enthalten.

Häufiger aber sind diese Verhältnisse nicht so einfach; m At. des einen Körpers finden sich gegen n At. des anderen, und wenn die eine dieser Grössen gegen die andere sehr klein ist, so stellt der betreffende isomorphe Mischungstheil nur eine kleine Quantität in der ganzen Mischung dar. Man hat ihn daher früher wohl für unwesentlich, für eine Verunreinigung der überwiegenden Substanz gehalten.

Wenn zwei (oder mehrere) Verbindungen von gleicher Constitution isomorph sind, so kann die Verschiedenheit der Bestandtheile in einem oder in beiden liegen. So kann isomorph sein die Verbindung:

$A + B$ mit $A + B'$
$A + B$ mit $A' + B$
$A + B$ mit $A' + B'$

Es ist also entweder der elektropositive oder der elektronegative Bestandtheil, oder es sind beide verschiedener Natur.

Beispiele für den ersten Fall geben: $\dot{Ca}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}$ und $\dot{Ca}^3\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}$, oder $\dot{Fe}\dddot{\overline{Fe}}$ und $\dot{Fe}\dddot{\overline{Cr}}$; für den zweiten: $\dot{Na}\ddot{S}$ und $\dot{Ag}\ddot{S}$, oder $\dot{Ca}\ddot{C}$ und $\dot{Mg}\ddot{C}$; für den dritten: $\dot{Ag}\ddot{S}$ und $\dot{Na}\ddot{Se}$, oder Thonerde-Kalialaun, und Chrom-Ammoniakalaun u. s. w.

Da isomorphe Körper aus einer gleichen relativen Anzahl von Atomen bestehen, so muss auch in jeder isomorphen Mischung die Summe der At. der elektropositiven Bestandtheile zu der Summe der At. der elektronegativen Bestandtheile in demselben Verhältniss stehen, wie in jedem der isomorphen Mischungstheile für sich.

Angenommen, ein Spatheisenstein wäre so zusammengesetzt, dass man ihn durch $15\dot{Fe}\ddot{C} + 7\dot{Mn}\ddot{C} + \dot{Mg}\ddot{C}$ bezeichnen müsste. Er enthält dann $15 + 7 + 1 = 23$ At. Basis gegen 23 At. Säure, d. h. 1 At. gegen 1 At., gerade wie jedes der isomorphen Carbonate für sich.

Dies ist der Grund, weshalb man gewöhnlich die isomorphen Mischungen als einfache Verbindungen betrachtet, die verschiedenartigen Bestandtheile isomorphe Bestandtheile nennt, und sich vorstellt, dass eine gewisse Menge des elektropositiven oder elektronegativen Bestandtheils der vorherrschenden Verbindung durch einen solchen isomorphen Bestandtheil ersetzt odes vertreten sei.

Gesetzt, man habe als Bestandtheile eines Bitterspaths gefunden:

Kohlensäure	45,41
Kalkerde	34,80
Talkerde	12,37
Eisenoxydul	7,42
	100.

Berechnet man die relative Menge der einzelnen Atome, so erhält man:

$$\frac{45{,}41}{275{,}\ 4} = 1{,}65$$

$$\frac{34{,}80}{351{,}\ 5} = 0{,}99$$

$$\frac{12{,}37}{250{,}\ 0} = 0{,}50$$

$$\frac{7{,}42}{450{,}\ 5} = 0{,}16$$

Es sind folglich 0,99 + 0,50 + 0,16 = 1,65 At. Basen gegen 1,65 At. Säure, d. h. 1 At. gegen 1 At. vorhanden. Da jene Zahlen sich fast genau = 6 : 3 : 1 verhalten, so besteht die isomorphe Mischung, welche diesen Bitterspath darstellt, aus

6 At. kohlens. Kalkerde,
3 - - Talkerde,
1 - - Eisenoxydul,

und muss als $\dot{Fe}\ddot{C} + 3\dot{Mg}\ddot{C} + 6\dot{Ca}\ddot{C}$ bezeichnet werden. Aber gewöhnlich bezeichnet man das Ganze als eine einzige Verbindung, z. B. als kohlensauren Kalk, in welchem ein Theil der Kalkerde (0,3) durch Talkerde, ein anderer (0,1) durch Eisenoxydul ersetzt wäre, indem man die Formel

$$\left.\begin{matrix}\dot{Ca}\\ \dot{Mg}\\ \dot{Fe}\end{matrix}\right\}\ddot{C} \quad \text{oder} \quad \left.\begin{matrix}0{,}6\dot{Ca}\\ 0{,}3\dot{Mg}\\ 0{,}1\dot{Fe}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$$

schreibt. Kalkerde, Talkerde und Eisenoxydul heissen hier isomorphe Basen, allein streng genommen mit Unrecht, da es nicht bewiesen ist, dass sie gleiche Form haben, und da in der isomorphen Mischung nicht diese Basen sich vertreten, sondern ihre kohlensauren Salze.

Bei der Berechnung solcher Mischungen geht man gleichfalls gewöhnlich von den Sauerstoffmengen aus, welche in dem zuletzt erwähnten Beispiel sind:

Kohlensäure		32,97	2
Kalkerde	9,90		
Talkerde	4,95	16,50	1
Eisenoxydul	1,65		

Man addirt dann den Sauerstoffgehalt der sogenannten isomorphen Bestandtheile (hier den der Basen), und sucht sein Ver-

hältniss zu dem der übrigen Bestandtheile auf, indem man jene also gleichsam als einen einzigen betrachtet.

Will man alsdann nach der Formel die Zusammensetzung einer solchen Mischung berechnen, um sie mit der gefundenen zu vergleichen, so geschieht dies leicht auf die gewöhnliche Art. Im vorliegenden Fall hat man entweder:

10 At.	Kohlensäure	=	2754,0	=	45,42
6 -	Kalkerde	=	2109,0	=	34,78
3 -	Talkerde	=	750,0	=	12,37
1 -	Eisenoxydul	=	450,5	=	7,43
			6063,5		100.

Oder:

6 At. kohlens.	Kalkerde	3761,5	=	62,03
3 - -	Talkerde	1576,2	=	26,00
1 - -	Eisenoxydul	725,8	=	11,97
		6063,5		100.

Vorzüglich bei den Doppelsilikaten kommen vielfache isomorphe Mischungen vor. So z. B. werden die **Granate** gebildet durch folgende isomorphe Doppelsilikate:

A. $\dot{C}a^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i$ E. $\dot{C}a^3\ddot{S}i + \ddot{F}e\ddot{S}i$

B. $\dot{M}g^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i$ F. $\dot{M}g^3\ddot{S}i + \ddot{F}e\ddot{S}i$

C. $\dot{F}e^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i$ G. $\dot{F}e^3\ddot{S}i + \ddot{F}e\ddot{S}i$

D. $\dot{M}n^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i$ *) H. $\dot{M}n^3\ddot{S}i + \ddot{F}e\ddot{S}i$

Einige dieser Verbindungen, jedoch bei weitem nicht alle, sind für sich bekannt, und bilden gewisse Granatvarietäten; die meisten der letzteren enthalten aber mehr als eine solche Verbindung, und erscheinen daher z. B. als $mA + nB$, oder $mA + nC + oD$, oder $mA + nE$, oder $mC + nG + oH$ u. s. w.

Findet man die Zusammensetzung irgend eines Granats durch die Formel

$$\left.\begin{matrix}\frac{2}{3}\dot{C}a^3 \\ \frac{1}{3}\dot{F}e^3\end{matrix}\right\} \ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i$$

bezeichnet, so ist derselbe eine Mischung aus

$$\left\{\begin{matrix}2(\dot{C}a^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i) \\ \dot{F}e^3\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i\end{matrix}\right\}$$

Die **allgemeine** Formel für alle pflegt man $\dot{R}^3\ddot{S}i + \ddot{R}\ddot{S}i$ zu schreiben, worin $\dot{R}$ die 1 At. Sauerstoff enthaltenden starken Basen (Monoxyde), $\ddot{R}$ dagegen die 3 At. Sauerstoff enthaltenden schwachen Basen (Sesquioxyde) bezeichnet.

---

*) $\ddot{A}l$ statt $\ddot{A}l$, weil wir stets Aeq. = At. nehmen.

Isomorphie bei ungleicher Constitution. Im Bisherigen haben wir das Gesetz festgehalten, dass Gleichheit der Form mit Gleichheit der chemischen Constitution verbunden, oder eine Folge derselben sei.

Wie ist es nun aber bei einfachen Körpern von gleicher Krystallform? Hier kann von chemischer Constitution nicht die Rede sein. Welches ist die Ursache der Isomorphie bei ihnen?

Wenn man findet, dass Gold und Silber im vollsten Sinne des Worts isomorph sind, da sie nicht allein genau dieselben Krystallformen (reguläre) haben, sondern die Krystalle des einen fast stets mehr oder weniger von dem anderen enthalten (die des gediegenen Goldes enthalten nach G. Rose von 0,1 bis 36,0 p. C. Silber); dass ferner Wismuth, Arsenik, Antimon und Tellur wiederum eine solche Gruppe bilden, deren Rhomboeder keine grösseren Differenzen, wie isomorphe Körper überhaupt, zeigen, so kann diese Erscheinung keine zufällige sein.

Daraus folgt, dass die früher gegebene Erklärung von der Ursache der Isomorphie unzulänglich ist. Allein sie ist es noch weit mehr geworden, seit man in allen Krystallsystemen zahlreiche Beispiele gefunden hat, dass es Körper von nahe gleicher Form giebt, welche verschiedene chemische Constitution besitzen. Im Folgenden sind nur einige Fälle aus den ungleichaxigen Systemen angeführt, und ist zugleich die Formel beigefügt, welche zeigt, dass die Constitution oft eine ähnliche, oft aber auch eine durchaus verschiedene ist.

Viergliedriges System.

1) Braunit $\dddot{\bar{Mn}}$
Kupferkies $\overset{\prime}{\bar{C}u}\,\overset{\prime\prime\prime}{\bar{Fe}}$

2) Scheelit $\dot{Ca}\dddot{Mo}$
Fergusonit $\dot{Y}^6\dddot{\bar{Ta}}$

3) Zinnstein $\ddot{Sn}$
Zirkon $\ddot{Zr}\dddot{Si}$

4) Anatas $\ddot{Ti}$
Quecksilberhornerz Hy^2Cl
Vesuvian $\dot{R}^3\dddot{Si} + \dddot{\bar{R}}\dddot{Si}$

5) Skapolith $(\dot{Ca},\dot{Na})^3\dddot{Si}^2 + 2\dddot{Al}\dddot{Si}$
Mejonit $\dot{Ca}^3\dddot{Si} + 2\dddot{Al}\dddot{Si}$
Wernerit $\dot{Ca}^3\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\dddot{Si}$
Barsowit $\dot{Ca}^3\dddot{Si}^2 + 3\dddot{Al}\dddot{Si}$
Gehlenit $3\dot{R}^3\dddot{Si} + \dddot{\bar{R}}^3\dddot{Si}$

Zweigliedriges System.

1) Aragonit $\dot{Ca}\ddot{C}$
   Salpeter $\dot{K}\ddot{\ddot{N}}$
   Bournonit $(\overset{\prime}{Cu},\overset{\prime}{Pb})^{3}\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$

2) Cölestin $\dot{Sr}\dddot{S}$
   Speerkies $\overset{\prime\prime}{Fe}$

3) Schwefel S
   Skorodit $\dddot{Fe}\ddot{\dddot{As}} + 4\dot{H}$

4) Kupferglanz $\overset{\prime}{Cu}$
   Sprödglaserz $\overset{\prime}{Ag}^{6}\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$

5) Olivin $(\dot{Mg},\dot{Fe})^{3}\dddot{Si}$
   Chrysoberyll $\dot{Be}Al$
   oder $\dddot{Be}\dddot{Al}^{3}$
   Bittersalz $\dot{Mg}\dddot{S} + 7\dot{H}$

Zwei- und eingliedriges und eingliedriges System.

1) Augit $\dot{R}^{3}\dddot{Si}^{2}$
   Achmit $\dot{Na}\dddot{Si} + \dddot{Fe}\dddot{Si}^{2}$
   Hornblende $\dot{R}\dddot{Si} + \dot{R}^{3}\dddot{Si}^{2}$
   Borax $\dot{Na}\dddot{B}^{2} + 10\dot{H}$
   Glaubersalz $\dot{Na}\dddot{S} + 10\dot{H}$

2) Epidot $\dot{R}^{3}\dddot{Si} + 2\dddot{R}\dddot{Si}$
   Orthit $\dot{R}^{3}\dddot{Si} + \dddot{R}\dddot{Si}$ (?)

3) Orthoklas $\dot{K}\dddot{Si} + \dddot{Al}\dddot{Si}^{3}$
   Oligoklas $\dot{R}\dddot{Si} + \dddot{Al}\dddot{Si}^{2}$
   Labrador $\dot{R}\dddot{Si} + \dddot{Al}\dddot{Si}$
   Anorthit $\dot{R}^{3}\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\dddot{Si}$

Sechsgliedriges System.

1) Korund $\dddot{Al}$
   Phenakit $\dddot{Be}\dddot{Si}$ oder $\dot{Be}^{3}\dddot{Si}$

2) Quarz $\dddot{Si}$
   Chabasit $(\dot{R}^{3}\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\dddot{Si}^{2})$
   $+ 18\dot{H}$
   Beryll $\dddot{Be}\dddot{Si}^{2} + \dddot{Al}\dddot{Si}^{2}$ oder
   $\dot{Be}^{3}\dddot{Si}^{2} + \dddot{Al}\dddot{Si}^{2}$
   Nephelin $\dot{R}^{2}\dddot{Si} + 2\dddot{Al}\dddot{Si}$

3) Kalkspath $\dot{Ca}\ddot{C}$
   Rothgültigerz $\overset{\prime}{Ag}^{3}\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$ und
   $\overset{\prime}{Ag}^{3}\overset{\prime\prime\prime}{As}$

4) Turmalin $\dot{R}^{3}\dddot{Si}^{2} + 3\dddot{R}\dddot{Si}$
   $\dot{R}^{3}\dddot{Si}^{2} + 4\dddot{R}\dddot{Si}$
   $\dot{R}^{3}\dddot{Si}^{2} + 6\dddot{R}\dddot{Si}$
   $\dot{R}\dddot{Si} + 3\dddot{R}\dddot{Si}$
   $\dot{R}\dddot{Si} + 4\dddot{R}\dddot{Si}$

Ehe wir indessen die Ursache der Isomorphie solcher chemisch oft sehr heterogenen Substanzen zu entwickeln versuchen, müssen wir noch einen besonderen Fall näher betrachten.

Polymere Isomorphie. Wie im Früheren angeführt worden, haben isomorphe Körper von gleicher Constitution die Fähigkeit, zusammen zu krystallisiren, und dadurch isomorphe Mischungen hervorzubringen, wobei man sich gewöhnlich des Ausdrucks bedient: die chemisch verschiedenen Bestandtheile ersetzen oder vertreten sich gegenseitig. Isomorphe Körper von ähnlicher Constitution scheinen nur über und nebeneinander zu krystallisiren und Gemenge zu bilden. Isomorphe Körper von ungleicher Constitution haben aber nicht die Eigenschaft, zusammen zu krystallisiren; sie bringen keine isomorphe Mischungen hervor

In Betreff der ersteren ist bisher ganz allgemein angenommen worden, dass 1 At. des einen Körpers isomorph sei mit 1 At. eines anderen. Es ist indessen auch der Fall denkbar, dass 1 At. eines Körpers mit zwei, drei oder überhaupt mit n At. eines anderen isomorph sein kann, oder dass eine Verbindung A + B mit A + nC gleiche Form haben kann. Ja ganz allgemein könnten m At. von B isomorph sein mit n At. von C. Im atomistischen Sinn ist eine solche Annahme leicht erklärlich, wenn man die Atome, deren besondere Gruppirung die Krystallform bedingt, den Steinen eines Bauwerks vergleicht, welches seine Gestalt auch dann beibehält, wenn man m Bausteine herausnimmt und sie durch n andere ersetzt, welche den Raum jener in gleicher Art ausfüllen.

Die Verbindung $\dot{R}^3\dddot{Si}^2$ ist isomorph mit der Verbindung $3\dot{R}\dddot{\overline{Al}}$, denn obgleich letztere nicht für sich bekannt ist, so darf man dies doch aus der Zusammensetzung der thonerdehaltigen Augite und Hornblenden schliessen. Hier treten also 3 At. Thonerde an die Stelle von 2 At. Kieselsäure, oder 1 At. des Silikats ist isomorph mit 3 At. des Aluminats.

Man rechnet hierher auch die Isomorphie von Schwefelsilber und Schwefelkupfer. Jenes ist $\acute{Ag}$, letzteres $\acute{\overline{Cu}}$, allein hier sind nicht 2 At. Kupfer isomorph mit 1 At. Silber, sondern 1 At. des einen Schwefelmetalls mit 1 At. des anderen, und dies Beispiel gehört der grossen Klasse derer an, wo die Constitution eine verschiedene ist.

Aber auch in obigem Beispiel könnte wohl 1 At. des Silikats mit 1 At. des Aluminats isomorph sein, wenn letzteres nämlich nicht identisch mit $\dot{R}\ddot{Al}$, sondern eine polymere Verbindung von dreifachem Atomgewicht, $\dot{R}^3\dddot{Al}^3$, wäre, und diese 6 At. ein einzelnes Aluminatatom bildeten.

Es ist hiernach bis jetzt kein sicherer Beweis vorhanden, dass 1 At. eines Körpers mit mehr als 1 At. eines anderen isomorph wäre, und eine solche polymere Isomorphie, die man angenommen hat, daher für jetzt nicht bekannt. Noch weniger begründet ist die Hypothese, dass Verbindungen isomorph wären, in welchen 1 At. eines Monoxyds $\dot{R}$ (z. B. Talkerde) gegen 3 At. Wasser enthalten sei.

Woher kommt es nun, dass gewisse einfache Körper sowohl wie Verbindungen gleiche (d. h. nahe gleiche) Krystallform haben?

Der Grund kann nicht in ihrer gleichen Constitution, d. h. weder in der gleichen Anzahl noch in der gleichen Stellung der Atome der Bestandtheile liegen, denn daraus erklärt sich weder die Isomorphie einfacher Stoffe noch die von Verbindungen ungleicher Constitution.

Wenn man das Gewicht eines Atoms eines Körpers durch das Gewicht eines Volums (sein spec. Gew.) dividirt, so erhält man als Quotienten das Volum des Atoms oder das Atomvolum.

Beispiel. Das Atomgew. des Eisens ist 350, sein spec. Gew. $= 7,844$; sein Atomvolum folglich $\frac{350}{7,844} = 44, \ldots\ldots$ So ist das Atvol. des Quecksilbers $\frac{1250}{13,6} = 92$; das des Schwefels $\frac{201}{1,98} = 101$. Ebenso bei Verbindungen. Atvol. von Eisenoxyd (Eisenglanz) $\frac{1001}{5,22} = 191,8$; von Thonerde (Korund) $\frac{642,33}{4,0} = 160,5$; von Thonerde- Kalialaun (krystallisirt) $\frac{5936,5}{1,724} = 3443,4$ u. s. w.

Eine Bedeutung können diese Werthe nur erlangen, wenn man sie unter sich vergleicht, und also z. B. findet, dass das Volum eines Eisen- und eines Quecksilberatoms sich $= 44 : 92 = 1 : 2,1$ verhalten.

Es ist bekannt, dass die Dichtigkeit einer Substanz nicht immer dieselbe ist Das spec. Gew. der krystallisirten Kieselsäure (des Quarzes) ist 2,65, das der amorphen nur 2,2. Danach muss folglich das Atomvolum solcher Körper verschieden sein. Für die Kieselsäure ist es 218 und $262 = 1 : 1\frac{1}{5}$. Aehnlich verhält es sich auch in den Fällen der Heteromorphie einer Substanz, wie z. B. der Titansäure, bei welcher das Atomvolum des Rutils $= 118$, des Brookits $= 120$ und des Anatases $= 130$ ist.

Der Begriff des Atomvolums kann nicht der sein, dass man daraus das Verhältniss des Volums der Atome selbst entnehmen

könnte, sondern es ist das Volum der Atome und (wenn sie in gleichen Abständen liegen) desjenigen Raums, der sich bis zur Hälfte der ihre Mittelpunkte verbindenden Linien erstreckt.

Durch vielfache Berechnungen hat sich nun ergeben, dass Körper von nahe gleicher Krystallform, d. h. isomorphe Körper, auch nahezu gleiches oder proportionales Atomvolum haben. Für jetzt muss also in dieser (annähernden) Gleichheit oder Proportionalität der Grund der Isomorphie gesucht werden.

Bei Verbindungen muss man jedoch, wie Dana gefunden hat, das Atomvolum durch die Anzahl der Elementaratome dividiren, um vergleichbare Werthe zu erhalten:

Nachfolgende Beispiele mit Hinzufügung der Atomvolume diesen zur Erläuterung dieses Satzes:

I. Isomorphie einfacher Körper.

		Atg.	Spec. G.	Atomvolum.	Verh
1)	Antimon	1612,9	6,70	241	3
	Arsenik	940,0	5,70	165	2
	Tellur	802,1	6,25	128	
	Wismuth	1330,3	9,8	135	
2)	Silber	1350,0	10,5	128	
	Gold	2458,3	19,33	127	

II. Isomorphie von Verbindungen.

A. Von gleicher Constitution *).

1)	Thonerde $\dddot{Al}$ (Korund)	642,33	4,0	$\frac{160,5}{4} = 40$	
	Eisenoxyd $\dddot{Fe}$ (Eisenglanz)	1001,0	5,22	$\frac{191,8}{5} = 38$	
	Chromoxyd $\dddot{Cr}$	957,2	5,2	$\frac{184}{5} = 37$	
2)	Antimonglanz $\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$	2216,4	4,75	$\frac{466,4}{4} = 116$	
	Auripigment $\overset{\prime\prime\prime}{As}$	1543,6	3,46	$\frac{446,2}{4} = 112$	
3)	Strahlkies $\overset{\prime\prime}{Fe}$	741,5	4,65	$\frac{159,5}{3} = 53$	3
	Arsenikkies $\overset{\prime\prime}{Fe} + FeAs$	2042,5	5,84	$\frac{350}{5} = 70$	4

*) Eine dritte Columne enthält das Atomvolum, dividirt durch die Anzahl der Atome in der Verbindung; die vierte den daraus folgenden Quotienten; die fünfte das Verhältniss ungleicher Atomvolume.

4) Kalkspath $\dot{Ca}\ddot{C}$	632,4	2,72	$\frac{232{,}4}{5} = 46$
Bitterspath $\dot{Ca}\ddot{C} + \dot{Mg}\ddot{C}$	1167,2	2,88	$\frac{404{,}7}{10} = 41$
Manganspath $\dot{Mn}\ddot{C}$	722,3	3,59	$\frac{201{,}1}{5} = 40$
Eisenspath $\dot{Fe}\ddot{C}$	715,6	3,83	$\frac{187}{5} = 37$
Magnesitspath $\dot{Mg}\ddot{C}$	534,8	3,00	$\frac{178{,}2}{5} = 36$
Zinkspath $\dot{Zn}\ddot{C}$	779,7	4,44	$\frac{175{,}5}{5} = 35$
5) Witherit $\dot{Ba}\ddot{C}$	1233,3	4,3	$\frac{286{,}7}{5} = 57$
Weissbleierz $\dot{Pb}\ddot{C}$	1671,0	6,46	$\frac{258{,}5}{5} = 52$
Strontianit $\dot{Sr}\ddot{C}$	923,7	3,6	$\frac{256{,}2}{5} = 51$
Aragonit $\dot{Ca}\ddot{C}$	632,4	2,93	$\frac{215{,}8}{5} = 43$
6) Schwerspath $\dot{Ba}\dddot{S}$	1458,1	4,5	$\frac{323{,}6}{6} = 54$
Cölestin $\dot{Sr}\dddot{S}$	1148,5	3,59	$\frac{320}{6} = 52$
Bleivitriol $\dot{Pb}\dddot{S}$	1895,7	6,17	$\frac{307{,}3}{6} = 51$
7) Chromsaures Kali $\dot{K}\dddot{Cr}$	1207,4	2,7	$\frac{447}{6} = 74$
Schwefels. Kali $\dot{K}\dddot{S}$	1091,0	2,66	$\frac{409{,}9}{6} = 68$
8) Schwefels. Silberoxyd $\dot{Ag}\dddot{S}$	1952,8	5,34	$\frac{365{,}6}{6} = 61$
Schwefels. Natron $\dot{Na}\dddot{S}$	892,0	2,46	$\frac{362{,}3}{6} = 60$
9) Bittersalz $\dot{Mg}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1538,2	1,67	$\frac{921}{20} = 46$
Zinkvitriol $\dot{Zn}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1791,8	2,03	$\frac{880}{20} = 44$
Nickelvitriol $\dot{Ni}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1758,2	2,03	$\frac{836}{20} = 42$

B. Von ungleicher Constitution.

1) Schwefel	200,7	2,05		97	2
Skorodit $\ddot{F}e\dddot{A}s + 4\dot{H}$	2889,6	3,2	$\frac{903}{19}$	$= 48$	1
2) Strahlkies				53	
Cölestin				52	
3) Aragonit				43	1
Salpeter $\dot{K}\dddot{\ddot{N}}$	1267,0	1,94	$\frac{652,5}{8}$	$= 82$	2
Bournonit $(\acute{P}b^2 + \acute{C}u)\acute{\acute{\acute{S}}}b$	6200,0	5,77	$\frac{1073}{11}$	$= 98$	
4) Zirkon $\ddot{\ddot{Z}}r\dddot{S}i$	1717,7	4,64	$\frac{370,3}{8}$	$= 46$	
Rutil $\ddot{T}i$	503,7	4,27	$\frac{118}{3}$	$= 39$	
5) Anatas $\ddot{T}i$	503,7	3,87	$\frac{130}{3}$	$= 43$	1
Vesuvian $\dot{R}^3\dddot{S}i + \ddot{\ddot{R}}\dddot{S}i$	2883,7	3,4	$\frac{848}{18}$	$= 47$	
Quecksilberhornerz Hg^2Cl	2943,3	7,0	$\frac{420}{3}$	$= 140$	3
6) Olivin $(\dot{M}g,\dot{F}e)^3\dddot{S}i$	1394,1	3,35	$\frac{416}{10}$	$= 42$	
Chrysoberyll $\ddot{B}e\ddot{A}l^3$	2417,0	3,7	$\frac{653}{16}$	$= 41$	
Bittersalz				46	
7) Kalkspath				46	2
Natronsalpeter $\dot{N}a\dddot{\ddot{N}}$	1068,0	2,2	$\frac{485}{8}$	$= 61$	3
Rothgültigerz $\acute{A}g^3\acute{\acute{\acute{S}}}b$	6866,4	5,82	$\frac{1180}{10}$	$= 118$	5
8) Quarz $\dddot{S}i$	577,3	2,65	$\frac{218}{4}$	$= 54$	
Beryll $\ddot{B}e\dddot{S}i^2 + \ddot{A}l\dddot{S}i^2$	3441,5	2,73	$\frac{1260}{24}$	$= 52$	
Chabasit $(\dot{R}^3\dddot{S}i^2 + 3\ddot{A}l\dddot{S}i^2) + 18\dot{H}$ *)	9684,0	2,1	$\frac{4602}{89}$	$= 52$	

*) $\dot{R} = \frac{1}{2}\dot{C}a + \frac{1}{2}\dot{N}a$.

4)	Kalkspath $\dot{Ca}\ddot{C}$	632,4	2,72	$\frac{232,4}{5} = 46$
	Bitterspath $\dot{Ca}\ddot{C} + \dot{Mg}\ddot{C}$	1167,2	2,88	$\frac{404,7}{10} = 41$
	Manganspath $\dot{Mn}\ddot{C}$	722,3	3,59	$\frac{201,1}{5} = 40$
	Eisenspath $\dot{Fe}\ddot{C}$	715,6	3,83	$\frac{187}{5} = 37$
	Magnesitspath $\dot{Mg}\ddot{C}$	534,8	3,00	$\frac{178,2}{5} = 36$
	Zinkspath $\dot{Zn}\ddot{C}$	779,7	4,44	$\frac{175,5}{5} = 35$
5)	Witherit $\dot{Ba}\ddot{C}$	1233,3	4,3	$\frac{286,7}{5} = 57$
	Weissbleierz $\dot{Pb}\ddot{C}$	1671,0	6,46	$\frac{258,5}{5} = 52$
	Strontianit $\dot{Sr}\ddot{C}$	923,7	3,6	$\frac{256,2}{5} = 51$
	Aragonit $\dot{Ca}\ddot{C}$	632,4	2,93	$\frac{215,8}{5} = 43$
6)	Schwerspath $\dot{Ba}\dddot{S}$	1458,1	4,5	$\frac{323,6}{6} = 54$
	Cölestin $\dot{Sr}\dddot{S}$	1148,5	3,59	$\frac{320}{6} = 52$
	Bleivitriol $\dot{Pb}\dddot{S}$	1895,7	6,17	$\frac{307,3}{6} = 51$
7)	Chromsaures Kali $\dot{K}\dddot{Cr}$	1207,4	2,7	$\frac{447}{6} = 74$
	Schwefels. Kali $\dot{K}\dddot{S}$	1091,0	2,66	$\frac{409,9}{6} = 68$
8)	Schwefels. Silberoxyd $\dot{Ag}\dddot{S}$	1952,8	5,34	$\frac{365,6}{6} = 61$
	Schwefels. Natron $\dot{Na}\dddot{S}$	892,0	2,46	$\frac{362,3}{6} = 60$
9)	Bittersalz $\dot{Mg}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1538,2	1,67	$\frac{921}{20} = 46$
	Zinkvitriol $\dot{Zn}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1791,8	2,03	$\frac{880}{20} = 44$
	Nickelvitriol $\dot{Ni}\dddot{S} + 7\dot{H}$	1758,2	2,03	$\frac{836}{20} = 42$

B. Von ungleicher Constitution.

1)	Schwefel	200,7	2,05		97	2
	Skorodit $\ddot{Fe}\ddot{As} + 4\dot{H}$	2889,6	3,2	$\frac{903}{19}$	= 48	1
2)	Strahlkies				53	
	Cölestin				52	
3)	Aragonit				43	1
	Salpeter $\dot{K}\ddot{\ddot{N}}$	1267,0	1,94	$\frac{652,5}{8}$	= 82	2
	Bournonit $(\acute{Pb}^2 + \acute{Cu})\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$	6200,0	5,77	$\frac{1073}{11}$	= 98	2
4)	Zirkon $\ddot{Zr}\ddot{Si}$	1717,7	4,64	$\frac{370,3}{8}$	= 46	
	Rutil $\ddot{Ti}$	503,7	4,27	$\frac{118}{3}$	= 39	
5)	Anatas $\ddot{Ti}$	503,7	3,87	$\frac{130}{3}$	= 43	1
	Vesuvian $\dot{R}^3\ddot{Si} + \ddot{R}\ddot{Si}$	2883,7	3,4	$\frac{848}{18}$	= 47	1
	Quecksilberhornerz Hg^2Cl	2943,3	7,0	$\frac{420}{3}$	= 140	3
6)	Olivin $(\dot{Mg},\dot{Fe})^3\ddot{Si}$	1394,1	3,35	$\frac{416}{10}$	= 42	
	Chrysoberyll $\ddot{Be}\ddot{Al}^3$	2417,0	3,7	$\frac{653}{16}$	= 41	
	Bittersalz				46	
7)	Kalkspath				46	2
	Natronsalpeter $\dot{Na}\ddot{\ddot{N}}$	1068,0	2,2	$\frac{485}{8}$	= 61	3
	Rothgültigerz $\acute{Ag}^3\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$	6866,4	5,82	$\frac{1180}{10}$	= 118	5
8)	Quarz $\ddot{Si}$	577,3	2,65	$\frac{218}{4}$	= 54	
	Beryll $\ddot{Be}\ddot{Si}^2 + \ddot{Al}\ddot{Si}^2$	3441,5	2,73	$\frac{1260}{24}$	= 52	
	Chabasit $(\dot{R}^3\ddot{Si}^2 + 3\ddot{Al}\ddot{Si}^2) + 18\dot{H}$ *)	9684,0	2,1	$\frac{4602}{89}$	= 52	

*) $\dot{R} = \frac{1}{2}\dot{Ca} + \frac{1}{2}\dot{Na}$.

9)	Achmit $\dot{Na}\ddot{Si} + \overline{Fe}\ddot{Si}^2$	3124,0	3,6	$\frac{868}{19} = 46$
	Augit $(\dot{Ca},\dot{Mg})^3\ddot{Si}^2$	2056,8	3,24	$\frac{635}{14} = 45$
	Hornblende $\dot{Ca}\ddot{Si} + \dot{Mg}^3\ddot{Si}^2$	2833,5	2,93	$\frac{967}{20} = 48$
	Borax $\dot{Na}\ddot{B}^2 + 10\dot{H}$	2388,4	1,7	$\frac{1405}{30} = 47$
	Glaubersalz $\dot{Na}\dddot{S} + 10\dot{H}$	2016,7	1,56	$\frac{1293}{26} = 50$
10)	Orthoklas $\dot{K}\ddot{Si} + \ddot{Al}\ddot{Si}^3$	3541,5	2,57	$\frac{1378}{22} = 63$
	Albit $\dot{Na}\ddot{Si} + \ddot{Al}\ddot{Si}^3$	3342,5	2,61	$\frac{1280}{22} = 58$
	Oligoklas $\dot{R}\ddot{Si} + \ddot{Al}\ddot{Si}^2$ *)	2755,3	2,67	$\frac{1032}{18} = 57$
	Labrador $\dot{R}\ddot{Si} + \ddot{Al}\ddot{Si}$ *)	2158,3	2,71	$\frac{796}{14} = 57$
	Anorthit $\dot{Ca}^3\ddot{Si} + 3\ddot{Al}\ddot{Si}$	5291,0	2,76	$\frac{1917}{32} = 60$
11)	Staurolith **)			
	a) $\ddot{Al}^2\ddot{Si}$	1981,0	3,74	$\frac{530}{12} = 44$
	b) $\ddot{Al}^3\ddot{Si}^2$	3277,0	3,66	$\frac{895}{18} = 49$
	c) $\ddot{Al}^5\ddot{Si}^4$	5819,0	3,55	$\frac{1639}{36} = 51$
12)	Turmalin ***)			
	a) Magnesia-T. $\dot{R}^3\ddot{Si}^2 + 3\ddot{Al}\ddot{Si}$	5473 — 5553	3,05	$\frac{1808}{38}$ 48
	b) Magnesia-Eisen-T. $\dot{R}^3\ddot{Si}^2 + 4\ddot{Al}\ddot{Si}$	6747 — 7076	3,1	$\frac{2217}{46}$ 48
	c) Eisen-T. $\dot{R}^3\ddot{Si}^2 + 6\ddot{Al}\ddot{Si}$	9473 — 9752	3,2	$\frac{3013}{62}$ 49

*) $\dot{R} = \frac{1}{4}\dot{Ca} + \frac{3}{4}\dot{Na}$

**) Ein Fünftel der Thonerde ist durch Eisenoxyd ersetzt

***) Ein Theil der Kieselsäure ist durch Borsäure, ein Theil der Thonerde in den vier ersten Gruppen durch Eisenoxyd vertreten.

d) Eisen-Mangan-T. $\dot{R}\dddot{Si} + 3\dddot{Al}\dddot{Si}$	4488 — 4675	3,08	$\frac{1464}{30}$	49
e) Mangan-T. $\dot{R}\dddot{Si} + 4\dddot{Al}\dddot{Si}$	5607 — 5639	3,04	$\frac{1850}{38}$	49 *)

Wenn die angenommene Hypothese richtig ist, so sollte man allerdings eine grössere Uebereinstimmung der Zahlen für jede Gruppe erwarten. Indessen muss man sich erinnern, dass vollkommene Gleichheit der Atomvolume bei isomorphen Körpern (mit Ausnahme der Formen des regulären Systems) überhaupt nicht zu erwarten ist, da jede Isomorphie doch nur eine Homöomorphie bleibt. Ferner sind die specifischen Gewichte wohl nicht immer richtig bestimmt; besonders aber entsteht bei vielen Verbindungen (Mineralien) dadurch eine Unsicherheit, dass sie selbst isomorphe Mischungen sind, deren jede ein anderes Atg. und ein anderes spec. Gew. als die reinen Verbindungen hat. So z. B. ist Spatheisenstein nicht $\dot{Fe}\ddot{C}$, sondern enthält stets $\dot{Mn}\ddot{C}$; Manganspath ist fast niemals $\dot{Mn}\ddot{C}$, sondern enthält $\dot{Fe}\ddot{C}$, $\dot{Ca}\ddot{C}$ u. s. w.

Ein Blick auf die im Vorigen zusammengestellten Beispiele lehrt, dass viele Atomvolume auch von nicht isomorphen Körpern, selbst von solchen aus ganz verschiedenen Krystallsystemen, einander sehr nahe kommen. (Korund, Manganspath, Nickelvitriol, Rutil, Chrysoberyll etwa = 40; Kalkspath, Bittersalz, Zirkon, Achmit = 46; Witherit und Oligoklas = 57 u. s. w.) Man darf daher den Satz nicht umkehren und sagen: Körper von gleichem Atomvolum sind isomorph. Indessen beweist diese Thatsache, dass die Isomorphie der Körper nicht allein und schlechthin in der Gleichheit der Atomvolume begründet sein kann. Versteht man nämlich darunter das Volum des materiellen Atoms und der ihn umgebenden Anziehungssphäre, so kann man sich wohl denken, dass bei isomorphen Körpern die materiellen Atome, mithin auch deren Hüllen von gleichem Volum seien, dass aber, selbst bei gleicher Grösse des Ganzen, jenes Verhältniss bei anderen Körpern auch ein anderes sei. Man würde mithin daraus schliessen müssen, dass die wirklichen Atome isomorpher Körper von gleicher (oder proportionaler) Grösse seien.

Vielleicht ist es aber für jetzt noch zu gewagt, diesen Gegenstand von rein hypothetischer Natur weiter zu verfolgen.

---

*) Die angegebenen Atomvolume sind die Mittel der für jede Varietät einer Gruppe gefundenen Zahlen.

ANHANG.

Beispiele zur Entwicklung und Berechnung von Krystallen.

Um Anfängern Gelegenheit zu geben, sich in der Entwicklung von Combinationen und der Berechnung der Krystallformen zu üben, sind im Folgenden einige Beispiele aus den verschiedenen Krystallsystemen (mit Ausnahme des eingliedrigen) mitgetheilt, und zwar aus jedem zwei, ein Mineral und eine künstlich dargestellte Verbindung.

Reguläres System.

Magneteisen.

Unter den einfachen Formen sind die häufigsten a : a : a; a : ∞a : ∞a; a : a : ∞a. Häufige Combinationen: a : a : a mit a : ∞a : ∞a (Fig. 48) und umgekehrt (Fig. 49. 50.). — a : a : a mit a : a : ∞a (Fig. 53.) und umgekehrt (Fig. 54.).

Seltener kommen auch andere einfache Formen und deren Combinationen vor. Von einer solchen giebt Fig. 208. ein ungefähres Bild, in welchem die vordere Ecke des Krystalls vollständig gezeichnet, das Uebrige nur angedeutet ist.

208



Die vier Flächen o sind natürlich die vorderen des Oktaeders, welches hier vorherrscht. Die Flächen d stumpfen die Oktaederkanten ab, gehören folglich dem Granatoeder an. Die Flächen p, deren vier an jeder Oktaederecke erscheinen, bilden mithin einen Körper von 24 Flächen, und da sie zwischen dem Granatoeder und dem Würfel (der die Oktaederecke abstumpfen würde) liegen, so haben sie $a : \frac{1}{m} a : \infty a$ im Zeichen, bilden folglich einen Pyramidenwürfel. Ebenso liegen die vier Flächen l zwischen Würfel und Oktaeder, gehören deshalb einem Leucitoid $a : a : \frac{1}{n} a$ an. Die Kanten des Granatoeders und dieses Leucitoids werden durch die sechs (d. h. im Ganzen 48) Flächen r eines Achtundvierzigflächners $a : \frac{1}{m} a : \frac{1}{n} a$ abgestumpft.

Die drei letzten Flächen sind ihren Werthen in m und n nach unbekannt. Um sie ohne Messung zu finden, projicirt man auf Taf. II. Fig. 6. das Oktaeder und Granatoeder, deren Sektionslinien o und d sind, und wobei zum leichteren Verständniss die gleichen Accente der Figur beigesetzt sind. Nun bilden am Krystall die Flächen r Rhomboide. Jede derselben fällt mit zwei Oktaeder- und Granatoederflächen in zwei Zonen. Z. B. r′ fällt mit o′ (über p, l, r) und d′ in eine Zone. Dieses d′ ist in der Projektion natürlich zugleich ihre obere hintere Parallele. Der eine Zonenpunkt ist mithin α. Die zweite Zone geht über d″ (und l, p, r) nach o″; der zweite Zonenpunkt ist folglich β. Man zieht die Sektionslinie r′, und es fragt sich nun, in welchen Abständen sie beide Axen a der Projektionsebene schneidet, wenn sie (wie immer) durch die Einheit des dritten a geht.

Der Zonenpunkt β ist ein Kantenzonenpunkt, und sein Werth ergiebt sich leicht aus einer einfachen geometrischen Betrachtung (Mittelpunkt eines Quadrats, dessen Seiten = a sind) $= \frac{a}{2} + \frac{a}{2}$. In gleicher Weise findet man $\alpha = \frac{a}{1} + \frac{a}{\frac{1}{2}}$. Wählt man nun den allgemeinsten Fall (S. 22), so ist $m = 2$; $n = 2$; $m' = -1$; $n' = -\frac{1}{2}$; man findet dann leicht durch Substitution in die Formel I. (S. 24.) für r den Werth $a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{3} a$.

Ebenso wird sich für r″ leicht die Sektionslinie finden lassen.

Die Fläche p′ des Pyramidenwürfels ist gleichfalls ein Rhomboid. Sie fällt mit o′, r′ und d′, so wie mit o, r″ und d in eine Zone; die beiden Zonenpunkte sind daher α und γ. Ihre Sektionslinie geht durch den Mittelpunkt, und ist $2a : a : \infty a = a : \frac{1}{2} a : \infty a$, wie aus der Lage von α und γ erhellt.

Die Fläche l' des Leucitoids, gleichfalls von rhomboidischer Gestalt, fällt in eine Zone mit o', r', p', d'. Ihr einer Zonenpunkt ist also gleichfalls α. Ferner mit d'', r'', o'''. Ihr zweiter Zonenpunkt ist folglich das obere β. Ihre Sektionslinie l' wird durch a gehen. Um die Werthe beider a zu finden, gehe man auf die allgemeine Formel zurück. Der Zonenpunkt β ist $\frac{a}{2} + \frac{a}{2}$; $\alpha = \frac{a}{1} + \frac{a}{\frac{1}{2}}$, mithin m = 2; n = 2; m' = 1; n' = $\frac{1}{2}$, woraus für l' der Werth a : a : $\frac{1}{3}$a folgt *).

Diese fünffache Combination besteht mithin aus:

o = Oktaeder = a : a : a

d = Granatoeder = a : a : ∞a

l = Leucitoid = a : a : $\frac{1}{3}$a

p = Pyramidenwürfel = a : $\frac{1}{2}$a : ∞a

r = Achtundvierzigflächner = a : $\frac{1}{5}$ a : $\frac{1}{3}$a.

Zwillinge häufig, nach dem gewöhnlichen Gesetz (S. 112. Fig. 180.), wobei die Individuen gewöhnlich in der Richtung der Zwillingsaxe verkürzt, tafelartig erscheinen.

Spaltbar nach a : a : a, doch nicht immer in gleichem Grade deutlich.

Chlorammonium

(Chlorwasserstoff-Ammoniak, Salmiak).

Gewöhnlichste einfache Form: a : a : $\frac{1}{2}$a; seltener a : ∞a : ∞a; a : a : a; a : a : ∞a. Combinationen der drei letzteren mit Vorherrschen des Oktaeders oder Würfels.

Das Leucitoeder ist die gewöhnlichste Form der Salmiakkrystalle, indessen nicht immer ist es vollständig und symmetrisch ausgebildet, sondern häufig findet es sich in einer Richtung verlängert, ja man beobachtet, ohne dass dies eine Hemiedrie genannt werden dürfte, nur einen Theil seiner Flächen, die dann bei dem Verschwinden der übrigen sich in der Art ausdehnen, dass ganz eigenthümliche, anscheinend viergliedrige und rhomboedrische Formen entstehen.

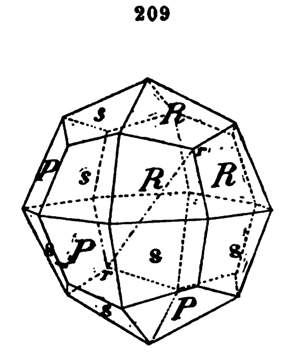
---

*) Die Projektionsfigur ist hier nur mit den nothwendigsten Sektionslinien versehen. Der Anfänger mag sie sich vervollständigen.

Wenn man in einem symmetrischen regulären Oktaeder die Mittelpunkte je zweier parallelen Flächen oder in einem symmetrischen Würfel zwei gegenüberliegende Ecken durch Linien verbindet, so sind dies gleichfallsAxen, ihrer vier an der Zahl, und zwar nennt man diese Axen rhomboedrische Axen, weil mittelst ihrer die Formen des regulären Systems gleichsam sechsgliedrig-rhomboedrisch werden. (Der Würfel erscheint als ein Rhomboeder, das Oktaeder als Rhomboeder und Endfläche u. s. w. Vgl. S. 109.)

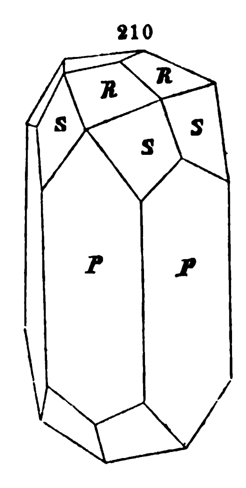
An dem Leucitoeder verbindet die rhomboedrische Hauptaxe zwei gegenüberliegende Würfelecken, und erscheint als rr. Stellt man den Körper so, dass dieselbe sich in senkrechter Stellung befindet, so bilden (von den anderen Flächen) R ein Rhomboeder, P ein sechsseitiges Prisma, s einen Drei- und Dreikantner.

209



Die Leucitoeder des Salmiaks kommen nun einer solchen Combination im Aeussern in der That gleich, indem sich die Flächen P gleichsam als sechsseitiges Prisma ausdehnen, so dass also eine Verlängerung des Leucitoeders in der Richtung der rhomboedrischen Axe erfolgt, wie sie beistehende Fig. 210. zeigt.

210

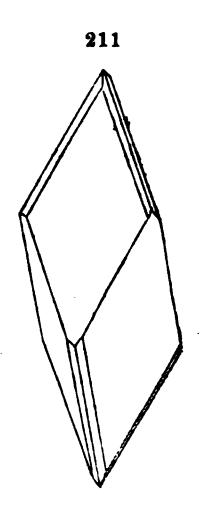


Sehr häufig aber kommen am Leucitoeder des Salmiaks die vier an der oberen Oktaederecke liegenden Flächen und ihre Parallelen gar nicht zum Vorschein, und indem die übrigen 16

Krystallflächen sich nach oben und unten vergrössern, entsteht gleichsam ein Vier- und Vierkantner des viergliedrigen Systems, der hier aber nur eine Partialform des Leucitoeders mit Zweidrittel von dessen Flächen ist.

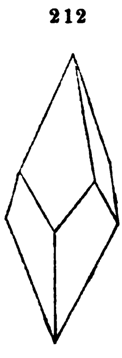
Es sind Salmiakkrystalle vorgekommen, welche das Ansehen von Fig. 211., nämlich eines scharfen Rhomboeders haben, mit einer Zuschärfung der Endkanten durch die Flächen eines Drei- und Dreikantners (vgl. Fig. 176). Durch Messung uud Rechnung hat sich ergeben, dass das Rhomboeder das Viertel des Leucitoids $a : a : \frac{1}{4}a$, der Drei- und Dreikantner aber die Hälfte des Pyramidenwürfels $a : \frac{1}{3}a : \infty a$ ist. Ohne hier in das Detail einzugehen, darf man sich nur erinnern, dass jedes Leucitoid, nach der rhomboedrischen Axe aufrecht gestellt, aus zwei Rhomboedern, einem oberen stumpfen und unteren scharfen, und einem Drei- und Dreikantner besteht, und dass nur das Leucitoeder an Stelle des unteren Rhomboeders das sechsseitige Prisma hat (S. 109.). Nun ist es das untere sehr scharfe Rhomboeder von $a : a : \frac{1}{4}a$, welches allein von der ganzen Form an jenen Salmiakkrystallen erscheint. Ebenso setzt sich jeder Pyramidenwürfel aus einem oberen stumpfen und einem darunter liegenden scharfen Dreikantner zusammen, und auch hier ist es der letzte, der als Hälfte jenes Körpers in die Partial-Combination eingeht.

211



Eine andere sehr interessante Art von Salmiakkrystallen erscheint als Trapezoeder, d. h. als Formen, gebildet aus 8 gleichschenkligen Trapezoiden. Solche Formen sind die erste Art der früher (S. 74.) erwähnten Hälftflächner der Vier- und Vierkantner. Nun kann man jedes Leucitoid als die Combination eines Quadratoktaeders (der vier an den oberen und unteren Oktaederecken liegenden Flächen) mit einem Vier- und Vierkantner betrachten. Wird dieser letztere hemiedrisch, so entsteht ein solches Trapezoeder, welches mithin nur ein Drittel der Flächen des Leucitoids hat. Mes-

212

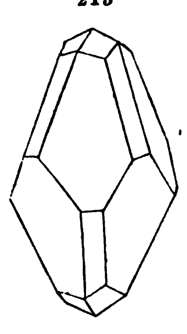


sung und Rechnung haben gezeigt, dass die Trapezoeder des Salmiaks Partialformen des Leucitoids $a : a : \frac{1}{3}a$ sind.

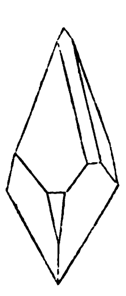
Allein nicht immer sind dies einfache Formen, sondern man findet auch das obere Ende der Trapezoeder aus einem anderen Leucitoid entstanden als das untere (Hemimorphismus), wie z. B. jenes aus $a : a : \frac{1}{3}a$, dieses aus $a : a : \frac{2}{5}a$ u. s. w.

Diese Partialformen von Leucitoiden erscheinen ausserdem in Combination mit einem Theil der Flächen des Leucitoeders. Besteht das Trapezoeder allein aus Flächen von $a : a : \frac{1}{3}a$, so bilden die Leucitoederflächen Abstumpfungen der Endkanten und unsymmetrisch aufgesetzte (vierflächige) Zuspitzungen der Endecken (Fig. 213.) Ist aber das Trapezoeder eine Combination, deren obere Hälfte $a : a : \frac{1}{3}a$, die untere $a : a : \frac{2}{5}a$ angehört, so bilden die Leucitoederflächen an letzterer schiefe Abstumpfungen der Seitenecken. (Fig. 214.)

213



214



Zwillinge sind häufig. Zwei Würfel haben die Richtung einer Oktaederfläche gemein, und sind durcheinander gewachsen Zwei Leucitoeder wachsen in der Richtung einer Würfelfläche aneinander, wie dies bei den in Fig. 210. dargestellten Formen sehr häufig ist. Eine solche Zwillingsbildung wiederholt sich vielfach, indem sich an das nämliche Individuum andere in paralleler Stellung und mit abnehmender Grösse seiner ganzen Länge nach ansetzen, oder indem dies an dem einen Ende symmetrisch um die drei Rhomboederflächen geschieht. Durch solche sich wiederholende Zwillingsbildung entstehen die bei raschem Krystallisiren sehr gewöhnlichen feder-, stern-, farrnkraut- und baumförmigen Gestalten, die ja auch unter ähnlichen Umständen bei anderen regulär krystallisirenden Substanzen (Kupfer, Silber) vorkommen.

Die Bedingungen zur Entstehung der einzelnen Formen sind hier, wie überhaupt, noch wenig bekannt. Leucitoeder, vollständige gleichwie die Vier- und Vierkantnerähnlichen Partialformen beobachtet man beim Krystallisiren eines Tropfens Salmiaklösung unter dem Mikroskop. Grössere Mengen nicht gesättigter Auflösung liefern bei langsamem Verdunsten die Formen Fig. 210. und deren Zwillinge. Die Combination Fig. 211. war bei der Zersetzung von euchromsaurem Ammoniak durch Chlorwasserstoffsäure entstanden. Die Trapezoeder waren aus einer stark sauren heissen und mit Wasser überschichteten Auflösung angeschossen. Aus Auflösungen von Eisenchlorid oder Harnstoff soll der Salmiak in Würfeln krystallisiren.

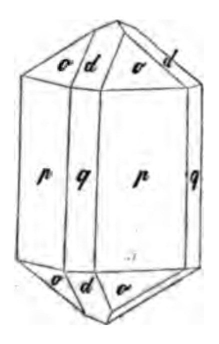
Ueber die eigenthümlichen Formen der Salmiakkrystalle vgl. Marx in Schweigg. Journ. Bd. 54. S. 299. Naumann im Journ. für prakt. Chem. Bd. 50. S. 11. 310.

Viergliedriges System.

Vesuvian.

Die Krystalle des Vesuvians sind Combinationen von Quadratoktaedern, quadratischen Prismen, der Endfläche, Vier- und Vierkantnern und vier- und vierkantigen Prismen.

215



Eine der häufigsten Combinationen ist die beistehende, von 2 Quadratoktaedern und 2 quadratischen Prismen beiderlei Ordnung gebildet. Wir gehen von dem schärferen der beiden Oktaeder, nämlich von o, aus, und betrachten dasselbe als das Hauptoktaeder $a : a : c$. Das Oktaeder d, welches die Endkanten von jenem abstumpft, ist nun das erste stumpfere, $a : \infty a : c$. Das Prisma p ist das erste Prisma, $a : a : \infty c$, und q das zweite, $a : \infty a : \infty c$. (Vgl. S. 66. 69.)

Durch Messung findet man die Neigung von o zu p $\left(\text{Kante } \frac{o}{p}\right) = 127^\circ\ 7'$. Es beträgt mithin der Seitenkantenwinkel des Hauptoktaeders (die Neigung von o : o über p) $2 \cdot (127^\circ\ 7' - 90^\circ) = 2 \cdot 37^\circ\ 7' = 74^\circ\ 14'$. Hieraus folgt der Endkantenwinkel (die Neigung von o : o über d) nach der

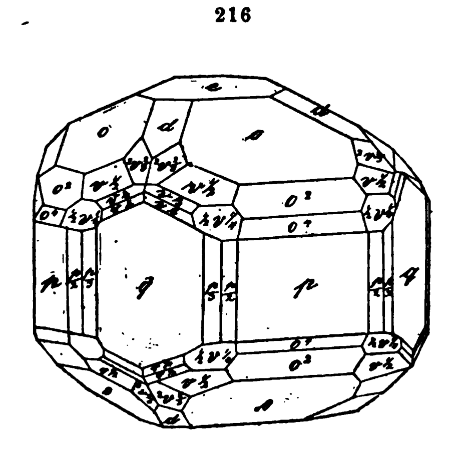
Formel I. S. 127. $= 129^{0}\,28'$. Ferner ist die Neigung der Oktaederfläche : Axe c $= 90^{0}$ minus dem halben Seitenkantenwinkel, $= 90^{0} - 37^{0}\,7' = 52^{0}\,53'$; ferner die Neigung der Endkante zur Axe (nach V. S. 127.) $= 61^{0}\,54'$. Hieraus folgt wiederum (S. 128.), dass das Verhältniss der Axen a : c = 1 : 0,53395 oder c : a = 1 : 1,8728 ist.

Da für das erste stumpfere Oktaeder d die Neigung der Flächen zur Axe c $= 61^{0}\,54'$ ist, so findet man leicht, dass der Winkel in den Endkanten $= 141^{0}\,6'$, und in den Seitenkanten $= 56^{0}\,12'$ beträgt.

Sehr gewöhnlich tritt die Endfläche c : ∞a : ∞a zu dieser Combination hinzu, und dehnt sich mehr oder weniger aus.

Die wichtigsten Flächen, welche beim Vesuvian vorkommen, zeigt der beistehend abgebildete Krystall (vom Vesuv), welcher die schon angeführten o, d, p, q und e (Endfläche) enthält. Man projicire dieselben (Taf. III. Fig. 1.).

216



In der horizontalen Zone finden sich zwei neue Flächen, $\frac{p}{2}$ und $\frac{p}{3}$, deren jede für sich die Kante zwischen dem ersten und zweiten Prisma abstumpft. Es sind mithin vier- und vierkantige Prismen a : $\frac{1}{m}$a : ∞a (S. 72.). Da sie hier durch Zonen sich nicht bestimmen lassen, so muss man ihre Neigung gegen p oder q messen, und findet dann, dass $\frac{p}{2}$ = a : $\frac{1}{2}$a : ∞c, und $\frac{p}{3}$ = a : $\frac{1}{3}$a : ∞c ist. Man trage die Sektionslinien in das Projektionsbild ein. Ist die Zeichnung richtig, so geht die Sektionslinie von $\frac{p}{2}$ durch je 2 Zonenpunkte von o und d; d. h. wenn an dem Krystall die vordere Fläche $\frac{p}{2}$ nebst den Flächen o und

d sich so ausdehnten, dass sie sich in Kanten schnitten, so würde eine Zone von d oben über $\frac{p}{2}$ nach dem unteren rechten o, und eine eben solche von dem oberen rechten o über $\frac{p}{2}$ nach dem unteren d laufen.

Unter den Vier- und Vierkantnern tritt zunächst v^1 hervor. Eine solche Fläche fällt mit d, o, q in eine Zone (Endkantenzone des Hauptoktaeders), hat mithin a : c im Zeichen. Wenn v^1 und p sich in Kanten berühren, so sind dieselben parallel denen zwischen v^1 und d; diese zweite Zone ist die Kantenzone des Dodekaids. Die Fläche v^1 würde daher im regulären System dem Leucitoeder angehören, und schon hieraus folgt ihr Zeichen $a : \frac{1}{2}a : c$. In der Projektion fallen ihre Sektionslinien in den Zonenpunkt bei a und in den ersten Kantenzonenpunkt α, weil im ersteren sich d, o, q, im letzteren d und p schneiden. Auch hierdurch ergiebt sich (vgl. Formel IV. S. 25.), dass $v^1 = a : \frac{1}{2}a : c$ ist.

Da die Fläche $\frac{p}{2}$ mit je zwei v^1 in eine Zone fällt, (insofern die Kanten über ${}^1v^1$ parallel sind), bestätigt sich die Richtigkeit des für die erstere gefundenen Werthes. (In der Projektion gehen ihre Sektionslinien parallel).

Zwischen diesem Vier- und Vierkantner und dem zweiten Prisma (q) liegen noch zwei andere, gleichfalls aus der Endkantenzone des Hauptoktaeders, also $= a : \frac{1}{n}a : c$, worin aber $n > 2$ sein muss. Sie lassen sich bei der vorliegenden Flächenausbildung nicht direkt durch Zonen bestimmen. Wenn indessen v^1 oben und unten sich mit $\frac{p}{3}$ scheiden, so bilden sie parallele Kanten, sind also auf $\frac{p}{3}$ gerade aufgesetzt, ebenso wie v^1 auf $\frac{p}{2}$. Sie müssen daher $= a : \frac{1}{3}a : c$ sein. v^1 hat sich durch Messung als $a : \frac{1}{4}a : c$ erwiesen *).

Der Vier- und Vierkantner ${}^2v^1$ fällt gleich v^1 in die Kantenzone des Dodekaids. Wäre das System das reguläre, so würde er, da er zwischen Granatoeder- und Leucitoederfläche liegt, einem Achtundvierzigflächner, und zwar (nach S. 52.) einem Pyramidengranatoeder angehören, in dessen Zeichen $m - n = 1$

*) Die Sektionslinien dieser beiden Vier- und Vierkantner sind in der Projektion weggelassen.

ist. In der That entspricht er dem gewöhnlichsten jener Körper, insofern er $= a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}c = 2a : \frac{2}{3}a : c$ ist. In der Projektion ist α der eine Zonenpunkt (Dodekaidkantenzonenpunkt); die Sektionslinie muss der von $\frac{p}{3}$, die von $a : \frac{1}{3}a$ geht, parallel sein, d. h. $2a : \frac{2}{3}a$ gehen, denn bei gehöriger Ausdehnung der Flächen würden die Kanten zwischen $^{2}v^{\frac{1}{3}}$, $v^{\frac{1}{2}}$ und $\frac{p}{3}$ parallel laufen.

Der Vier- und Vierkantner $^{\frac{1}{2}}v^{\frac{1}{2}}$ fällt mit $v^{\frac{1}{2}}$ und $\frac{p}{2}$ in eine Zone, muss also, gleich diesen, $a : \frac{1}{2}a$ im Zeichen haben, zugleich aber nc, da er unter $v^{\frac{1}{2}}$ liegt. Ausserdem fällt er mit 2 Flächen $v^{\frac{1}{2}}$ in eine Zone (letztere bilden Parallelogramme); da nun die Kante, welche beide letztere unter sich bilden, $= a : 4c = \frac{1}{2}a : 2c$ läuft, so muss $^{\frac{1}{2}}v^{\frac{1}{2}} = a : \frac{1}{2}a : 2c$ sein. In der Projektion *) geht die Sektionslinie zweien $v^{\frac{1}{2}}$ und einer $\frac{p}{2}$ parallel.

Es bleiben noch zwei schärfere Oktaeder erster Ordnung $a : a : nc$ übrig. Das obere von ihnen, mit o^2 bezeichnet, fällt in zwei Zonen, durch $v^{\frac{1}{2}}$ und $^{\frac{1}{2}}v^{\frac{1}{2}}$ und umgekehrt gebildet. Die Zonenpunkte seiner Sektionslinien sind daher $\frac{1}{2}a$, daher dieses Oktaeder $= \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a : c = a : a : 2c$, also das zweifach schärfere des Hauptoktaeders ist:

Das unterste Oktaeder o^4 lässt sich hier durch Zonen nicht direkt bestimmen, Messung jedoch so wie der Umstand, dass wenn o^4 und $v^{\frac{1}{2}}$ sich ausdehnen und in Kanten schneiden, diese Kanten denen von $\frac{v^{\frac{1}{2}}}{v^{\frac{1}{2}}}$ parallel sind, beweisen, dass $o^4 = \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a : c : = a : a : 4c$, d. h. das vierfach schärfere ist.

Ausser diesen Flächen finden sich beim Vesuvian auch noch manche andere. Von Oktaedern z. B. das dreifach schärfere und stumpfere.

Zusammenstellung der wichtigsten Flächen:

---

*) Es sind nur zwei Sektionslinien im rechten unteren Quadranten gezogen.

Oktaeder

	Endk.	Seitenk.	Fl. : c
a : a : c (o)	129° 28′	74° 14′	52° 53′
a : a : 2c (o^2)	107 44	113 0	33 30
a : a : 3c (o^3)	99 24	132 20	23 50
a : a : 4c (o^4)	95 40	143 22	18 19
a : a : $\frac{1}{3}$c ($o^{\frac{1}{3}}$)	160 6	28 18	75 51
a : ∞a : c (d)	141 6	56 12	61 54

Prismen

a : a : ∞c (p); a : ∞a : ∞c (q); a : $\frac{1}{2}$a : ∞c $\left(\frac{p}{2}\right)$; a : $\frac{1}{3}$a : ∞c $\left(\frac{p}{3}\right)$.

Vier- und Vierkantner.

Aus der Endkantenzone des Hauptoktaeders: a : $\frac{1}{2}$a : c ($v^{\frac{1}{2}}$); a : $\frac{1}{3}$a : c ($v^{\frac{1}{3}}$); a : $\frac{1}{4}$a : c ($v^{\frac{1}{4}}$).

Ferner a : $\frac{1}{3}$a : $\frac{1}{2}$c (${}^2v^{\frac{1}{3}}$); $\frac{1}{2}$a : $\frac{1}{4}$a : c (${}^{\frac{1}{2}}v^{\frac{1}{4}}$).

Die Endfläche c : ∞a : ∞a.

Der Habitus der Vesuviankrystalle ist prismatisch, und herrscht unter den Flächen der horizontalen Zone meist das zweite Prisma vor. In der Endigung dagegen das Hauptoktaeder, während die Endfläche nur zuweilen sich stärker ausdehnt. Unter den Vier- und Vierkantnern ist a : $\frac{1}{3}$a : c der häufigste.

Spaltbarkeit ist vorhanden, obwohl nicht sehr deutlich, parallel den Flächen beider quadratischen Prismen und der Endfläche.

Schwefelsaures Nickeloxyd.

$\dot{N}i\ddot{\ddot{S}} + 7\dot{H}$.

Von den Formen dieses Salzes war schon früher (S. 73. und Fig. 119.) die Rede. Das dort zum Grunde gelegte Hauptoktaeder o = a : a : c ist ein scharfes Quadratoktaeder, etwa wie Fig. 103. Die Messung *) ergab seinen Seitenkantenwinkel = 139° 17′ 30″. Daraus folgt nach Formel I. (S. 127.) der Endkantenwinkel.

*) Mitscherlich in Poggend. Ann. Bd. 12. S. 144.

Denn

$\cos. A = \cos. 45^{\circ} . \sin. 69^{\circ} 38' 45''$

$\log. \cos. A = \lg. \cos. 45^{\circ} + \lg. \sin. 69^{\circ} 38' 45''$

$\lg. \cos. 45^{\circ} = 9{,}8494850$

$\lg. \sin. 69^{\circ} 38' 45'' = 9{,}9719993$

$9{,}8214843 = \lg. \cos. 48^{\circ} 28' 28''$

Der **Endkantenwinkel** ist folglich $= 96^{\circ} 56' 56''$.

Aus dem Seitenkantenwinkel folgt ferner die Neigung der Flächen zur Axe c.

$90^{\circ} - 69^{\circ} 38' 45'' = 20^{\circ} 21' 15''$ ist diese Neigung.

Ferner nach Formel III. (S. 127.) die Neigung der Endkanten zur Axe c.

$$\cos. \alpha = \text{cotg.} \frac{96^{\circ} 56' 56''}{2} = 48^{\circ} 28' 28''$$

$\lg. \text{cotg.} 48^{\circ} 28' 28'' = 9{,}9471987 = \lg. \cos. 27^{\circ} 41'$.

Aus diesem Werth folgt das Axenverhältniss. Denn

$a : c = \text{tg.} 27^{\circ} 41' : 1$

$a = \text{tg.} 27^{\circ} 41' \quad \lg. a = \lg. \text{tg} 27^{\circ} 41'$

$\lg. \text{tg.} 27^{\circ} 41' = 9{,}7198620 = \lg. 52464$

d. h. $c : a = 1 : 0{,}52464$

Oder $a : c = 1 : 1{,}90607$.

Das **zweifach stumpfere Oktaeder** und zugleich das **zweite stumpfere** $\left(\frac{o}{2}\right) = a : a : \frac{1}{2} c$ ist aus dem Hauptoktaeder leicht zu berechnen. Da sich $a : \frac{1}{2} c = 2a : c = 2 . 0{,}52464 = 1{,}04928 : 1$ verhält, so ist

$\lg. 2a = \lg. 1{,}04928 = 10{,}0208997$

$10{,}0208997 = \lg. \text{tg.} 46^{\circ} 23'$.

Dies ist die Neigung seiner Endkanten zur Axe c. Hieraus folgt nach Formel IV (S. 127.) der Endkantenwinkel.

$\text{cotg.} A = \cos. 46^{\circ} 23'$

$\lg. \text{cotg.} A = \lg. \cos. 46^{\circ} 23' = 9{,}8387422 = \lg. \text{cotg.} 55^{\circ} 24'$.

Der Endkantenwinkel ist folglich $2 . 55^{\circ} 24' = 110^{\circ} 48'$.

Ferner berechnet sich hieraus nach Formel II. der Seitenkantenwinkel.

$$\sin. C = \frac{\cos. 55^{\circ} 24'}{\cos. 45^{\circ}}$$

$\lg. \sin. C = \lg. \cos. 55^{\circ} 24' - \lg. \cos. 45^{\circ}$

$\lg. \cos. 55^{\circ} 24' = 9{,}7542288$

$\lg. \cos. 45^{\circ} = 9{,}8494850$

$9{,}9047438 = \lg. \sin. 53^{\circ} 25'$

Der ganze Seitenkantenwinkel ist mithin $= 106^{\circ} 50'$. Die

Neigung der Flächen zur Axe c ist $= 90^{\circ} - 53^{\circ}\ 25' = 36^{\circ}\ 35'$.

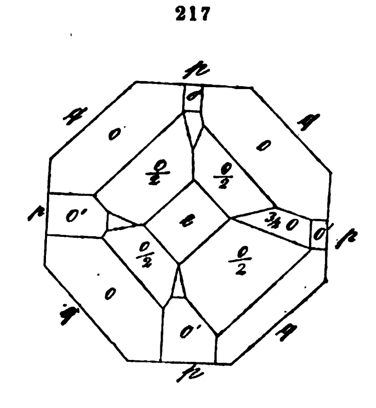
Anm. Für den halben Seitenkantenwinkel eines Quadratoktaeders ist die Axe c die Tangente, wenn die Senkrechte aus dem Mittelpunkt auf die Seitenkante der Radius ist. Bei den Oktaedern o und $\frac{o}{2}$ muss daher auch aus jenem Winkel für c das Verhältniss von $1 : \frac{1}{2}$ folgen.

In der That ist:
lg. tg. $69^{\circ}\ 39' = 10{,}4303516 =$ lg. 26937
lg. tg. $53\ \ 25 = 10{,}1294707 =$ lg. 13473

In ganz gleicher Art berechnet man das dreifach stumpfere Oktaeder $\left(\frac{o}{3}\right) = a : a : \frac{1}{3}c$. Da $c : 3a = 1 : 1{,}57392$, und lg. $1{,}57392 = 10{,}1969771 =$ lg. tg. $57^{\circ}\ 34'$, so ist dies die Neigung seiner Endkanten zur Axe c.

Man findet dann den Endkantenwinkel $= 123^{\circ}\ 36'$, den Seitenkantenwinkel $= 83^{\circ}\ 52'$, und die Neigung der Flächen zur Axe c $= 48^{\circ}\ 4'$.

Von Oktaedern zweiter Ordnung zeigt Fig. 119. nur das erste stumpfere $(o') = a : \infty a : c$. Die Neigung der Endkanten des Hauptoktaeders zur Axe c ist zugleich die Neigung der Flächen seines ersten stumpferen zu dieser Axe. Jener Werth wurde oben $= 27^{\circ}\ 41'$ gefunden. Sein Seitenkantenwinkel ist daher $= 2 . (90^{\circ} - 27^{\circ}\ 41') = 124^{\circ}\ 38'$. Hieraus folgt (nach Formel I.) der Endkantenwinkel $= 102^{\circ}\ 28'$, und die Neigung seiner Endkanten : c (nach Formel III.) $= 36^{\circ}\ 35'$. Dies ist aber natürlich zugleich die Neigung der Flächen zur Axe c bei seinem ersten stumpferen, d. h. dem zweiten oder zweifach stumpferen, $a : a : \frac{1}{2}c$, wie es auch bei ihm gefunden wurde.



Die beistehende Horizontalprojektion eines Krystalls von schwefelsaurem Nickeloxyd zeigt noch ein anderes stumpferes Oktaeder zweiter Ordnung, ⅓o, auch das erste quadratische Prisma (q). In der Projektionsfigur Taf. II. Fig. 2. sind die Sektionslinien des letzteren (q) leicht gezogen. Das Oktaeder ist offenbar zweiter Ordnung. Da es zugleich mit o und $\frac{o}{2}$ in eine Zone fällt, so geht seine

Sektionslinie durch den Zonenpunkt s'', und sein Zeichen ist folglich $\frac{3}{2}a : \infty a : c = a : \infty a : \frac{2}{3}c$; es ist das anderthalbfach stumpfere Oktaeder in Bezug auf o'. Für die Neigung seiner Flächen zur Axe c ist $c : \frac{3}{2}a = 1 : \frac{3}{2} . 0{,}52464 = 1 : 0{,}78696$, oder die Tangente jenes Neigungswinkels. Da lg. 0,78696 = 9,8959527 = lg. tg. 38° 12′, so ist dies der gesuchte Winkel, und 2 . (90° — 38° 12′) = 103° 36′ sein Seitenkantenwinkel; der Endkantenwinkel findet sich hiernach = 112° 30′.

Aus diesen Werthen lassen sich nun die Winkel in den Combinationskanten leicht berechnen. So z. B. ist die Neigung

von	$o : e$	= 110°	21′
-	$o : q$	= 159	39
-	$o : \frac{o}{2}$	= 163	46
-	$\frac{o}{2} : \frac{o}{3}$	= 168	31
-	$\frac{o}{2} : e$	= 126	35
-	$\frac{o}{3} : e$	= 138	4
-	$o' : e$	= 117	41
-	$o' : p$	= 152	19
-	$^{4}o : o'$	= 169	29
-	$^{4}o : c$	= 128	12

Spaltbarkeit am vollkommensten nach $c : \infty a : \infty a$, weniger nach $a : \infty a : \infty c$.

Die viergliedrigen Krystalle des schwefelsauren Nickeloxyds entstehen vorzüglich in Auflösungen, die freie Schwefelsäure enthalten, zwischen 15° und 18°. Aus ihrer Auflösung in reinem Wasser bilden sich zweigliedrige Krystalle derselben Verbindung (vgl. S. 179.). Bleiben diese dem Sonnenlicht ausgesetzt, so verwandeln sie sich, mit Beibehaltung der Form (und des Wassergehalts) in ein Aggregat der viergliedrigen Krystalle.

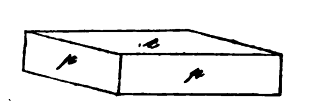
Zweigliedriges System.

Schwerspath.

Zur leichten Orientirung in den zahlreichen Combinationen des Schwerspaths dienen seine drei Spaltungsrichtungen. Zwei derselben, unter sich von gleicher Vollkommenheit, schneiden

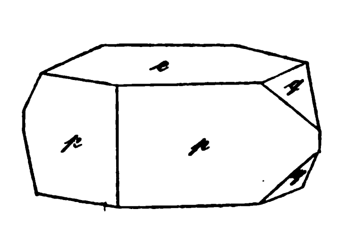
sich unter Winkeln von 101° 40′ und 78° 20′; eine dritte, die vollkommenste von allen, steht rechtwinklig auf jenen. Diesen drei Richtungen entsprechen drei Flächenpaare, die beistehende Combination, ein rhombisches Prisma mit Endfläche bildend. Betrachtet man nun jene beiden Richtungen als das erste Paar der Grundform, p = a : b : ∞c, so ist e, die vollkommenste Spaltungsrichtung, = c : ∞a : ∞b. In der Regel ist das Prisma sehr niedrig, tafelartig.

218



Sehr häufig beobachtet man an dieser Combination eine Zuschärfung auf die scharfen Seitenkanten von p aufgesetzt, durch die Flächen q, welche auf e parallele Kanten bilden, mithin einem zweiten Paar angehören. Der Winkel in der Kante $\frac{e}{q}$ ist = 127° 18′, d. h. die Neigung von q : q über e = 2 . (127° 18′ — 90°) = 74° 36′. Diese Flächen dehnen sich meistens so aus, dass sich die oberen und unteren in horizontalen Kanten schneiden, in denen dann die Neigung = 180° — 74° 36′ = 105° 24′ ist.

219



Wir nehmen sie als zweites zugehöriges Paar = b : c : ∞a des Hauptoktaeders, und berechnen aus p und q zuvörderst das dritte Paar a : c : ∞b, sodann das Rhombenoktaeder selbst, vorläufig ohne Rücksicht darauf, ob es wirklich beobachtet ist oder nicht.

Wenn, wie hier, die Kantenwinkel des ersten und zweiten zugehörigen Paars, d. h. die Winkel der Axenebenen ab und bc gegeben sind, so lassen sich zuvörderst die Axen des Hauptoktaeders daraus berechnen.

Der halbe scharfe Kantenwinkel des ersten Paars oder die Neigung der Seitenkanten des Hauptoktaeders zur Axe b (γ) ist $= \frac{78° 20'}{2} = 39° 10'$. Nach S. 126 ist a = tg. γ; folglich lg. a = lg. tg. 39° 10′ = 9,9109507 = lg. 81461. Es ist folglich a : b = 0,8146 : 1.

Der halbe scharfe Kantenwinkel des zweiten Paars oder die Neigung der schärferen Endkanten des Hauptoktaeders zur Axe b ($90° - \beta$) ist $= \frac{105° 24'}{2} = 52° 42'$. Nun ist Axe c = tg.

52° 42'; lg. c = lg. tg. 52° 42' = 10,1181614 = lg. 13127; mithin b : c = 1 : 1,3127.

Das Axenverhältniss für das Hauptoktaeder ist folglich a : b : c = 0,8146 : 1 : 1,3127.

Da a : c = 0,8146 : 1,3127 = 0,62055 : 1, und lg. 0,62055 = 9,7927768 = lg. tg. 31° 49', so ist dies die Neigung der stumpferen Endkanten des Hauptoktaeders zur Axe c (α) und das Doppelte, 63° 38', der Zuschärfungswinkel des dritten Paars a : c : ∞b an c.

Da nun α, β und γ gegeben sind, so lassen sich die Kantenwinkel des Oktaeders nach S. 126 leicht berechnen. Denn es ist:

(VII.) cotg. B = cotg. 31° 49' . sin. 37° 18' *)

lg. cotg. 31° 49' = 10,2073079
lg. sin. 37 18 = 9,7824643
9,9897722 = lg. cotg. 45° 41'.

(VIII.) cotg. A = cotg. 37° 18' . sin. 31° 49'

lg. cotg. 37° 18' = 10,1181614
lg. sin. 31 49 = 9,7219779
9,8401393 = lg. cotg. 55° 19'.

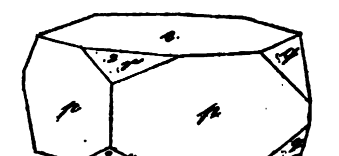
(IX.) $\text{tg. } C = \frac{\text{tg. } (90° - 37° 18')}{\text{sin. } 39° 10'}$

lg. tg. 52° 42' = 10,1181614
lg. sin. 39 10 = 9,8004272
10,3177342 = lg. tg. 64° 18'.

Es ist mithin am Hauptoktaeder die Neigung der Flächen in:
den stumpferen Endkanten (2A) = 110° 38'
den schärferen Endkanten (2B) = 91 22
den Seitenkanten (2C) = 128 36

Die Neigung seiner Flächen gegen die Axe c ist = 90° — 64° 18' = 25° 42'.

220



Kehren wir nach dieser Berechnung wieder zu den gewöhnlichsten Formen der Schwerspathkrystalle zurück, so finden wir an der früheren Combination auch eine Zuschärfung, auf die stumpfen Seitenkanten des Prismas p aufgesetzt, die Flächen 2r, d. h. ein drittes Paar Die Neigung desselben gegen die Endfläche beträgt 141° 8', d. h. der Zuschärfungswinkel zweier

*) Da 90° — β = 52° 42'.

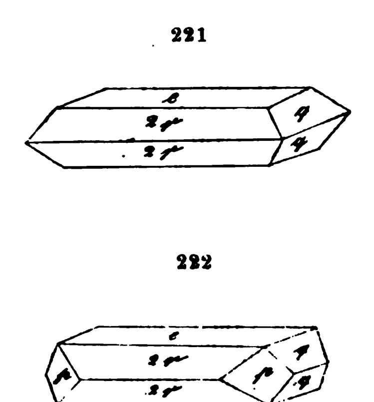
solcher Flächen unter sich (über e) $= 102^{\circ}\ 16'$ *). Diese Flächen gehören folglich nicht dem dritten zugehörigen Paar an, da dessen Zuschärfungswinkel, wie wir oben fanden, $63^{\circ}\ 38'$ beträgt, sondern einem stumpferen $a : \frac{1}{n} c : \infty b$.

Um den Werth von n zu finden, vergleicht man die halben Zuschärfungswinkel beider Flächen, $\frac{63^{\circ}\ 38'}{2} = 31^{\circ}\ 49'$ von $a : c : \infty b$, und $\frac{102^{\circ}\ 16'}{2} = 51^{\circ}\ 8'$ von unserer Fläche. Für beide ist die Axe c der Radius, Axe a und das Stück na die Tangenten.
Nun ist

lg. tg. $31^{\circ}\ 49' = \ \ 9,7926921 =$ lg. $\ \ 62043$
lg. tg. $51\ \ \ \ 8 = 10,0936983 =$ lg. 124080

Das Stück na ist mithin $= 2a$, $n = 2$, die Fläche $2r = 2a : c : \infty b = a : \frac{1}{2} c : \infty b$, oder die zweifach stumpfere des dritten zugehörigen Paars.

Diese beiden Paare $b : c : \infty a$ und $2a : c : \infty b$ dehnen sich in der Regel stark aus; verschwindet dann $a : b : \infty c$, so entsteht eine rechtwinklig vierseitige Tafel mit abwechselnd stumpferer und schärferer Zuschärfung der Ränder, da $q : q = 180^{\circ} - 74^{\circ}\ 36' = 105^{\circ}\ 24'$, und $2r : 2r = 180^{\circ} - 102^{\circ}\ 16' = 77^{\circ}\ 44'$. (Vgl. S. 82.) Tritt nun das erste Paar noch hinzu, so stumpft es die Seitenecken dieser Combination so ab, dass sein stumpfer Winkel (101° 40′) an der Seite der schärferen Zuschärfung von 77° 44′ liegt, und umgekehrt. Dies gilt natürlich auch für die ihm entsprechenden Spaltungsrichtungen, die man an solchen Krystallen leicht erhalten kann, oder durch Sprünge schon angedeutet sieht. Die Flächen p müssen als Trapezoide erscheinen, da sie nur dann Parallelogramme sein können, wenn alle drei Paare zusammengehörige sind. (S. 81.)

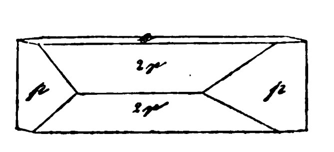


*) Nämlich $180^{\circ} - 141^{\circ}\ 8' = 38^{\circ}\ 52'$; $90^{\circ} - 38^{\circ}\ 52' = 51^{\circ}\ 8'$ und das Doppelte $= 102^{\circ}\ 16'$.

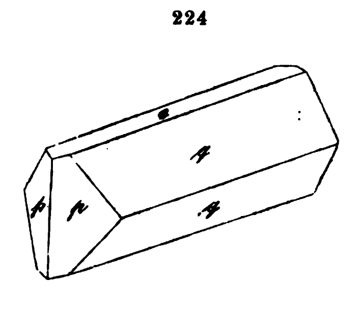
Oft ist die Kante $\frac{q}{q}$ durch b : ∞a : ∞c, und $\frac{2r}{2r}$ durch a : ∞b : ∞c abgestumpft.

Das Hauptoktaeder a : b : c stumpft an der rhombischen Tafel (Fig. 218.) die Endkanten $\left(\frac{e}{p}\right)$ ab; die Abstumpfungsflächen bilden mit der Endfläche e einen Winkel von 115° 42′ *), mit dem ersten Paar p einen solchen von 154° 18′ **). An der rechtwinklig vierseitigen Tafel (Fig. 221.) bilden sie Zuschärfungen der Ecken. Je zwei Combinationskanten auf q gehen parallel, je zwei auf 2r convergiren nach unten (S. 84.).

223



224



Fast niemals sind die Schwerspathkrystalle in der Richtung der Axe c, sondern in der von a oder b aufgewachsen und verlängert. Am gewöhnlichsten nach b; dann erscheint 2a : c : ∞b als ein rhombisches Prisma von 102° 16′ und 77° 44′, an welchem die Hauptspaltungsrichtung (e) die stumpfen Seitenkanten abstumpft, während die beiden anderen Spaltungsflächen (p) eine auf die scharfen Seitenkanten aufgesetzte Zuschärfung von 78° 20′ bilden. Nicht so oft sieht man die Krystalle in der Richtung von a verlängert, in welchem Fall b : c : ∞a als rhombisches Prisma von 105° 24′ und 74° 36′ erscheint, dessen scharfe Seitenkanten die Hauptspaltungsfläche abstumpft, während die beiden anderen eine auf die stumpfen Seitenkanten aufgesetzte Zuschärfung von 101° 40′ bilden.

Ausser den angeführten Flächen hat man beim Schwerspath noch mehrere Rhombenoktaeder, so wie erste und dritte Paare beobachtet. Eine etwas verwickelte Combination zeigt Fig. 225. Man erkennt leicht, dass der Krystall der in Fig. 224 dargestell-

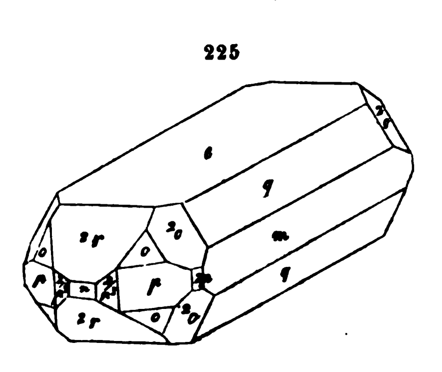
---

*). Nämlich 180° — 64° 18′ (dem halben Seitenkantenwinkel) oder 90° + 25° 42′ (Neigung der Oktaederflächen gegen c).

**) 90° + 64° 18′.

ten Modifikation angehört, dass p und c die Spaltungsflächen, 2r das schon erwähnte dritte Paar, m und n die Hexaidflächen b : ∞a : ∞c und a : ∞b : ∞c sind. Die Flächen o gehören dem Hauptoktaeder a : b : c an, da je zwei derselben mit einem p und mit einem q in eine Zone fallen.

225



Das Oktaeder ^{2}o lässt sich leicht bestimmen. Die Kanten von 2r nach einem rechts und links liegenden ^{2}o sind parallel; das Oktaeder hat also die Richtung 2a : c. Dasselbe gilt von q in Bezug auf ein vorderes und hinteres ^{2}o; es hat also zugleich die Richtung b : c, und ist folglich = 2a : b : c.

Die Flächen ^{2}p gehören einem ersten Paar an. Da sie mit ^{2}o oben und unten parallele Kanten bilden, so erhalten sie den Ausdruck 2a : b : ∞c.

Die Berechnung dieser beiden Formen geschieht in folgender Art: Das Axenverhältniss 2a : b : c ist = 1,6292 : 1 : 1,3127.
lg. 1,6292 = 10,2119744 = lg. tg. 58° 27′

Dies ist der halbe Seitenkantenwinkel des Prismas 2a : b : ∞c, welcher an b liegt, und in diesem Fall der stumpfere ist. Der ganze ist = 116° 54′, und der an a liegende 180° — 116° 54′ = 63° 6′.

Ferner ist
2a : c = 1,6292 : 1,3127 = 1,2411 : 1.
lg. 1,2411 = 10,0938068 = lg. tg. 51° 8′

Dies ist die Neigung der vorderen Endkanten (2a : c) des Oktaeders 2a : b : c zur Axe c.

Um seine Kantenwinkel zu berechnen, dient zuvörderst Formel VII. (S. 126.).
cotg. B = cotg. 51° 8′ . sin. 37° 18′ *)
lg. cotg. 51° 8′ = 9,9063017
lg. sin. 37 18 = 9,7824643
9,6887660 = lg. cotg. 63° 58′

*) Der halbe Zuschärfungswinkel von q über c.

Ferner nach VIII.:

cotg. A = cotg. 37° 18′. sin. 51° 8′

lg. cotg. 37° 18′ =	10,1181614	
lg. sin. 51 8 =	9,8913191	
	10,0094805	= lg. cotg. 44° 23′

Nach IX.:

$$\text{tg. } C = \frac{\text{tg. } (90° - 37° 18')}{\text{sin. } 58° 27'}$$

lg. tg. 52° 42′ =	10,1181614	
lg. sin. 58 27 =	9,9305333	
	10,1876281	= lg. tg. 57° 1′

Man hat also an diesem Oktaeder die Neigung der Flächen:

in den seitlichen Endkanten	(2B) =	127° 56′
- - vorderen -	(2A) =	88 46
- - Seitenkanten	(2C) =	114 2

Man mag hiernach weiter die Neigung der Flächen gegen die Axen berechnen.

An dem Krystall Fig. 225. bleibt noch ein erstes Paar $^{\frac{2}{3}}$p zu bestimmen, welches zwischen n und p liegt, also = a : nb : ∞c = $\frac{1}{n}$a : b : ∞c sein muss. Der Winkel n : $^{\frac{2}{3}}$p findet sich durch Messung = 151° 30′. Nun ist 151° 30′ — 90° = 61° 30′ der halbe, und 123° 0′ der ganze stumpfe, so wie 180° — 123° = 57° der ganze scharfe Winkel dieses rhombischen Prismas. $\frac{57°}{2}$ = 28° 30′ und 39° 10′ sind die halben scharfen Kantenwinkel dieses und des ersten Paars p. Wenn für beide die Axe b der Radius ist, so sind $\frac{1}{n}$a und a die Tangenten. Nun ist

lg. tg. 28° 30′ = 9,7347644 = lg. 54296

\- - 39 10 = 9,9109507 = lg. 81461

Beide Zahlen verhalten sich = 2 : 3. Folglich ist $^{\frac{2}{3}}$p = $\frac{2}{3}$a : b : ∞c = 2a : 3b : ∞c.

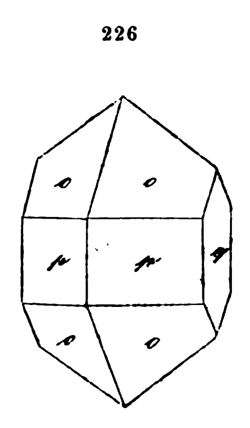
Man hat ausserdem beim Schwerspath noch andere Rhombenoktaeder, z. B. a : b : $\frac{1}{8}$c, 2a : b : $\frac{1}{2}$c, so wie insbesondere Flächen aus der Zone der dritten Paare, 3a : c : ∞b, 4a : c : ∞b, 5a : c : ∞b u. s. w. beobachtet, deren Lage und Werthe sich nach dem Angeführten leicht bestimmen lassen.

Zweifach weinsteinsaures Kali.

(Weinstein.)

Eine der einfachsten Combinationen dieses Salzes stellt Fig. 226. vor, ein Rhombenoktaeder o mit seinem ersten zugehörigen Paar p und der Hexaidfläche q, welche die scharfeu Seitenkanten von jenem abstumpft. Die Flächen o und p sind immer glatt; q hingegen ist stets horizontal gestreift, und dient sehr gut zur Orientirung bei verwickelteren Combinationen oder den sehr häufigen Verzerrungen der Krystalle. Auch entspricht ihr eine, wenn gleich nicht die vollkommenste Spaltbarkeit.

226

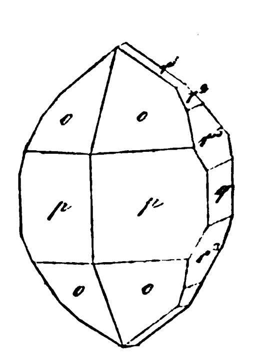


Man betrachtet o als das Hauptoktaeder a : b : c; dann ist p = a : b : ∞c, und q = b : ∞a : ∞c. Durch Messung hat man gefunden: p : p = 109° 8′ und o : p = 141° 49′. Aus der letzteren folgt der halbe Seitenkantenwinkel von o = 149° 49′ — 90° = 51° 49′, und der ganze = 103° 38′. Ferner hat die Messung der Neigungswinkel von o : o in den stumpferen (vorderen) Endkanten 125° 46′ ergeben.

Hieraus folgt die Neigung in den schärferen Endkanten = 100° 20′, und das Axenverhältniss a : b : c = 0,7115 : 1 : 0,7372.

Zu der früheren Combination treten drei Flächen aus der Zone des zweiten Paars, nämlich das zweite zugehörige Paar r = b : c : ∞a, so wie r^2 und r^3, welche b : nc : ∞a sind. Für r ergiebt die Rechnung, dass es unter 53° 36′ gegen c, und unter 36° 24′ gegen b geneigt ist *). Die Neigung von r : r^2 giebt die Messung = 160° 33′. Da nun 180° — 53° 36′ = 126° 24′, und 160° 33′ — 126° 24′ = 34° 9′, so ist dies die Neigung von r^2 gegen c. Nun ist:

227



*) lg. 0,7372 = 9,8675853 = lg. tg. 36° 24

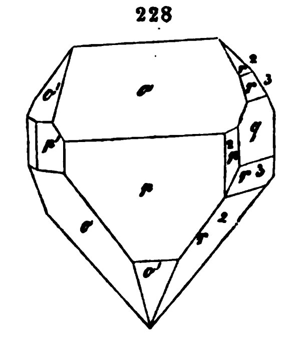
$lg.\ tg.\ 53^{\circ}\ 36' = 10{,}1323772 = lg.\ 135640$
$lg.\ tg.\ 34\ \ \ 9 = 9{,}8314374 = lg.\ 67832$

Bei gleicher Länge von c ist folglich für r^2 nur $\frac{1}{2}b$ vorhanden, sein Zeichen daher $= \frac{1}{2}b : c : \infty a = b : 2c : \infty a$.

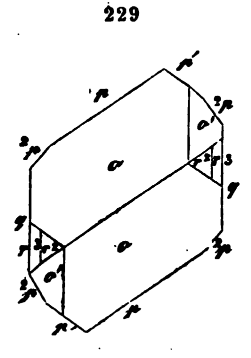
In ähnlicher Weise hat man die Neigung $r^2 : r^3 = 169^{\circ}\ 44'$ gemessen, woraus $r^3 = \frac{1}{3}b : c : \infty a = b : 3c : \infty a$ folgt.

Sehr häufig dehnen sich die abwechselnden Flächen des Hauptoktaeders unverhältnissmässig aus, und zwar bald die eine, bald die andere Hälfte; verschwinden dann die kleinen, so entsteht eine tetraedrische Hemiedrie. Die beiden Flächenpaare p folgen dabei in Betreff der Ausdehnung oder des Bleibens und Verschwindens denjenigen Oktaederflächen, die darauf aufgesetzt sind. Fig. 228 zeigt den Fall der Ausdehnung der rechtsliegenden oberen Oktaederfläche und der rechten Prismenfläche, deren entsprechende links liegende als o' und p' unterschieden sind. Fig. 229 ist die orthographische Projektion eines solchen Krystalls, und Fig. 230 diejenige, wobei die andere Hälfte der Flächen vorherrscht.

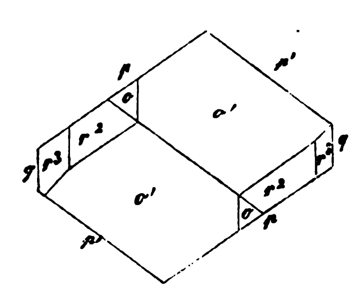
228



229



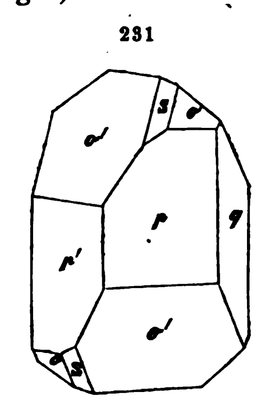
230



In Fig. 228 und 229 erscheint noch ein rhombisches Prisma in der Horizontalzone, ²p. Der Winkel p : ²p ist = 160° 30′ gemessen, woraus ²p = 2a : b : ∞c folgt *).

Auch das dritte zugehörige Paar kommt vor, wie z. B. in der nebenstehenden Combination, wo s = a : c : ∞b. Nach Schabus findet es sich jedoch nicht an Krystallen, welche nur die rechte Hälfte des Oktaeders zeigen, wogegen Haidinger r² und r³ niemals an denen beobachtete, die nur die linke Hälfte besitzen.

231



Stellen wir die wichtigsten Kantenwinkel beim Weinstein nochmals zusammen, so sind es folgende:

o : o	über p	= 103°	38′	r : r	an c	= 107°	12′
	über r	= 100	20		- b	= 72	48
	über s	= 125	46	r² : r²	- c	= 68	18
p : p	an a	= 109	8		- b	= 111	42
	- b	= 70	52	r³ : r³	- c	= 48	40
²p : ²p	- a	= 70	8		- b	= 131	20
	- b	= 109	52	s : s	- c	= 87	58
					- a	= 99	2

p : o	= 141°	49′	r² : r³	= 169°	44′
p : ²p	= 160	30	r² : q	= 145	51
p : q	= 125	26	r³ : q	= 155	40
q : ²p	= 144	56	s : o	= 152	53
r : r²	= 160	33			
r : r³	= 150	54			
r : q	= 126	24			

o : Axe c = 38° 11′ o : o über c = 76° 22′
o : - b = 27 7
o : - a = 39 50

---

*) Da 180° — 160° 30′ = 19° 30′, und $\frac{109° 8′}{2}$ = 54° 34′ — 19° 30′ = 35° 4′, so ist

lg. tg. 54° 34′ = 10,1478013
- - 35 4 = 9,8463018.

Die Zahlen dieser log. 14054 und 7019 sind = 2 : 1.

Die vollkommenste Spaltbarkeit findet nach der (nicht beobachteten) Endfläche c : ∞a : ∞b, ferner nach r, eine minder vollkommene, wie schon gesagt, nach q statt. Auch die Flächen r^2 und r^3 sind gewöhnlich horizontal gestreift. Fläche ${}^2p$ ist rauh.

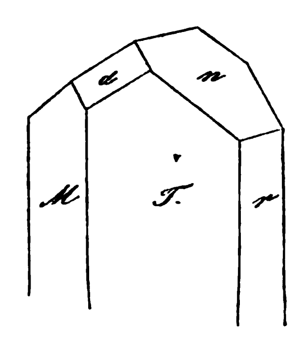
Zwei- und eingliedriges System.

Epidot.

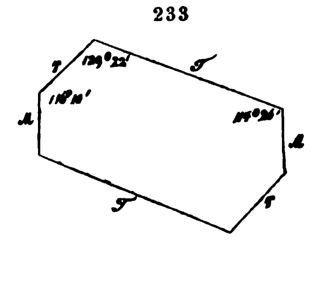
Wenn der Feldspath, dessen Zonenverhältnisse als erstes Beispiel dienten, durch das gewöhnliche Vorherrschen der Flächen der horizontalen Zone sich auszeichnet, so mag der Epidot als Typus solcher zwei- und eingliedrigen Krystalle gewählt werden, bei welchen die Vertikalzone sich vorherrschend entwickelt, so dass die schiefen Endflächen gleichsam zu Prismenflächen werden. (Vgl. S. 91.)

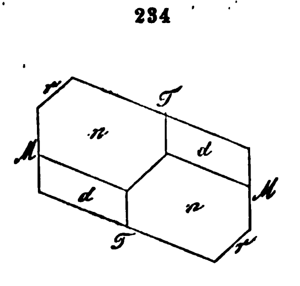
Die Epidotkrystalle stellen sich als vier-, sechs- und mehrseitige unsymmetrische Prismen dar, welche an einem Ende aufgewachsen sind. In der Endigung beobachtet man zahlreiche Zuschärfungsflächen, auch wohl eine gerade angesetzte Endfläche. Fig. 232 stellt ein solches sechsseitiges Prisma dar; den beiden Flächen M und T entspricht eine, obwohl ungleiche Spaltbarkeit, und zwar so, dass die nach M die vollkommnere ist, daher M als erste, T als zweite Spaltungsfläche bezeichnet werden. Sie bilden einen Winkel von 114° 26′. Die Fläche r stumpft die schärferen Kanten des von T und M gebildeten vierseitigen Prismas schief ab, denn sie bildet mit T einen Winkel von 129° 22′, mit M aber (d. h. der Parallelen der anderen Seite) einen solchen von 116° 10′. Fig. 233. zeigt diese Winkel in der Horizontalprojektion des Prismas.


232



233



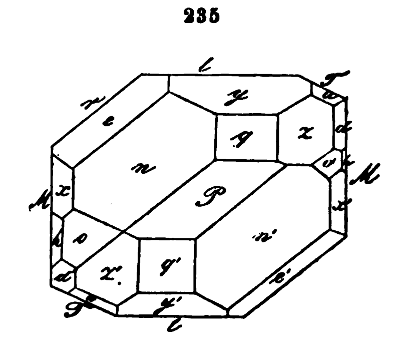


Unter den Flächen der Endigung treten besonders n und d hervor. Die beiden Flächen n bilden eine auf r gerade aufgesetzte Zuschärfung; die Neigung von n : n (der Zuschärfungswinkel) beträgt 109° 20′. Die zweite Zuschärfung d ist auf die Kante T : M schief aufgesetzt, und bildet ein Rhomboid, indem sie mit M und dem einen n, so wie mit T und dem anderen n in eine Zone fällt, was man in Fig. 234 sieht, der Horizontalprojektion von Fig. 232.

Ausser diesen Flächen kommen aber beim Epidot noch viele andere vor; theils solche, welche die Kanten zwischen P, M, r abstumpfen, theils andere paarweise auftretende Zuschärfungsflächen, so wie auch eine gerade Endfläche.

Sollen derartige Krystalle auf die Axen des zwei- und eingliedrigen Systems bezogen werden, so wird das Prisma MTr horizontal gestellt, seine Flächen als der Vertikalzone angehörig, d. h. die Axe b parallel seinen Kanten genommen. Seine Flächen werden alsdann theils zu schiefen Endflächen, theils zu der Hexaidfläche a : ∞b : ∞c. Die Zuschärfungsflächen der Endigung sind nun augitartige Paare oder Dodekaidflächen, und die gerade Endfläche (P der folgenden Figuren) ist = b : ∞a : ∞c.

Indem Fig. 233 und 234 Durchschnitt und Projektion nach der Axenebene ac darstellen, ergiebt ihre Stellung, dass die Fläche M (erste Spaltungsfläche) = a : ∞b : ∞c, r und T schiefe Endflächen, jene der vorderen, diese der hinteren Seite, n und d augitartige Paare geworden sind.



Zur Entwicklung diene ein complicirter Krystall, der in Fig. 235 in gleicher Weise gezeichnet ist. Wir finden hier zwischen T und r eine schiefe Endfläche l, wenig geneigt nach vorn (links), die Augitpaare x, e, z, u, die rhombischen Prismen (erste Paare) o und h, die zweiten Paare q und y, und die Hexaidfläche P. Die Flächen o, o′ r, T bilden ein Oktaid, weil je zwei und zwei in eine Zone fallen. (Vgl. Feldspath, S. 28.) Wir beziehen sie auf Axen, indem wir setzen:

$o = a : b : \infty c$
$o' = a : b' : \infty c$
$r = a : c : \infty b$
$T = a' : c : \infty b$

Die Flächen M, P und l sind dann die Flächen des zugehörigen Hexaids, da jede derselben in zwei Oktaidkantenzonen fällt.

Mithin ist:

$M = a : \infty b : \infty c$
$P = b : \infty a : \infty c$
$l = c : \infty a : \infty b$

Aus diesen Flächen lassen sich nun durch Zonenconnexus alle übrigen ableiten. Zu dem Ende projiciren wir sie auf Taf. III. Fig. 2.

Augitpaar nn'. Fläche n fällt mit r und P, und mit o und T in eine Zone. Aehnlich n'. Sie hat also $a : c$, und schneidet b in $\frac{1}{2}$ (Formel IV. S. 25.); ihr Zeichen ist folglich $a : \frac{1}{2}b : c$. Sie ist das Analogon der Rhomboidfläche des Feldspaths, hier jedoch auf der vorderen Seite. Sie liefert zwei Zonenpunkte s, welche sich (nach Formel V. S. 26.) $= \frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ ergeben.

Augitpaar dd'. Fläche d fällt mit n und M, und mit n'o'T in eine Zone. Aehnlich d'. Nach Formel IV. schneidet sie a' in $\frac{1}{3}$, ist folglich $= \frac{1}{3}a' : \frac{1}{2}b : c$. Sie bestimmt die Zonenpunkte $s' = \frac{a'}{5} + \frac{b}{5}$.

Augitpaar zz'. Fläche z fällt mit d, n, M und mit T, P in eine Zone, ist folglich $= a' : \frac{1}{2}b : c$. Aehnlich z'. Sie fällt in die erste Kantenzone, d. h. z, r und o' würden sich bei gehöriger Ausdehnung in parallelen Kanten schneiden. Sie bestimmt ferner die Zonenpunkte $s'' = \frac{a'}{3} + \frac{b}{3}$ und $s''' = \frac{a'}{2} + \frac{b}{4}$.

Fläche q (q') gehört einem zweiten Paar an, denn sie fällt mit l und P in eine Zone, hat also ∞a im Zeichen. Ferner mit d, z, n, M. Sie ist folglich $= \frac{1}{2}b : c : \infty a = b : 2c : \infty a$.

Augitpaar xx'. Fläche x fällt mit M, n, q, z, d und mit o, z' in eine Zone. Nach der schon erwähnten Formel erhält sie den Ausdruck $= \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c$. Ebenso x'.

Fläche h (h') ist gleich o ein rhombisches Prisma, die Kante M : o abstumpfend, muss also $= a : nb : \infty c$ sein. Ihre Sektionslinie geht durch den Mittelpunkt der Construktion, und da

sie ausserdem sowohl mit T und x, als auch mit r und d' Zonen bildet (bei Ausdehnung der Flächen sichtbar), so ist sie $= a : 2b : \infty c$.

Augitpaar uu'. Fläche u liegt mit T, z, P (z', u'), so wie mit d, h' (r) in einer Zone. Sie erhält folglich, wie man leicht findet, das Zeichen $= a' : b : c$. Ebenso u'.

Fläche y (y') ist gleich q ein zweites Paar. Da sie mit T und n zugleich in eine Zone fällt, so ist sie $= b : c : \infty a$.

Augitpaar ee'. Fläche e liegt mit r, n, P (n'), so wie mit y, u, M, auch mit h und x in einer Zone, woraus ihr Zeichen $= a : b : c$ folgt.

Noch andere Flächen, welche unsere Fig. nicht zeigt, lassen sich leicht bestimmen. So findet sich z. B. eine Abstumpfung der Kante zwischen T und M, eine schiefe Endfläche der hinteren Seite, auf welche die Flächen dd' gerade aufgesetzt sind, die daher $= \frac{1}{3}a' : c : \infty b$ ist. Zwischen r und M kommt in gleicher Weise eine Fläche vor, in deren Diagonalzone xx' fällt, und welche folglich $= \frac{1}{3}a : c : \infty b$ ist.

Die Projektionsfigur zeigt eine bemerkenswerthe Symmetrie. Die Flächen e und u ergänzen sich zu dem zwei- und eingliedrigen Oktaid, denn e ist $= a : b : c$, und u $= a' : b : c$. Die Flächen des zugehörigen Hexaids sind P, M und l. Von den Flächen des zugehörigen Dodekaids bilden o und o' das erste Paar $a : b : \infty c$, y und y' das zweite $= b : c : \infty a$, und r und T das dritte $= a : c \infty b$ und $a' : c : \infty b$. Ebenso ergänzen sich $n = a : \frac{1}{2}b : c$ und $z = a' : \frac{1}{2}b : c$ zu einem Oktaeder, dessen zweites Paar die Flächen $q = \frac{1}{2}b : c : \infty a$ darstellen. Endlich stehen die Augitpaare $x = \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c$ und $d = \frac{1}{3}a' : \frac{1}{2}b : c$ in demselben Verhältniss, und die oben erwähnten schiefen Endflächen $\frac{1}{3}a : c : \infty b$ und $\frac{1}{3}a' : c : \infty b$ würden ein zugehöriges drittes Paar vorstellen.

Der Projektion zufolge würde der Epidot leicht für zweigliedrig gehalten werden, allein zwischen r und T, zwischen den vorderen und hinteren schiefen Endflächen überhaupt, so wie zwischen den Hälften der scheinbaren Rhombenoktaeder herrscht eine entschiedene Differenz, und endlich bilden l und M keinen rechten Winkel, wenn er auch nur wenig von einem solchen abweicht.

Für die Berechnung der Epidotkrystalle scheint es zweckmässiger, statt des aus e und u sich ergänzenden Hauptoktaeders das aus den viel häufiger vorkommenden Flächen n und z entstehende zu wählen, d. h. die Axe b nur halb so gross anzu-

nehmen, als bisher geschehen war. Alsdann ändern sich die Zeichen folgender Flächen:

$n = a : \frac{1}{2}b : c$ wird $= a : b : c$

$z = a' : \frac{1}{2}b : c$ - $= a' : b : c$

$e = a : b : c$ - $= a : 2b : c$

$u = a' : b : c$ - $= a' : 2b : c$

$x = \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c$ - $= \frac{1}{3}a : b : c$

$d = \frac{1}{3}a' : \frac{1}{2}b : c$ - $= \frac{1}{3}a' : b : c$

$q = \frac{1}{2}b : c : \infty a$ - $= b : c : \infty a$

$y = b : c : \infty a$ - $= 2b : c : \infty a$

$o = a : b : \infty c$ - $= a : 2b : \infty c$

$h = a : 2b : \infty c$ - $= a : 4b : \infty c$

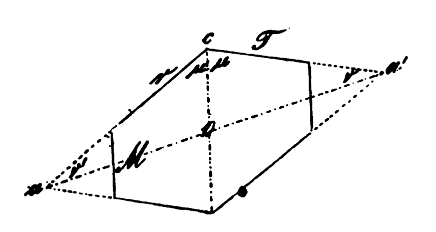
Wir wollen die so veränderten Ausdrücke beibehalten, den übrigen Flächen aber die früher gegebenen lassen.

Um das Axenverhältniss der aus n und z bestehenden Grundform zu berechnen, sei durch Messung gefunden:

I. $n : n'$ (über P) $= 70^\circ\ 40'$
II. $r : T$ $= 129\ \ 22$
III. $r : M$ $= 116\ \ 10$

Wenn Fig. 236 die Axenebene ac vorstellt, so ist $\angle\ aca' = 129^\circ\ 22'$. Folglich $\angle\ aco = \mu' = 180^\circ - 116^\circ\ 10' = 63^\circ\ 50'$, und $\angle\ oca' = \mu = 129^\circ\ 22' - 63^\circ\ 50' = 65^\circ\ 32'$.

236



Die Neigung der Axen a und c oder der spitze Winkel an o ist nun (S. 131.) durch die Gleichung

$$\text{tg. } o = \frac{2 \cdot \sin. 65^\circ\ 32' \cdot \sin. 63^\circ\ 50'}{\sin. 1^\circ\ 42'}$$

gegeben, woraus $o = 89^\circ\ 10'$ folgt. Man sieht also, dass in der That das System dem zweigliedrigen sehr nahe kommt.

Hieraus folgt $\angle\ cao = \nu'\ 89^\circ\ 10' - 63^\circ\ 50' = 25^\circ\ 20'$, und $\angle\ ca'o = \nu = 180^\circ - (129^\circ\ 22' + 25^\circ\ 20') = 25^\circ\ 18'$.

Nun ist in dem Dreieck aco, wo $oc = c$ und $oa = a$

Setzt man a = 1, so ist $c = \frac{\sin. 25^{\circ} 20'}{\sin. 63^{\circ} 50'}$
folglich c = o, 47674.

Wenn nun die Neigung der Seitenkanten des zwei- und eingliedrigen Oktaeders zur Axe a (nach S. 130.) = σ ist, so ergiebt sich (S. 131. Formel IV.)

$$tg. \sigma = tg. X' . \sin. \nu'$$

X' ist aber die Neigung der vorderen Oktaederfläche (n) zur Axenebene ac $= \frac{70^{\circ} 40'}{2} = 35^{\circ} 20'$ *), mithin

$$tg. \sigma = tg. 35^{\circ} 20' . \sin. 25^{\circ} 20',$$

woraus $\sigma = 16^{\circ} 52'$. Da lg. tg. $16^{\circ} 52'$ = 9,4819189 = lg. 30333, und b : a = tg. σ : 1, so ist tg. $\sigma = \frac{b}{a}$ (S. 131), folglich b = 0,30333, wenn a = 1 ist.

Wir haben also für die Grundform des Epidots das Axenverhältniss

a : b : c = 1 : 0,30333 : 0,47674
= 3,2967 : 1 : 1,5717

Nimmt man, wie anfangs geschah, 2b = b, so ist es = 1,6483 : 1 : 0,7858. In beiden Fällen ist aber a > b.

Aus dem Verhältniss b : c = 1 : 1,5717 folgt der Winkel ϱ. Es ist nämlich lg. 1,5717 = 10,1963697 = lg. tg. $57^{\circ} 32'$, so dass $\varrho = 90^{\circ} - 57^{\circ} 32' = 32^{\circ} 28'$ ist.

Dadurch ist man im Stande, mittelst der Formeln (S. 131.) die Neigung der Fläche jedes der beiden augitartigen Paare n = a : b : c und z = a' : b : c gegen die drei Axenebenen zu berechnen, und findet:

X = 34° 57'	X' = 35° 20'
Y = 76 16	Y' = 75 13
Z = 58 27	Z' = 58 30

In dem aus beiden hervorgehenden Oktaeder ist daher die Neigung der Flächen

in den	hinteren Endkanten	= 2X	= A =	69° 54'
- -	vorderen -	= 2X'	= B =	70 40
- -	Endkanten b : c	= Y + Y'	= C =	151 29
- -	Seitenkanten	= Z + Z'	= D =	116 57

Ferner folgen die Neigung

von n : r	= 125°	20'
- n : P	= 144	40
- z : T	= 124	57
- z : P	= 145	3
- M : l	= 90	50
- r : l	= 154	40
- q : P	= 147	32
- q : l	= 122	28

*) Da 180° — 109° 20' = 70° 40'.

Die Berechnung der Augitpaare e = a : 2b : c und u = a' : 2b : c und des durch ihre Combination entstehenden Oktaeders ist nun nicht schwer. Es ist nämlich a : 2b : c = 3,2967 : 2 : 1,5717 = 1,6483 : 1 : 0,7858, Setzt man in die Formeln I—III. (S. 131.) diese Werthe der drei Axen, so erhält man μ, ν, μ', ν', ϱ und σ. Die vier ersten Winkel sind hier die früheren, weil beide Oktaeder die Richtungen (Kanten) a : c und a' : c gemein haben. Es ergeben sich dann weiter X, X', Y, Y', Z und Z'.

Auch die Winkel des rhombischen Prismas o = a : 2b : ∞c folgen dann ohne Weiteres, so wie die des zweiten Paars y = 2b : c : ∞a.

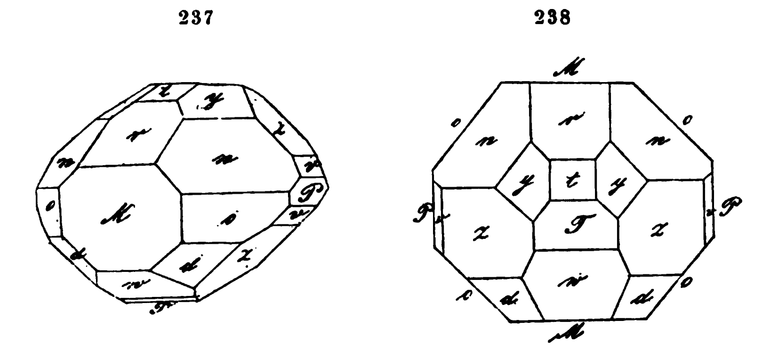
In ähnlicher Weise wird die Rechnung für die übrigen Flächen durchgeführt.

Schwefelsaures Natron.

(Glaubersalz, $\dot{N}a\dddot{S} + 10\dot{H}$).

Die Krystalle dieses Salzes haben in mancher Beziehung Aehnlichkeit mit denen des Epidots, insofern sie in der Richtung der Axe b gewöhnlich sehr ausgedehnt sind.

Fig. 237 giebt das Bild einer ziemlich vielflächigen Combination, und zwar von der hinteren Seite, und Fig. 238 die Horizontalprojektion derselben.



M, P und o bilden die horizontale Zone, und die beiden ersteren sind rechtwinklig gegen einander; r, t, T und w sind schiefe Endflächen; n, y, z, v, d sind Augitpaare.

Man geht zweckmässig von n aus, welches man = a' : b : c

setzt, während M, P und T die Hexaidflächen sind, M = a : ∞b : ∞c; P = b : ∞a : ∞c; T = c : ∞a : ∞b.

Fläche n ist auf o gerade aufgesetzt; folglich ist o das erste zugehörige Paar = a : b : ∞c. Jene liegt in der Diagonalzone von r, daher letztere das dritte Paar = a' : c : ∞b darstellt.

Fläche z fällt mit P und T, so wie mit n und M in eine Zone, ist folglich das zweite Paar = b : c : ∞a.

Fläche d fällt mit M, n, z in eine, und mit o und dem anderen n gleichfalls in eine Zone, ist daher = a : b : c, und bildet mit n das zwei- und eingliedrige Oktaeder, welches die Grundform ist.

Fläche y fällt mit r und z, so wie mit o, n und T in eine Zone, ist folglich $= 2a' : 2b : c = a' : b : \frac{1}{2}c$.

Fläche t ist das dritte zugehörige Paar zu y, mithin $= 2a' : c : \infty b = a' : \frac{1}{2}c : \infty b$

Fläche v liegt mit z und P, so wie mit n und o in einer Zone, und ist daher $= \frac{1}{2}b : c : \infty a = b : 2c : \infty a$.

Fläche w bildet Zonen mit den abwechselnden z und d und liegt zugleich in der Vertikalzone, weshalb es $= 2a : c : \infty b = a : \frac{1}{2}c : \infty b$ sein muss.

Zur Berechnung der Krystalle seien folgende drei Kantenwinkel durch Messung gefunden:

I. o : o = 86° 31'
II. t : M = 104 41
III. w : M = 132 4

Aus II. und III. folgt die Neigung von t und w zur Axe c, nämlich t : c = 180° — 104° 41' = 75° 19' (μ), und w : c = 47° 56' (μ'). Daraus ergiebt sich der Neigungswinkel der Axen a und c = o nach der Formel $tg.\ o = \frac{2 \cdot \sin.\ \mu \cdot \sin.\ \mu'}{\sin.\ (\mu - \mu')}$

$$tg.\ o = \frac{2 \cdot \sin.\ 75^{\circ}\ 19' \cdot \sin.\ 47^{\circ}\ 56'}{\sin.\ 27^{\circ}\ 23'}$$

woraus o = 72° 15'.

Hiernach wird Winkel v = 180° — (75° 19' + 72° 15') = 32° 26', und Winkel v' = 72° 15' — 47° 56' = 24° 19'.

Nun ist in dem in der Axenbene ac liegenden aus 2a, c und w gebildeten Dreieck

2a : c = sin. 47° 56' : sin. 24° 19'.

Setzt man c = 1, so ist 2a = der Differenz beider sin., = 1,8028, mithin a : c = 0,9014 : 1.

Zieht man vom Axenendpunkt a eine Senkrechte auf c und

nennt dieselbe h, so ist (da nach I. $90° - \frac{86° 31'}{2} = 46° 45'$), wenn $b = 1$ ist, $h = tg.\ 46° 45'$, woraus $h = 1,1063$ folgt.

Ferner ist Axe $a = \frac{h}{sin.\ o}$, woraus $a = 1,1161$ sich ergiebt.

Da oben $a : c = 0,9014 : 1$, und hier $a : b = 1,1161 : 1$, so ist das Axenverhältniss

$$a : b : c = 1,1161 : 1 : 1,2382$$

Da lg. 1,2382 = 10,0927908 = lg. tg. 51° 5′ so ist $\varrho = 38° 55'$. Und da lg. 1,1161 = 10,0477031 = lg. tg. 48° 8′, so ist $\sigma = 41° 52'$. Ferner folgt (nach S. 131.) für die Grundform $\mu = 49° 50'$; $\nu = 57° 55'$; $\mu' = 33° 58'$; $\nu' = 38° 17'$; und hieraus

X = 46° 36′	X′ = 55° 21′
Y = 62 4	Y′ = 47 0
Z = 67 18	Z′ = 49 48

Da nun $2X = A$, $2X' = B$, $Y + Y' = C$ und $Z + Z' = D$, so ist in der Grundform, d. h. in dem aus den beiden Augitpaaren d und n zusammengesetzten zwei- und eingliedrigen Oktaeder die Neigung der Flächen

in den hinteren Endkanten	= A	d. h.	n : n	= 93° 12′
- - vorderen -	= B	-	d : d	= 110 42
- - Endkanten b : c	= C	-	n : d*)	= 109 4
- - Seitenkanten	= D	-	n : d**)	= 117 6

Will man nun die Neigung von o : T wissen, so berechnet man Z für das Prisma o, indem man dasselbe als ein Oktaeder betrachtet, in welchem $c = \infty$ ist. Für tg. ν ist dann tg. (180° — o) = tg. 107° 45′ = tg. 72° 15′ zu setzen. Also

$$tg.\ Z = \frac{tg.\ 72° 15'}{sin.\ 41° 52'}$$

Man findet so Z = 77° 56′ = der Neigung von o : T auf der hinteren Seite, so dass dieselbe vorn = 180° — 77° 56′ = 112° 4′ ist.

Daraus folgt:

o : d = 160° 21′ o : n = 145° 14′

Das zweite Paar $z = b : c : \infty a$ ist gleichsam ein Augitpaar, worin $a = \infty$ ist. Ist auch hier X = der Neigung der Fläche gegen die Axenebene ac, so ist (nach IV., S. 131.)

$$tg.\ X = \frac{tg.\ \varrho}{sin.\ \mu}$$

Für μ ist hier o zu setzen, mithin

$$tg.\ X = \frac{tg.\ \varrho}{sin.\ o}$$

---

*) Ueber z.
**) Ueber o.

lg. tg. 38° 55′ = 9,9070773
lg. sin. 72 15 = 9,9788175
= 9,9282598 = lg. tg. 40° 17′

Die Neigung von z = b : c : ∞a gegen die Axenebene ac ist folglich = 40° 18′, und das Doppelte = 80° 36′ ist mithin die Neigung von z : z über T, woraus z : T = 90° + 40° 18′ = 130° 18′, und z : P = 180° — 40° 18′ = 139° 42′ folgt.

Ferner ergiebt sich aus dem Früheren:

o : M =	90°	$+ \frac{86° 31'}{2}$	= 133° 15′
o : P =	180°	$- \frac{86° 31'}{2}$	= 136 45
r : n =	90°	+ 46° 36′	= 136 36
T : M =	107° 45′ und 72° 15′		
T : r =	72° 15′	+ 49° 50′	= 122 5
M : r =	72° 15′	+ 57° 55′	= 130 10
T : w =	107° 45′	+ 47° 56′	= 155 41
M : t =	180°	— 75° 19′	= 104 41
w : M =	180°	— 47° 56′	= 132 4
T : t =	72° 15′	+ 75° 19′	= 147 34
r : w =	49° 50′	+ 47° 56′	= 97 46
t : r =	104° 41′	+ 49° 50′	= 154 31
w : t =	75° 19′	+ 47° 56′	= 123 15
d : z =	90°	+ 62° 4′	= 152 4
n : z =	90°	+ 47° 0′	= 137 0

Will man nun das Augitpaar y = a′ : b : $\frac{1}{2}$c berechnen, so erinnere man sich, dass dasselbe in die Diagonalzone von t fällt Es ist daher μ = 75° 19′, ν = 32° 26′. Da es ferner a′ : b im Zeichen hat, so ist σ = 41° 52′; und da b : $\frac{1}{2}$c = 1 : 0,6191, lg. 0,6191 = 9,7917608 = lg. tg. 31° 46′, so ist ϱ = 90° — 31° 46′ = 58° 14′, und es folgt daraus (Formeln IV—VI. S. 131.) X = 59° 5′; Y = 77° 26′; Z = 43° 36′; so dass y : y (über t) = 2X = 118° 10′; y : t = 149° 5′; y : M = 77° 26′; y : T = 180° — 43° 36′ = 136° 24′ u. s. w.

Endlich lässt sich der Winkel ϱ für v = b : 2c : ∞a leicht berechnen, da b : 2c = 1 : 2,4764, lg. = 2,4764 = 10,3938208 = lg. tg. 68° 1′, mithin ϱ = 90° — 68° 1′ = 21° 59′ ist. Es ergiebt sich daraus v : v über T = 45° 56′; T : v = 112° 58′; v : P = 157° 2′; v : z = 162° 40′.

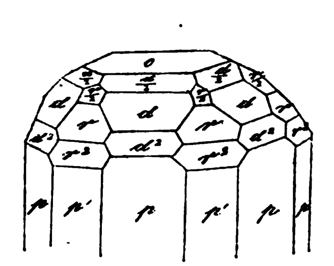
Sechsgliedriges System. *)

Apatit.

Die ziemlich häufigen Krystalle des Apatits sind im einfachsten Fall Combinationen eines sechsseitigen Prismas und der Endfläche (Fig. 156.); oft sind die Seitenkanten durch das zweite Prisma abgestumpft, oder ein Dihexaeder erscheint zwischen den Prismen und der Endfläche.

Fig. 239. stellt eine verwickelte Combination (das obere Ende eines aufgewachsenen Krystalls) dar, bestehend aus beiden Prismen, aus verschiedenen Dihexaedern beider Ordnungen und der Endfläche.

239



Man geht gewöhnlich vom Dihexaeder d aus, so dass dieses als Hauptdihexaeder oder Grundform $= a : a : \infty a : c$ ist **). Dann ist p das erste Prisma $= a : a : \infty a : \infty c$, und p′ das zweite $= a : \frac{1}{2}a : a : \infty c$, während $o = c : \infty a : \infty a : \infty a$ ist.

$\frac{r}{2}$ stumpft die Endkanten von d ab, ist folglich das erste stumpfere $= a : \frac{1}{2}a : a : \frac{1}{2}c$.

r, ein Dihexaeder zweiter Ordnung, würde bei gehöriger Ausdehnung mit einem d rechts und dem vorderen p einerseits, so wie mit dem vorderen d und dem rechtsliegenden p parallele Kanten bilden; es ist folglich $= a : \frac{1}{2}a : a : c$.

Das schärfere Dihexaeder d^2 bildet Zonen mit je zwei r und p (über r^2), und daraus ergiebt sich sein Zeichen $= a : a : \infty a : 2c$ Es ist das zweifach schärfere.

r^2 fällt mit je zwei Flächen d^2 und p in eine Zone, ist da-

*) Da die bekannten Combinationen künstlicher sechsgliedriger Krystalle im Allgemeinen sehr einfach sind, so haben wir zwei Beispiele von Mineralien entlehnt.

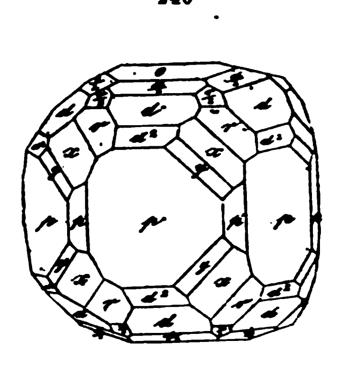
**) Vgl. die Projektion Taf. III. Fig. 3., welche zur Hälfte ausgeführt ist.

her $= a : \frac{1}{2}a : a : 2c = \frac{1}{2}a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{2}a : c$; es ist das zweifach schärfere von r.

$\frac{d}{2}$ steht zu $\frac{r}{2}$ in demselben Verhältniss, wie d zu r, ist folglich $= a : a : \infty a : \frac{1}{2}c$, das zweifach stumpfere von d.

Fig. 240 zeigt einen Apatitkrystall fast mit denselben Flächen. Ausserdem aber finden sich zwischen r und p die Flächen x und y, Sechs- und Sechskantnern angehörig, die jedoch hier hemiedrisch auftreten, da sie nur auf der einen Seite der Kante p : p vorhanden sind. Sie lassen sich gleichfalls durch Zonen bestimmen.

240



x fällt mit d vorn und p′ rechts, und mit d, r und p in eine Zone, woraus sein Zeichen $= a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a : c$ folgt.

y liegt in Zonen mit d^2 und p′, und mit d, r, x und p, und ist folglich $= a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{3}a : c$.

Zur Berechnung der Formen sei die Neigung von d : p = 130° 18′ gemessen. Hieraus folgt der halbe Seitenkantenwinkel von d = C = 40° 18′, oder 2C = 80° 36′. Nach der Formel II. (S. 129.) ist $\cos. A = \frac{\sin. 40° 18'}{2}$, also

$$
\begin{aligned}
\log. \cos. A = \lg. \sin. 40° 18' &= 9{,}8107631 \\
- \lg. 2 &= 0{,}3010300 \\
&\overline{9{,}5097331}
\end{aligned}
$$

9,5097331 = lg. cos. 71° 8′

A ist der halbe Endkantenwinkel von d, 2A oder der ganze mithin = 142° 16′.

Da nach III. $\cos. \alpha = \text{cotg. } 71° 8' . \text{cotg. } 30°$, so ist

$$
\begin{aligned}
\log. \cos. \alpha = \lg. \text{cotg. } 71° 8' &= 9{,}5336789 \\
+ \lg. \text{cotg. } 30 &= 10{,}2385606 \\
&\overline{9{,}7722395}
\end{aligned}
$$

9,7722395 = lg. cos. 53° 43′.

Die Neigung der Endkanten von d zur Axe c ist mithin = 53° 43′.

Da nun nach S. 130. Axe a = tg. α, so ist
lg. tg. 53° 43′ = 10,1342298 = lg. 1,3621.

Es ist mithin das Axenverhältniss für das Hauptdihexaeder des Apatits, oder c : a = 1 : 1,3621.

Aus dem Seitenkantenwinkel folgt die Neigung der Flächen zur Axe c = 90° — 40° 18′ = 49° 42′.

Sehr leicht lassen sich nun hieraus zuvörderst die übrigen Dihexaeder erster Ordnung bereehnen. Man bestimmt die aus dem Mittelpunkt des Axensystems auf die Mitte der Seitenkanten gezogene Senkrechte, welche s heissen mag. Da s = tg. 49° 42′ ist, so hat man
lg. tg. 49° 42′ = 10,0715726 = lg. 1,1792.
Mithin ist s = 1,1792, wenn c = 1 ist.

Für das zweifach stumpfere Dihexaeder $\frac{d}{2}$ gilt nun in Betreff der Neigung seiner Flächen zu c das Verhältniss $\frac{1}{2}$c : s = c : 2s = 1 : 2,3584
lg. 2,3584 = 10,3726175 = lg. tg. 67° 1′.

Jene Neigung ist also hier = 67° 1′, und folglich der Seitenkantenwinkel von $\frac{d}{2}$ = 2 . (90° — 67° 1′) = 45° 58′.

Daraus folgt nach I. der Endkantenwinkel, indem cos. A = $\frac{\text{sin. } 22° 59'}{2}$

lg. sin. 22° 59′ = 9,5915803
— lg. 2 = 0,3010300
9,2905503 = lg. cos. 78° 45′.

2A oder der ganze Endkantenwinkel von $\frac{d}{2}$ ist daher = 157° 30′.

Aehnlich berechnet man das zweifach schärfere.

Das erste stumpfere $\frac{r}{2}$ macht ebenso wenig Schwierigkeiten, wenn man sich erinnert, dass die Neigung seiner Flächen zu c gleich ist der Neigung der Endkanten des Hauptdihexaeders d zu dieser Axe, d. h. = 53° 43′. Sein Seitenkantenwinkel ist folglich = 2 . (90° — 53° 43′) = 72° 34′.

Daraus folgt nach I. der Endkantenwinkel = 145° 35′.

Von $\frac{r}{2}$ ausgehend, kann man dann wieder die übrigen Dihexaeder zweiter Ordnung, r und r^2, berechnen.

Da die Neigung der Dihexaeder unter sich und zu den Endflächen und den Prismen leicht durch Messung controlirt werden können, so folgen hier diese Werthe nach den mitgetheilten Rechnungen:

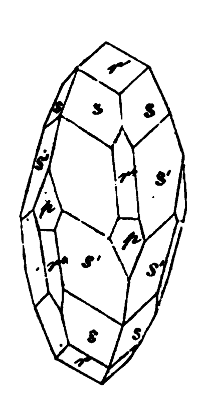
$$d : o = 90^\circ + 49^\circ\,42' = 139^\circ\,42'$$
$$d : p = \qquad = 130\ \ 18 \quad \text{(gemessen)}$$
$$\frac{d}{2} : o = 90^\circ + 67^\circ\ \ 1' = 157\ \ 1$$
$$\frac{d}{2} : p = 180^\circ - 67^\circ\ \ 1'^{*)} = 112\ \ 59$$
$$d : \frac{d}{2} = 112^\circ\,59' + 49^\circ\,42' = 162\ \ 41$$
$$\frac{r}{2} : o = 90^\circ + 53^\circ\,43' = 143^\circ\,43$$
$$\frac{r}{2} : p' = 180^\circ - 53^\circ\,43' = 126\ \ 17$$
$$p : p' \qquad = 150\ \ 0$$

K a l k s p a t h.

Der Kalkspath ist unter allen Substanzen, die in der rhomboedrischen Abtheilung des sechsgliedrigen Systems krystallisiren, durch seinen grossen Reichthum an Formen ausgezeichnet. Unter den vielen Rhomboedern, die bei ihm vorkommen, wählt man dasjenige zum Hauptrhomboeder, dem die ausgezeichnete Spaltbarkeit entspricht, obwohl dasselbe seltener unter den Krystallflächen erscheint.

Fig. 241. zeigt eine Combination von Rhomboedern, Drei- und Dreikantnern und einem Prisma. Die Flächen r gehören dem Hauptrhomboeder $= a : a : \infty a : c$ an. Man entwerfe die Projektion desselben.

241



Die Flächen s gehören offenbar einem Drei- und Dreikant-

---

*) Oder $= 90^\circ + \frac{45^\circ\ 58'}{2}$.

ner an, welcher die Kanten zwischen einem oberen und unteren r, d. h. die Seitenkanten des Hauptrhomboeders zuschärft (vgl. Fig. 175.). Letzteres ist mithin eins seiner Seitenkantenrhomboeder. (Vgl. S. 107.) Das Hauptrhomboeder bildet an ihm eine dreiflächige Zuspitzung der Endecken, so dass die Combinationskanten r : s den Seitenkanten s : s parallel laufen. Zu seiner genaueren Bestimmung fehlt es in unserer Combination an Zonen, wir müssen daher als richtig voraussetzen, dass es jener beim Kalkspath gewöhnlichste, auch selbstständig vorkommende $= a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a : c$ sei. Seine stumpfen (längeren) Endkanten liegen wie die aller Drei- und Dreikantner dieser Abtheilung (S. 107) unter den Rhomboederflächen, die scharfen (kürzeren), wie z. B. die zwischen dem s links und dem mittleren, unter den Rhomboederkanten.

Das schärfere Rhomboeder r^4 ist erster Ordnung; seine Combinationskanten mit s laufen den scharfen Endkanten desselben parallel. Dadurch bestimmt sich jenes als $\frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a : \infty a : c$ $= a : a : \infty a : 4c$, d. h. als das vierfach schärfere = zweite schärfere. Dieses Rhomboeder stumpft die stumpfen Endkanten des Drei- und Dreikantners s′ ab, letzterer fällt in die Diagonalzone von jenem, woraus sich sein Werth $= \frac{1}{2}a : \frac{1}{5}a : \frac{1}{3}a : c$ ergiebt. Auch zu ihm ist das Hauptrhomboeder das der Seitenkanten.

Fläche p liegt in der Vertikalzone von r und r^4 und stumpft die Seitenecken der Drei- und Dreikantner ab, ist folglich das erste Prisma $= a : a : \infty a : \infty c$.

Die Berechnung der Kalkspathformen geht vom Hauptrhomboeder aus, dessen Endkantenwinkel $= 105^{\circ}\ 5'$, dessen Seitenkantenwinkel folglich $= 180^{\circ} - 105^{\circ}\ 5' = 74^{\circ}\ 55'$ ist.

Da $A = \frac{105^{\circ}\ 5'}{2} = 52^{\circ}\ 32,'5$ ist, so folgt aus Formel I. (S. 130.)

$$\cos.\ \alpha = \text{cotg.}\ 52^{\circ}\ 32,'5\ .\ \text{cotg.}\ 60^{\circ}$$

$$\begin{array}{ll} \text{lg. cotg. } 52^{\circ}\ 32,'5 & = 9{,}8843264 \\ \text{lg. cotg. } 60 & = \underline{9{,}7614394} \\ & \overline{9{,}6457658} = \text{lg. cos. } 63^{\circ}\ 45' \end{array}$$

Dies ist daher die Neigung der Endkanten zur Axe c oder die Neigung der Flächen des ersten stumpferen zu dieser Axe.

Ferner ist nach II.

$$\cos.\ \gamma = \frac{\cos.\ 52^{\circ}\ 32,'5}{\sin.\ 60^{\circ}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{lg- cos. } 52^{\circ}\ 32'5 & = 9{,}7840353 \\ -\ \text{lg. sin. } 60 & = \underline{9{,}9375306} \\ & \overline{9{,}8465047} = \text{lg- cos. } 45^{\circ}\ 23'\ 26'' \end{array}$$

Und dies ist die Neigung der Flächen zur Axe c.

$\alpha + \gamma = 109° 8' 26''$ und $70° 51' 34''$ sind daher die Winkel des Hauptschnitts (S. 101.).

Um das Axenverhältniss zu finden, setzt man c = 1; dann ist tg. 45° 23' 26'' die vom Mittelpunkt des Axensystems auf die Mitte der Seitenkanten des vollständigen Dihexaeders gezogene Senkrechte. welche s heissen mag.

lg. tg. 45° 23, 26'' = 10,0059209 = lg. 1,0137

Und da jener Winkel zugleich die Neigung der Dihexaederfläche : c ist, so ist der halbe Seitenkantenwinkel des Dihexaeders = 90° minus demselben, d. h = 44° 36' 34'' = C. Daraus folgt der Endkantenwinkel nach Formel I. (S. 129.)

$$\cos. A = \frac{\sin. 44° 36' 34''}{2}$$

lg. sin. 44° 36' 34'' = 9,8465044
lg. 2 = 0,3010300
9,5454744 = lg. cos. 69° 26' 36''

Hieraus ergiebt sich dann α oder die Neigung der Endkanten des Dihexaeders zur Axe c, da nach III.

$\cos \alpha = \text{cotg. } 69° 26' 36'' . \text{cotg. } 30°$

lg. cotg. 69° 26' 36'' = 9,5740456
lg. cotg. 30 = 10,2385606
9,8126062 = lg. cos. 49° 29' 35''

Die tg. dieses Winkels ist = a, wenn c = ist; mithin

lg. tg. 49° 29' 35'' = 10,0683945 = lg. 1,1706.

Mithin ist beim Kalkspath c : a = 1 : 1,1706 oder a : c = 1 : 0,8628.

Hieraus lassen sich dann die übrigen Formen berechnen.

Fig. 6.



Taf. II.

Fig. 5.

Fig. 6.





Druck von Trowitzsch und Sohn in Berlin.

